

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11111 для 11 класса

1. Решите уравнение $2^{[\cos 2x]} = 4^{1-\sin 2x}$, в котором $[a]$ означает целую часть числа a .

Ответ. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. Числа $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \sin 2\alpha, \cos 2\alpha$ записаны в ряд. Средние арифметические любых трех соседних чисел равны. Найдите все значения α , при которых это возможно.

Ответ. $\alpha = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

3. Существует ли призма, в основании которой лежит выпуклый n -угольник, имеющий $n + 2023$ диагонали? Если такая призма существует, то может ли она быть правильной?

Ответ. Такая призма НЕ существует.

4. Усеченной разностью чисел x и y называется операция $x \dot{-} y$, результат которой равен обычной разности $x - y$, если $x \geq y$, и нулю, если $x < y$.

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3y \dot{-} (2x + 1) = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}.$$

Ответ.
$$\begin{cases} x \geq 1/7, \\ y = (1 - x)/2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = 1 - 2y, \\ y \leq 3/7. \end{cases}$$

5. Известно, что $x + \frac{1}{x+1} \leq 4$. Найдите область значений функции

$$f(x) = (x+1)^3 + \frac{1}{(x+1)^3}.$$

Ответ. $f(x) \in (-\infty, -2] \cup [2; 110]$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12111 для 11 класса

1. Можно ли разбить все натуральные числа от 1 до 2022 на группы так, чтобы в каждой группе было не менее 11 чисел, а одно из чисел в каждой группе было бы равно сумме остальных чисел этой группы?

Ответ: нельзя.

2. Дата 1 января 2024 года приходится на понедельник. Каким днем недели начнется 2601 год?

Ответ: 1.01.2601 — четверг.

3. Рано утром достали шланг и начали заполнять бак, а в 7 ч утра вынули пробку сливного отверстия. Тем не менее, в 9 ч бак заполнился наполовину, а в 14 ч был заполнен полностью. В какое самое раннее время могли достать шланг?

Ответ: Шланг достали не ранее 4 ч утра.

4. Функция $f(x)$ определена при всех $x \neq 1$, на области определения удовлетворяет уравнению

$$(x - 1)f\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right) - f(x) = x.$$

Найдите все такие функции.

Ответ: только $f(x) = 1 + 2x$.

5. Известно, что свободный член a_0 многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами равен 120, а $P(5) = P(2024)$, причем $120 < |P(5)| < 10001$. Найдите $P(2024)$.

Ответ: $P(2024) = -10000$.