

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11101 для 10 класса

1. Известно, что 4 коржика, 12 коврижек, 8 на палочке петушков и 6 с повидлом пирожков Пончик и Сиропчик съедают за 32 минуты, а на поедание 6 коржиков, 3 коврижек, 2 на палочке петушков и 9 с повидлом пирожков у них уходит 23 минуты. За какое время прожорливые друзья одолеют 8 коржиков, 9 коврижек, 6 на палочке петушков и 12 с повидлом пирожков?

Ответ: 39 минут.

2. Может ли число $n^2 + n - 5$ делиться на 2025 при каких-либо натуральных n ? Либо найдите такое минимальное n , либо докажите невозможность.

Ответ: не может.

3. При каких значениях параметра p числа

$$-\sqrt{1-p+d}, -\sqrt{1-p-d}, \sqrt{1-p-d}, \sqrt{1-p+d},$$

где $d = \sqrt{2-p-p^2}/5$, являются последовательным членами арифметической прогрессии?

Ответ: $p = 14/17, 1$.

4. В одной древней крепости было три башни, между каждой парой башен была выстроена прямолинейная стена. От каждой башни к противоположной стене был натянут трос, на который вывешивались и двигались с помощью лебедки сигнальные флаги, причем он приходил в такую точку стены, что располагался равноудаленно от каждой из двух остальных стен. Длина каждого троса не превышала одного стадия. Математически образованный историк на основании таких данных сделал вывод, что площадь крепости (если не принимать во внимание площадь башен и толщину стен) не превышала одного квадратного стадия. Прав ли он?

Ответ: прав.

5. Докажите справедливость неравенства

$$10(x^2 + y^2) + 3(x + y) - 8xy \leq 18$$

для всех чисел $x, y \in [0, 1]$.

Решение будет представлено позже.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12101 для 10 класса

1. Каждый из двух одинаковых кувшинов заполнен на $\frac{3}{4}$ своего объема раствором эликсира доброты. Концентрация эликсира в первом кувшине составляет 50%, а во втором – 90%. Ученый джинн сначала перелил раствор из первого кувшина во второй, заполнив его полностью. Затем из второго он перелил раствор в первый, заполнив его полностью, потом снова из первого во второй доверху и так далее. Язык джинна способен определять концентрацию раствора эликсира доброты с точностью до 0,01%. После какого переливания ученый джинн впервые сочтет содержимое кувшинов одинаковым по концентрации эликсира?

Ответ: после 13-го.

2. Числа $\sin^2 \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg}^2 \alpha$ являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии. Найдите эти числа, а также четвертый член прогрессии.

Ответ. 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 1 или $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{\sqrt{2}}$, 1. 2) $b_4 = \sqrt{2}$ или $b_4 = -\sqrt{2}$.

3. Длины диагоналей ромба a и b – целые числа. В ромб вписан квадрат со стороной $q = 2025$. Приведите пример такого ромба. Сколько существует таких различных ромбов?

Ответ: Таких ромбов 23, например, при $a = b = 4050$.

4. В зоопитомнике поселились бегемотики разной прожорливости. Первый съедает стандартный самосвал арбузов за 3 мин, второй – за 9 мин, третий – за 27 мин, n -ый – за 3^n минут. При каком поголовье бегемотиков стандартный самосвал арбузов будет съеден быстрее, чем за 2 мин 1 сек, если все они одновременно приступят к трапезе?

Ответ: при 5-ти бегемотиках или более.

5. Найдите наибольшее и наименьшее значение выражения

$$125 - 25(u + v + w) + 5(uv + vw + uw) - uvw,$$

если каждая из величин u , v , w по модулю не превышает 5.

Ответ: минимум 0, максимум 1000.