

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11111 для 11 класса

1. Может ли число $n^2 + n - 5$ делиться на 2025 при каких-либо натуральных n ? Либо найдите такое минимальное n , либо докажите невозможность.

Ответ: не может.

2. При каких значениях параметра c числа

$$\sqrt{c + \sqrt{D}/5}, \sqrt{c - \sqrt{D}/5}, -\sqrt{c - \sqrt{D}/5}, -\sqrt{c + \sqrt{D}/5},$$

где $D = 3c - c^2$, являются последовательным членами арифметической прогрессии?

Ответ: $c = 0, 3/17$.

3. Три равных окружности касаются друг друга и внутренним образом большей окружности. Какую долю составляет радиус этих окружностей от радиуса описанной?

Ответ: $\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3$.

4. Докажите справедливость неравенства

$$10(x^2 + y^2) + 3(x + y) - 8xy \leq 18$$

для всех чисел $x, y \in [0, 1]$.

Решение будет представлено позже.

5. Найдите все значения параметра a , при которых несовместна система уравнений для неизвестных x и y .

$$\begin{cases} 2ax - 4y = 13; \\ ax + y = 2; \\ 4x - ay = 10. \end{cases}$$

Ответ: a может иметь любое значение кроме 2 и $14/3$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12111 для 11 класса

1. Числа $\cos^2 \alpha$, $\sin \alpha$, $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии. Найдите эти числа, а также номер члена прогрессии, имеющего абсолютную величину 4096.

Ответ. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 1 или $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{\sqrt{2}}$, 1; $n = 27$.

2. Длины диагоналей ромба a и b – целые числа. В ромб вписан квадрат со стороной $q = 2025$. Приведите пример такого ромба. Сколько существует таких различных ромбов?

Ответ: Таких ромбов 23, например, при $a = b = 4050$.

3. Каждый из двух одинаковых кувшинов заполнен на $\frac{3}{4}$ своего объема раствором эликсира доброты. Концентрация эликсира в первом кувшине составляет 50%, а во втором – 90%. Ученый джинн сначала перелил раствор из первого кувшина во второй, заполнив его полностью. Затем из второго он перелил раствор в первый, заполнив его полностью, потом снова из первого во второй доверху и так далее. Язык джинна способен определять концентрацию раствора эликсира доброты с точностью до 0,01%. После какого переливания ученый джинн впервые сочтет содержимое кувшинов одинаковым по концентрации эликсира?

Ответ: после 13-го.

4. Существует ли три числа u , v , w , каждое из которых по модулю не превышает 5 и для которых выражение

$$125 - 25(u + v + w) + 5(uv + vw + uw) - uvw$$

равно 2025?

Ответ: не существуют.

5. В зоопитомнике поселились бегемотики разной прожорливости. Первый съедает стандартный самосвал арбузов за 3 мин, второй – за 9 мин, третий – за 27 мин, n -ый – за 3^n минут. При каком поголовье бегемотиков стандартный самосвал арбузов будет съеден быстрее, чем за 2 мин 1 сек, если все они одновременно приступят к трапезе?

Ответ: при 5-ти бегемотиках или более.