

ЗАДАНИЕ ПО КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

ВАРИАНТ 41111 для 11 класса

Лучше гор могут быть только горки! Русские. Или американские. Или снежные. Так думал инженер Коворкин, летя в пыли на почтовом скором. Первую горку сделаем высотой 5 метров и назовем «Виват, Казбек!». Вторую – высотой 10 метров – назовем «Салют, Арарат!». А третья, самая высокая, 15 метров, пусть называется «Где вы, белые лошадки?». С такими мыслями инженер принялся вычерчивать синусоиды задуманной амплитуды и ужаснулся: сколько же понадобится суперскользящего покрытия для такой конструкции?

Попробуем помочь инженеру Коворкину рассчитать длину пути по проектируемым горкам.

Введем декартову систему координат. Направим ось OX горизонтально, начало координат совместим с началом первой горки. Будем считать, что горки описываются следующими формулами (все входящие в них величины считаем безразмерными).

При $0 \leq x \leq 1$ трасса идет вдоль линии $y = 5 \sin(2\pi x)$,

при $1 < x \leq 2$ трасса идет вдоль линии $y = 10 \sin(2\pi x)$,

при $2 < x \leq 3$ трасса идет вдоль линии $y = 15 \sin(2\pi x)$.

Начнем с первой горки. Для приближенного расчета длины идущей по ней трассы возьмем некоторое большое число N и на отрезке $[0, 1]$ расставим равномерно расположенные точки $x_i = i/N$ (где $i = 0, \dots, N$), а затем вычислим сумму расстояний между каждой парой точек $(x_i, 5 \sin(2\pi x_i))$ и $(x_{i+1}, 5 \sin(2\pi x_{i+1}))$. Это соответствует замене синусоиды ломаной. С увеличением N длина построенной таким образом ломаной будет приближаться к искомой длине кривой. На других отрезках следует выполнить аналогичные действия.

1. Определите примерную длину пути по первой горке, взяв $N = 5$.
2. Подберите такое значение N_0 , чтобы длины ломаных, составленных из N_0 частей и из $N_0 + 1$ частей, отличались бы не более, чем на 10^{-3} .
3. Повторите действия п. 2. для второй и третьей горок. Найдите суммарную длину всей трассы.
4. Найдите такое значение амплитуды A , при котором длина трассы, проходящей вдоль линии $y = A \sin(2\pi x)$ (при $3 \leq x \leq 4$) будет вдвое длиннее трассы на первой горке (найденной в п. 2).

Ответы.

1. 19,055 2. 80 или более 3. 120,097 4. 10,014

ЗАДАНИЕ ПО КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

ВАРИАНТ 42111 для 11 класса

Дорога через тернии к звездам может иногда начинаться с пересечения трех больших оврагов. Чтобы не тратить много сил в начале пути, можно сделать мосты через них. Но строить мосты – не бородой трясти, поэтому нужно хорошо подумать, насколько прямой мост сократит путь вниз-вверх через дно оврага.

Попробуем сравнить длины этих двух путей.

Поставим задачу более строго. Введем декартову систему координат. Направим ось OX горизонтально, начало координат совместим с краем оврага. Будем считать, что противоположные края каждого оврага находятся на одинаковой (нулевой) высоте, а поперечный профиль оврага описывается формулой (все входящие в нее величины считаем безразмерными)

$$y(x) = bx(a - x).$$

Для первого оврага $a = 20$, $b = 5$. Для второго $a = 50$, $b = 10$. Для третьего $a = 10$, $b = 2$.

Длиной прямого моста будем считать длину отрезка $[0, a]$.

Для приближенного расчета длины пути через овраг по его склонам возьмем некоторое большое число N и на отрезке $[0, a]$ расставим равномерно расположенные точки $x_i = ia/N$ (где $i = 0, \dots, N$), а затем вычислим сумму расстояний между каждой парой точек $(x_i, y(x_i))$ и $(x_{i+1}, y(x_{i+1}))$. Это соответствует замене гладкого профиля оврага (параболы) ломаной. С увеличением N длина построенной таким образом ломаной будет приближаться к искомой длине кривой.

1. Определите примерную длину пути через первый овраг, взяв $N = 4$.
2. Подберите такое значение N_0 , чтобы длины ломаных, составленных из N_0 частей и из $N_0 + 1$ частей, отличались бы не более, чем на 10^{-3} .
3. Повторите действия п. 2. для второго и третьего оврагов. Определите, для какого из них постройка моста наибольшим образом сокращает путь.
4. Найдите такое значение параметра b (с точностью до сотых), при котором длина пути через овраг (при $a = 20$) будет вдвое длиннее пути по мосту.

Все найденные длины следует округлять до трех знаков в дробной части.

Ответы.

1. 1000,267 2. 144 или более 3. для второго 4. 0,28