

Олимпиада школьников СПбГУ 2022/2023 учебного года

«Инженерные системы»

Отборочный этап

**8-9 класс**

**Задача 1**

Рассмотрим последовательность чисел

$$2022 + 1; 2 \cdot 2022 + 1; 3 \cdot 2022 + 1; \dots; 2022 \cdot 2022 + 1.$$

Докажите, что среди членов данной последовательности найдется хотя бы один точный квадрат натурального числа.

**Ответ:**  $x_{2020} = 2020 \cdot 2022 + 1 = 2021^2$ .

**Задача 2**

Известно, что плотность земной атмосферы убывает с высотой. Постройте модель атмосферы, состоящую из  $n$  плоских слоев равной толщины  $h$  таких, что плотность воздуха убывает с высотой по следующему закону: если в первом, самом нижнем слое, плотность равна  $\rho$ , то во втором слое плотность равна  $\rho/2^2$ , в третьем —  $\rho/3^2$ , ..., в самом верхнем слое —  $\rho/n^2$  (толщина всей атмосферы  $H = n \cdot h$ ). При моделировании необходимо найти такое количество слоев  $n$ , чтобы общая масса столба, который проходит через все слои и имеет площадь поперечного сечения  $1 \text{ м}^2$ , совпадала бы с известной массой  $m$  такого же столба в реальной атмосфере Земли с точностью 10 %.

В качестве ответа приведите таблицу, состоящую из трех столбцов:

- 1) номер слоя (первый – самый нижний);
- 2) масса слоя;
- 3) масса слоя плюс массы всех предыдущих слоев (для первого слоя здесь повторяется его масса).

Числовые данные:  $H = 100 \text{ км}$ ,  $\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$ ,  $m = 1,03 \cdot 10^4 \text{ кг}$ .

**Ответ:**  $n \approx 20$ .

**Задача 3**

Пусть в одной формульной единице некоторого бинарного электронейтрального соединения А содержится 28 нейтронов, при этом относительная молекулярная масса соединения равна 56 а.е.м. Известно, что количества электронов в атомах элементов,

входящих в состав А, относятся друг к другу как 3:4, а мольные доли элементов в соединении равны.

- 1) Определите формулу соединения А.
- 2) Приведите необходимые расчеты для установления формулы.
- 3) Назовите соединение А.
- 4) Рассчитайте, в каком массовом соотношении необходимо взять простые вещества, чтобы синтезировать соединение А массой 112 грамм, при условии, что исходные простые вещества прореагируют без остатка.

**Ответ:** 1) MgS; 3) сульфид магния; 4) 0,75.

#### **Задача 4**

Заряженная частица пыли массой  $m = 10^{-8}$  г находится в однородном электростатическом поле между двумя горизонтальными пластинами. Нижняя пластина заряжена до потенциала +3 кВ, а верхняя до потенциала -3 кВ. Расстояние между пластинами  $d = 5$  см. Находясь первоначально на расстоянии  $d_0 = 1$  см от нижней пластины, частица достигает верхней пластины за время  $t = 0,1$  с. Найдите заряд частицы  $q$ . Какой должен быть у нее заряд  $q_0$ , чтобы частица оставалась между пластинами в равновесии?

Заряженная частица массой  $m = 10^{-8}$  г находится в однородном электростатическом поле между двумя горизонтальными пластинами. Нижняя пластина заряжена до потенциала +3 кВ, а верхняя до потенциала -3 кВ. Расстояние между пластинами  $d = 5$  см. Находясь первоначально на расстоянии  $d_0 = 1$  см от нижней пластины, частица достигает верхней пластины за время  $t = 0.1$  с. Найдите заряд частицы. Какой должен быть у нее заряд, чтобы частица оставалась в равновесии?

**Ответ:**  $q = 1,5 \cdot 10^{-15}$  Кл;  $q_0 = 0,8 \cdot 10^{-15}$  Кл.

#### **Задача 5**

Автомобильная дорога имеет максимальную пропускную способность 30 автомобилей в минуту. Максимальный поток автомобилей (который также составляет 30 авто в минуту) достигается в 17-00, и в этот момент происходит автомобильная авария. Пропускная способность сразу снижается до 5 автомобилей в минуту, а прибывающие автомобили начинают образовывать пробку. В 18-30 аварийные машины оттащили ближе к краю дороги, после чего пропускная способность сразу увеличилась до 15 машин в минуту. Еще через 30 минут дорогу полностью освободили и ее максимальная пропускная способность 30 авто в минуту полностью восстановилась.

А) определите, сколько машин стояло в пробке в 18-30 и длину пробки при условии, что 1 машина в среднем имеет длину 5 метров и между машинами по 1 метру (все машины стоят в двух полосах, параллельно друг другу)

Б) На сколько машин увеличилась пробка с 18-30 до 19-00

В) С 19-00 поток машин (30 авто в минуту) начинает уменьшаться: каждые 5 минут на 1 машину (т.е. в 19-05 поток равен 29 машин в минуту, в 19-10 – 28 и т.д.). Сколько пройдет времени (начиная с 17-00) до того момента когда пробка полностью исчезнет и проезд будет свободный.

**Ответ**

А) За 1 час и 30 минут наберется 2250 машин

Б) За 30 минут пробка увеличилась на 450 машин.

В) 2 часа и 42 минуты (с 21-42 проезд по дороге будет свободен).