

**Олимпиада школьников СПбГУ «Инженерные системы»
по комплексу предметов
(математика, информатика, физика и химия)**

Олимпиада школьников СПбГУ по математике
Примеры заданий заключительного этапа
2023/2024 учебный год

8-9 классы

Задача 1

Вариант 1.

Сотрудник фирмы ездит на работу на автомобиле по кольцевой дороге 40 км. Обычно он двигается с некоторой постоянной скоростью, отличающейся от разрешенной не более, чем на 20 %, и приезжает на работу ровно в 9:00. (Разрешенная скорость на кольцевой дороге составляет 110 км/ч). Однажды в городе пошел снег, и всем автомобилистам пришлось снизить свою скорость на 40 км в час. Найдите, с какой обычной скоростью может ездить сотрудник, если в этот день он приехал на работу в 9 часов t минут и не опоздал к началу работы в 9:30 (t — натуральное число; скорость также считаем натуральным числом, как обычно и показывает спидометр).

Дайте аналитическое решение задачи, а также составьте компьютерную программу, которая находит обычную скорость сотрудника, выполняя непосредственную проверку всех допустимых условиями задачи значений этой скорости.

Ответ: 100 или 120 км/ч.

Вариант 2.

Сотрудник фирмы ездит на работу на автомобиле по кольцевой дороге 40 км. Обычно он двигается с некоторой постоянной скоростью, отличающейся от разрешенной не более, чем на 30 %, и приезжает на работу ровно в 10:00. (Разрешенная скорость на кольцевой дороге составляет 110 км/ч). Однажды в городе пошел снег, и всем автомобилистам пришлось снизить свою скорость на 20 км в час. Найдите, с какой обычной скоростью может ездить сотрудник, если в этот день он приехал на работу в 10 часов t минут и не опоздал к началу работы в 10:30 (t — натуральное число; скорость также считаем натуральным числом, как обычно и показывает спидометр).

Дайте аналитическое решение задачи, а также составьте компьютерную программу, которая находит обычную скорость сотрудника, выполняя непосредственную проверку всех допустимых условиями задачи значений этой скорости.

Ответ: Три возможных ответа: $t=4$ $V=120$; $t=6$ $V=100$; $t=10$ $V=80$.

Задача 2

Вариант 1.

Каждый черный рыцарь может провести поединок либо с белым рыцарем, либо с другим черным рыцарем, при этом поединки между белыми рыцарями невозможны. Пусть всего в группе 91 рыцарь, причем среди них заведомо найдутся рыцари обоих цветов.

- 1) При каком числе черных рыцарей сможет получиться наибольшее количество поединков между черными и белыми рыцарями?
- 2) При каком числе белых рыцарей количество их возможных поединков с черными рыцарями будет равно количеству возможных поединков черных рыцарей между собой?

Ответ: 1) 45 и 46; 2) 30.

Вариант 2.

Каждый черный рыцарь может провести поединок либо с белым рыцарем, либо с другим черным рыцарем, при этом поединки между белыми рыцарями невозможны. Пусть всего в группе 101 рыцарь, причем среди них заведомо найдутся рыцари обоих цветов.

- 1) При каком числе белых рыцарей сможет получиться наибольшее количество поединков между черными и белыми рыцарями?
- 2) При каком числе белых рыцарей количество их возможных поединков с черными рыцарями будет в три раза больше количества возможных поединков черных рыцарей между собой?

Ответ: 1) 50 и 51; 2) 60.

Задача 3

Вариант 1.

Аэропорт может принимать самолеты с интервалом не менее 5 минут — за это время обеспечиваются безопасные условия посадки для следующего самолета. Каждые 6 минут к аэропорту подлетает новый самолет и у диспетчера появляется информация:

- 1) Возможное время ожидания в минутах – это время, которое самолет может ждать, летая вокруг аэропорта. По истечении этого времени самолет должен уйти на запасной аэродром.
- 2) Необходимое время для полета к запасному аэродрому.

Информация появляется в виде таблицы:

Номер самолета	Время появления информации	Время ожидания	Время до запасного аэродрома
1	12:00	30 минут	50 минут
2	12:06	10 минут	20 минут
3	12:12	10 минут	20 минут
4	12:18	8 минут	20 минут
5	12:24	10 минут	30 минут

В 12:00 в аэропорту изменились погодные условия — ветер нанес на посадочную полосу снег. Аэродромные службы запросили 15 минут на очистку полосы. В 12:14 выяснилось, что потребуется еще 5 минут на проверку оборудования и выполнили свои обязательства. В 12:20 сел первый самолет. Какой?

Диспетчер старается посадить как можно больше самолетов, т. к. уход на запасной аэродром — это финансовые потери, прямо пропорциональные времени полета до запасного аэродрома.

Помогите диспетчеру составить график посадки самолетов. Составьте компьютерную программу, которая проводит расчет каждую минуту. Результат выведите в виде таблицы следующего формата:

Время работы программы	Очередь на посадку	Номер самолета, который ушел на запасной аэродром
12:00	x, ...	
12:01	x, y, ...	
12:02	x, y, z, ...	
12:03	x, z, ...	y
...		

Если самолет отправляется на запасной аэродром, то он выбывает из очереди на посадку и далее не рассматривается.

Внимание!

- 1) Программу необходимо написать на языке Pascal, C, C++ или любом другом, но не используя встроенную функцию автоматической сортировки.
- 2) Программа должна содержать комментарии, облегчающие понимание логики действия программного кода.

Ответ: Первым садится самолет №3. Очередь на посадку: 4, 1, 5. Самолет №2 уходит на запасной аэродром.

Вариант 2.

Аэропорт может принимать самолеты с интервалом не менее 5 минут — за это время обеспечиваются безопасные условия посадки для следующего самолета. Каждые 7 минут к аэропорту подлетает новый самолет и у диспетчера появляется информация:

- 1) Возможное время ожидания в минутах — это время, которое самолет может ждать, летая вокруг аэропорта. По истечении этого времени самолет должен уйти на запасной аэродром.
- 2) Необходимое время для полета к запасному аэродрому.

Информация появляется в виде таблицы:

Номер самолета	Время появления информации	Время ожидания	Время до запасного аэродрома
1	12:00	30 минут	30 минут
2	12:07	15 минут	20 минут
3	12:14	15 минут	20 минут
4	12:21	7 минут	30 минут
5	12:28	6 минут	20 минут

В 12:00 в аэропорту изменились погодные условия — ветер нанес на посадочную полосу снег. Аэродромные службы запросили 15 минут на очистку полосы. В 12:14 выяснилось, что потребуется еще 5 минут на проверку оборудования и выполнили свои обязательства. В 12:20 сел первый самолет. Какой?

Диспетчер старается посадить как можно больше самолетов, т. к. уход на запасной аэродром — это финансовые потери, прямо пропорциональные времени полета до запасного аэродрома.

Помогите диспетчеру составить график посадки самолетов. Составьте компьютерную программу, которая проводит расчет каждую минуту. Результат выведите в виде таблицы следующего формата:

Время работы программы	Очередь на посадку	Номер самолета, который ушел на запасной аэродром
12:00	x, ...	
12:01	x, y, ...	
12:02	x, y, z, ...	
12:03	x, z, ...	y
...		

Если самолет отправляется на запасной аэродром, то он выбывает из очереди на посадку и далее не рассматривается.

Внимание!

- 1) Программу необходимо написать на языке Pascal, C, C++ или любом другом, но не используя встроенную функцию автоматической сортировки.
- 2) Программа должна содержать комментарии, облегчающие понимание логики действия программного кода.

Ответ: первым на посадку зайдет самолет №2. Следом за ним №4 и №1. На запасной аэродром уйдут самолеты №3 и №5.

Задача 4

Вариант 1.

В свободном пространстве, далеко от всех небесных объектов, две частицы, одна с массой $m_1 = 6 \cdot 10^{-12}$ кг и зарядом $Q_1 = 2,43 \cdot 10^{-13}$ Кл, а другая с массой $m_2 = 1,2 \cdot 10^{-11}$ кг и зарядом $Q_2 = 2,43 \cdot 10^{-13}$ Кл, движутся с постоянной скоростью так, что расстояние $d = 1,5$ см между ними также остается постоянным. Как это возможно? Определите скорость частиц.

Ответ: Описанное движение возможно, если в этой системе отсчета две частицы выполняют равномерное круговое движение вокруг своего центра масс.

Линейная скорость первой частицы : 6.34 см/с.

Для второй частицы: 3.17 см/с.

Вариант 2.

В свободное пространство выпускаются две пылинки на расстоянии $d_1 = 6$ см друг от друга с нулевой начальной скоростью, одна массой $m_1 = 1,7 \cdot 10^{-11}$ кг и имеющая электрический заряд $Q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ Кл, другая массой $m_2 = 1,3 \cdot 10^{-11}$ кг и имеющая электрический заряд $Q_2 = -5 \cdot 10^{-9}$ Кл.

- 1) Где встретятся две пылинки?
- 2) Определить скорость, с которой пылинки сближаются друг с другом, когда они находятся на расстоянии $d_2 = 1$ см.

Ответ: две пылинки встречаются в своем центре масс.

Скорость сближения двух объектов: 1009 м/с.

Задача 5

Вариант 1.

Смесь металла и его оксида общей массой 6,74 грамма без остатка растворили в концентрированном растворе гидроксида натрия. При этом выделился водород объемом 1,034 литра (н.у.). Известно, что этот объем водорода без остатка может полностью восстановить металл из оксида в смеси.

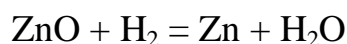
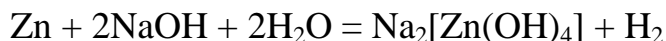
1. Определите металл и формулу его оксида.
2. Рассчитайте массовые доли металла и оксида в смеси.
3. Запишите уравнения всех реакций, описывающих процессы в задаче.

Ответ: 1. Соединения в смеси: цинк и оксид цинка ZnO. Масса цинка: 3г.

2. На основании полученного выше и массы смеси 6,74 грамма по условию получаем массовые доли компонентов смеси:

$$\omega(\text{Zn}) = 44,5\%, \quad \omega(\text{ZnO}) = 55,5\%.$$

3. Уравнения трех реакций:



Вариант 2.

Смесь металла и его оксида общей массой 11,23 грамма без остатка растворили в концентрированном растворе гидроксида натрия. При этом выделился водород объемом 1,723 литра (н.у.). Известно, что этот объем водорода без остатка может полностью восстановить металл из оксида в смеси.

1. Определите металл и формулу его оксида.
2. Рассчитайте массовые доли металла и оксида в смеси.
3. Запишите уравнения всех реакций, описывающих процессы в задаче.

Ответ: 1. Соединения в смеси – цинк и оксид цинка ZnO. Масса цинка: 5г.

2. На основании полученного выше и массы смеси 11,23 грамма по условию получаем массовые доли компонентов смеси:

$$\omega(\text{Zn}) = 44,5\%, \omega(\text{ZnO}) = 55,5\%.$$

3. Уравнения трех реакций:

