

**Олимпиада школьников СПбГУ «Инженерные системы»
по комплексу предметов
(математика, информатика, физика и химия)**

Олимпиада школьников СПбГУ по математике
Примеры заданий заключительного этапа
2023/2024 учебный год

8-9 классы

Задача 1

Вариант 1.

Сотрудник фирмы ездит на работу на автомобиле по кольцевой дороге 40 км. Обычно он двигается с некоторой постоянной скоростью, отличающейся от разрешенной не более, чем на 20 %, и приезжает на работу ровно в 9:00. (Разрешенная скорость на кольцевой дороге составляет 110 км/ч). Однажды в городе пошел снег, и всем автомобилистам пришлось снизить свою скорость на 40 км в час. Найдите, с какой обычной скоростью может ездить сотрудник, если в этот день он приехал на работу в 9 часов t минут и не опоздал к началу работы в 9:30 (t — натуральное число; скорость также считаем натуральным числом, как обычно и показывает спидометр).

Дайте аналитическое решение задачи, а также составьте компьютерную программу, которая находит обычную скорость сотрудника, выполняя непосредственную проверку всех допустимых значений этой скорости.

Вариант 2.

Сотрудник фирмы ездит на работу на автомобиле по кольцевой дороге 40 км. Обычно он двигается с некоторой постоянной скоростью, отличающейся от разрешенной не более, чем на 30 %, и приезжает на работу ровно в 10:00. (Разрешенная скорость на кольцевой дороге составляет 110 км/ч). Однажды в городе пошел снег, и всем автомобилистам пришлось снизить свою скорость на 20 км в час. Найдите, с какой обычной скоростью может ездить сотрудник, если в этот день он приехал на работу в 10 часов t минут и не опоздал к началу работы в 10:30 (t — натуральное число; скорость также считаем натуральным числом, как обычно и показывает спидометр).

Дайте аналитическое решение задачи, а также составьте компьютерную программу, которая находит обычную скорость сотрудника, выполняя непосредственную проверку всех допустимых значений этой скорости.

Задача 2

Вариант 1.

Каждый черный рыцарь может провести поединок либо с белым рыцарем, либо с другим черным рыцарем, при этом поединки между белыми рыцарями невозможны. Пусть всего в группе 91 рыцарь, причем среди них заведомо найдутся рыцари обоих цветов.

- 1) При каком числе черных рыцарей сможет получиться наибольшее количество поединков между черными и белыми рыцарями?
- 2) При каком числе белых рыцарей количество их возможных поединков с черными рыцарями будет равно количеству возможных поединков черных рыцарей между собой?

Вариант 2.

Каждый черный рыцарь может провести поединок либо с белым рыцарем, либо с другим черным рыцарем, при этом поединки между белыми рыцарями невозможны. Пусть всего в группе 101 рыцарь, причем среди них заведомо найдутся рыцари обоих цветов.

- 1) При каком числе белых рыцарей сможет получиться наибольшее количество поединков между черными и белыми рыцарями?
- 2) При каком числе белых рыцарей количество их возможных поединков с черными рыцарями будет в три раза больше количества возможных поединков черных рыцарей между собой?

Задача 3

Вариант 1.

Аэропорт может принимать самолеты с интервалом не менее 5 минут — за это время обеспечиваются безопасные условия посадки для следующего самолета. Каждые 6 минут к аэропорту подлетает новый самолет и у диспетчера появляется информация:

- 1) Возможное время ожидания в минутах – это время, которое самолет может ждать, летая вокруг аэропорта. По истечении этого времени самолет должен уйти на запасной аэродром.
- 2) Необходимое время для полета к запасному аэродрому.

Информация появляется в виде таблицы:

Номер самолета	Время появления информации	Время ожидания	Время до запасного аэродрома
1	12:00	30 минут	50 минут
2	12:06	10 минут	20 минут
3	12:12	10 минут	20 минут
4	12:18	8 минут	20 минут
5	12:24	10 минут	30 минут

В 12:00 в аэропорту изменились погодные условия — ветер нанес на посадочную полосу снег. Аэродромные службы запросили 15 минут на очистку полосы. В 12:14 выяснилось, что потребуется еще 5 минут на проверку оборудования и выполнили свои обязательства. В 12:20 сел первый самолет. Какой?

Диспетчер старается посадить как можно больше самолетов, т. к. уход на запасной аэродром — это финансовые потери, прямо пропорциональные времени полета до запасного аэродрома.

Помогите диспетчеру составить график посадки самолетов. Составьте компьютерную программу, которая проводит расчет каждую минуту. Результат выведите в виде таблицы следующего формата:

Время работы программы	Очередь на посадку	Номер самолета, который ушел на запасной аэродром
12:00	x, ...	
12:01	x, y, ...	
12:02	x, y, z, ...	
12:03	x, z, ...	y
...		

Если самолет отправляется на запасной аэродром, то он выбывает из очереди на посадку и далее не рассматривается.

Внимание!

- 1) Программу необходимо написать на языке Pascal, C, C++ или любом другом, но не используя встроенную функцию автоматической сортировки.
- 2) Программа должна содержать комментарии, облегчающие понимание логики действия программного кода.

Вариант 2.

Аэропорт может принимать самолеты с интервалом не менее 5 минут — за это время обеспечиваются безопасные условия посадки для следующего самолета. Каждые 7 минут к аэропорту подлетает новый самолет и у диспетчера появляется информация:

- 1) Возможное время ожидания в минутах — это время, которое самолет может ждать, летая вокруг аэропорта. По истечении этого времени самолет должен уйти на запасной аэродром.
- 2) Необходимое время для полета к запасному аэродрому.

Информация появляется в виде таблицы:

Номер самолета	Время появления информации	Время ожидания	Время до запасного аэродрома
1	12:00	30 минут	30 минут
2	12:07	15 минут	20 минут
3	12:14	15 минут	20 минут
4	12:21	7 минут	30 минут
5	12:28	6 минут	20 минут

В 12:00 в аэропорту изменились погодные условия — ветер нанес на посадочную полосу снег. Аэродромные службы запросили 15 минут на очистку полосы. В 12:14 выяснилось, что потребуется еще 5 минут на проверку оборудования и выполнили свои обязательства. В 12:20 сел первый самолет. Какой?

Диспетчер старается посадить как можно больше самолетов, т. к. уход на запасной аэродром — это финансовые потери, прямо пропорциональные времени полета до запасного аэродрома.

Помогите диспетчеру составить график посадки самолетов. Составьте компьютерную программу, которая проводит расчет каждую минуту. Результат выведите в виде таблицы следующего формата:

Время работы программы	Очередь на посадку	Номер самолета, который ушел на запасной аэродром
12:00	x, ...	
12:01	x, y, ...	
12:02	x, y, z, ...	
12:03	x, z, ...	y
...		

Если самолет отправляется на запасной аэродром, то он выбывает из очереди на посадку и далее не рассматривается.

Внимание!

- 1) Программу необходимо написать на языке Pascal, C, C++ или любом другом, но не используя встроенную функцию автоматической сортировки.
- 2) Программа должна содержать комментарии, облегчающие понимание логики действия программного кода.

Задача 4

Вариант 1.

В свободном пространстве, далеко от всех небесных объектов, две частицы, одна с массой $m_1 = 6 \cdot 10^{-12}$ кг и зарядом $Q_1 = 2,43 \cdot 10^{-13}$ Кл, а другая с массой $m_2 = 1,2 \cdot 10^{-11}$ кг и зарядом $Q_2 = 2,43 \cdot 10^{-13}$ Кл, движутся с постоянной скоростью так, что расстояние $d = 1,5$ см между ними также остается постоянным. Как это возможно? Определите скорость частиц.

Вариант 2.

В свободное пространство выпускаются две пылинки на расстоянии $d_1 = 6$ см друг от друга с нулевой начальной скоростью, одна массой $m_1 = 1,7 \cdot 10^{-11}$ кг и имеющая электрический заряд $Q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ Кл, другая массой $m_2 = 1,3 \cdot 10^{-11}$ кг и имеющая электрический заряд $Q_2 = -5 \cdot 10^{-9}$ Кл.

- 1) Где встретятся две пылинки?
- 2) Определить скорость, с которой пылинки сближаются друг с другом, когда они находятся на расстоянии $d_2 = 1$ см.

Задача 5

Вариант 1.

Смесь металла и его оксида общей массой 6,74 грамма без остатка растворили в концентрированном растворе гидроксида натрия. При этом выделился водород объемом 1,034 литра (н.у.). Известно, что этот объем водорода без остатка может полностью восстановить металл из оксида в смеси.

1. Определите металл и формулу его оксида.
2. Рассчитайте массовые доли металла и оксида в смеси.
3. Запишите уравнения всех реакций, описывающих процессы в задаче.

Вариант 2.

Смесь металла и его оксида общей массой 11,23 грамма без остатка растворили в концентрированном растворе гидроксида натрия. При этом выделился водород объемом 1,723 литра (н.у.). Известно, что этот объем водорода без остатка может полностью восстановить металл из оксида в смеси.

1. Определите металл и формулу его оксида.
2. Рассчитайте массовые доли металла и оксида в смеси.
3. Запишите уравнения всех реакций, описывающих процессы в задаче.