

Задания заключительного этапа
Олимпиады школьников СПбГУ «Инженерные системы»
10-11 класс

Задача №1

1.1. Пусть дан квадрат со вписанной и описанной окружностями. Петя и Вася провели некоторые измерения и расчеты, после чего Петя сообщил, что площадь описанной окружности численно в два раза меньше длины вписанной окружности, а Вася — что длина описанной окружности численно в $2\sqrt{2}/5$ раз меньше площади вписанной окружности. Чему может быть равна длина стороны этого квадрата?

Ответ: 1 см = 10 мм.

1.2. Пусть дан равносторонний треугольник со вписанной и описанной окружностями. Маша и Света провели некоторые измерения и расчеты, после чего Маша сообщила, что площадь описанной окружности численно в $\sqrt{3}$ раз меньше длины вписанной окружности, а Света — что длина описанной окружности численно в $4\sqrt{3}/5$ раз меньше площади вписанной окружности. Чему может быть равна длина стороны этого треугольника?

Ответ: 1 см = 10 мм.

Задача №2

Вар.1. Пусть в некоторые клеточки шахматной доски вписаны окружности, а вокруг всех оставшихся клеточек окружности описаны. При каком количестве вписанных окружностей суммарная площадь всех вписанных и описанных окружностей будет наиболее близка к площади всей доски?

Ответ: 46

Вар.2. Пусть в некоторые клеточки шахматной доски вписаны окружности, а вокруг всех оставшихся клеточек окружности описаны. При каком количестве вписанных окружностей суммарная длина всех вписанных и описанных окружностей будет наиболее близка к суммарному периметру всех клеточек доски?

Ответ: 22

Задача №3

3.1 Рыболовная леска толщиной $d = 0,1$ мм и длиной $L = 2$ км намотана на катушку, ширина которой $h = 10$ см, а радиус валика – $R = 1$ см. Каков будет радиус полностью намотанной катушки? (Предполагается, что витки наматываются без зазоров и вплотную друг к другу). Составьте программу, вычисляющую радиус полностью намотанной катушки.

Ответ: 12,9мм

3.2 Рыболовная леска толщиной $d = 0,2$ мм и длиной $L = 1$ км намотана на катушку, ширина которой $h = 10$ см, а радиус валика – $R = 1$ см. Каков будет радиус полностью намотанной катушки? (Предполагается, что витки наматываются без зазоров и вплотную друг к другу). Составьте программу, вычисляющую радиус полностью намотанной катушки.

Ответ: 15мм

Задача №4

4.1 У нас есть N одинаковых элементов, напряжение холостого хода которых составляет V_0 , а внутреннее сопротивление R . Мы создаем из них батарею для электромобиля следующим образом: сначала соединяем заданное количество элементов с одной полярностью последовательно в цепь, а затем соединяем эти цепи с одинаковым количеством элементов параллельно с одной полярностью. Затем мы подключаем нагрузку, сопротивление которой является оптимальным для максимальной мощности на выходе батареи.

а) Найдите количество элементов, которые должны быть соединены в цепочку, то есть найдите рас положение элементов для получения максимальной мощности на нагрузке.

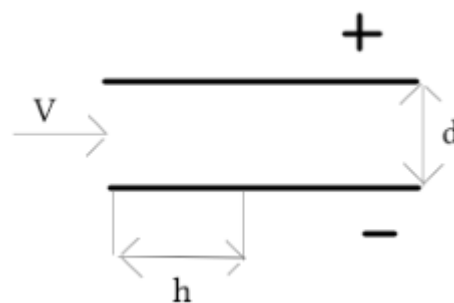
б) Найдите эту мощность, если $N = 64$, $V_0 = 12$ В, $R = 2$ Ом.

Ответ:

А) мощность на потребителе с оптимальным сопротивлением одинакова и независимо от схемы батареи.

Б) 1152 Вт

4.2 Разность потенциалов между пластинами равна $V = 60000\text{В}$. Какова должна быть скорость маленького объекта с зарядом $Q = 4 \times 10^{-3}\text{Кл}$ и массой $m = 5 \times 10^{-6}\text{кг}$, выстреленного горизонтально в однородное электрическое поле на высоте, равной половине расстояния между пластинами d , чтобы он достиг одной из пластин пройдя путь $h = 12\text{см}$?



Ответ: Скорость $= 27712.8\text{м.с}$ (Проблема носит сугубо теоретический характер, так как невозможно сконцентрировать такой большой заряд на таком маленьком объекте.)

Задача №5

5.1 Элементы **А** и **Б** имеют ряд схожих свойств: оба неметаллы, в виде простых веществ формируют двухатомные молекулы **В** и **Г**, оба проявляют окислительно-восстановительную двойственность. Друг с другом формируют устойчивое бинарное соединение **Д**, обладающее сильными кислотными свойствами. Соли соединения **Д** дают осадок с ионами серебра **Е**, в котором массовое отношение элементов 1,176, а произведение растворимости составляет $8.31 \cdot 10^{-17}$.

1. Определите зашифрованные вещества А-Е.
2. Рассчитайте, в каком объеме воды (в литрах) можно растворить 1 грамм соединения Е.
3. Константа равновесия реакции $2\text{Д}_{(г)} \rightleftharpoons \text{В}_{(г)} + \text{Г}_{(г)}$ при 360°С равна 0,0125, $\Delta_{\text{реакц.}}H^0 = 9,2 \text{ кДж}$. Какой станет константа равновесия, если повысить температуру в два раза? Приведите расчеты.

Ответ:

- 1) водород и иод (А, Б), соединения – H_2 , I_2 (В, Г), иодоводороде (Д), AgI (Е)
- 2) для растворения 1 грамма соли необходимо 467049 литров
- 3) $K_2 = 0,03$

5.2 Элементы **А** и **Б** имеют ряд схожих свойств: оба неметаллы, в виде простых веществ формируют двухатомные молекулы **В** и **Г**, оба проявляют окислительно-восстановительную двойственность. Друг с другом формируют устойчивое бинарное соединение **Д**, обладающее сильными кислотными свойствами. Соли соединения **Д** дают осадок с ионами серебра

Е, в котором массовое отношение элементов 1,176, а произведение растворимости составляет $8.31 \cdot 10^{-17}$.

1. Определите зашифрованные вещества А-Е.
2. Рассчитайте, какую массу (в граммах) соединения Е можно растворить в 5000 литрах воды.
3. Константа равновесия реакции $2D_{(г)} \rightleftharpoons B_{(г)} + Г_{(г)}$ при $360^{\circ}C$ равна 0,0125, $\Delta_{\text{реакц.}}H^0 = 9,2$ кДж. Какой станет константа равновесия, если понизить температуру в 1,5 раза? Приведите расчеты.

Ответ:

- 1) водород и иод (А, Б), соединения – H_2 , I_2 (В, Г), иодоводороде (Д), AgI (Е)
- 2) В 5000 литров воды растворится 0,0107 грамм иодида серебра.
- 3) $K_1 = 5,22 \cdot 10^{-3}$