

**Задания заключительного этапа**  
**Олимпиады школьников СПбГУ «Инженерные системы»**  
**10-11 класс**

**Задача №1**

**1.1.** Пусть дан квадрат со вписанной и описанной окружностями. Петя и Вася провели некоторые измерения и расчеты, после чего Петя сообщил, что площадь описанной окружности численно в два раза меньше длины вписанной окружности, а Вася — что длина описанной окружности численно в  $2\sqrt{2}/5$  раз меньше площади вписанной окружности. Чему может быть равна длина стороны этого квадрата?

**1.2.** Пусть дан равносторонний треугольник со вписанной и описанной окружностями. Маша и Света провели некоторые измерения и расчеты, после чего Маша сообщила, что площадь описанной окружности численно в  $\sqrt{3}$  раз меньше длины вписанной окружности, а Света — что длина описанной окружности численно в  $4\sqrt{3}/5$  раз меньше площади вписанной окружности. Чему может быть равна длина стороны этого треугольника?

**Задача №2**

**Вар.1.** Пусть в некоторые клеточки шахматной доски вписаны окружности, а вокруг всех оставшихся клеточек окружности описаны. При каком количестве вписанных окружностей суммарная площадь всех вписанных и описанных окружностей будет наиболее близка к площади всей доски?

**Вар.2.** Пусть в некоторые клеточки шахматной доски вписаны окружности, а вокруг всех оставшихся клеточек окружности описаны. При каком количестве вписанных окружностей суммарная длина всех вписанных и описанных окружностей будет наиболее близка к суммарному периметру всех клеточек доски?

### Задача №3

**3.1** Рыболовная леска толщиной  $d = 0,1$  мм и длиной  $L = 2$  км намотана на катушку, ширина которой  $h = 10$  см, а радиус валика –  $R = 1$  см. Каков будет радиус полностью намотанной катушки? (Предполагается, что витки наматываются без зазоров и вплотную друг к другу). Составьте программу, вычисляющую радиус полностью намотанной катушки.

**3.2** Рыболовная леска толщиной  $d = 0,2$  мм и длиной  $L = 1$  км намотана на катушку, ширина которой  $h = 10$  см, а радиус валика –  $R = 1$  см. Каков будет радиус полностью намотанной катушки? (Предполагается, что витки наматываются без зазоров и вплотную друг к другу). Составьте программу, вычисляющую радиус полностью намотанной катушки.

### Задача №4

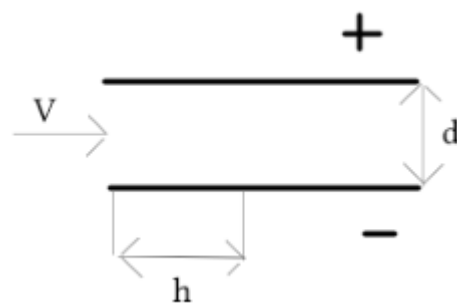
**4.1** У нас есть  $N$  одинаковых элементов, напряжение холостого хода которых составляет  $V_0$ , а внутреннее сопротивление  $R$ . Мы создаем из них батарею для электромобиля следующим образом: сначала соединяем заданное количество элементов с одной полярностью последовательно в цепь, а затем соединяем эти цепи с одинаковым количеством элементов параллельно с одной полярностью. Затем мы подключаем нагрузку, сопротивление которой является оптимальным для максимальной мощности на выходе батареи.

а) Найдите количество элементов, которые должны быть соединены в цепочку, то есть найдите рас положение элементов для получения максимальной мощности на нагрузке.

б) Найдите эту мощность, если  $N = 64$ ,  $V_0 = 12$  В,  $R = 2$  Ом.

**Ответ:**

**4.2** Разность потенциалов между пластинами равна  $V = 60000\text{В}$ . Какова должна быть скорость маленького объекта с зарядом  $Q = 4 \times 10^{-3}\text{Кл}$  и массой  $m = 5 \times 10^{-6}\text{кг}$ , выстреленного горизонтально в однородное электрическое поле на высоте, равной половине расстояния между пластинами  $d$ , чтобы он достиг одной из пластин пройдя путь  $h = 12\text{см}$ ?



### Задача №5

**5.1** Элементы **А** и **Б** имеют ряд схожих свойств: оба неметаллы, в виде простых веществ формируют двухатомные молекулы **В** и **Г**, оба проявляют окислительно-восстановительную двойственность. Друг с другом формируют устойчивое бинарное соединение **Д**, обладающее сильными кислотными свойствами. Соли соединения **Д** дают осадок с ионами серебра **Е**, в котором массовое отношение элементов 1,176, а произведение растворимости составляет  $8.31 \cdot 10^{-17}$ .

1. Определите зашифрованные вещества А-Е.
2. Рассчитайте, в каком объеме воды (в литрах) можно растворить 1 грамм соединения Е.
3. Константа равновесия реакции  $2\text{Д}_{(г)} \rightleftharpoons \text{В}_{(г)} + \text{Г}_{(г)}$  при  $360^\circ\text{С}$  равна 0,0125,  $\Delta_{\text{реакц.}}H^0 = 9,2 \text{ кДж}$ . Какой станет константа равновесия, если повысить температуру в два раза? Приведите расчеты.

**5.2** Элементы **А** и **Б** имеют ряд схожих свойств: оба неметаллы, в виде простых веществ формируют двухатомные молекулы **В** и **Г**, оба проявляют окислительно-восстановительную двойственность. Друг с другом формируют устойчивое бинарное соединение **Д**, обладающее сильными кислотными свойствами. Соли соединения **Д** дают осадок с ионами серебра **Е**, в котором массовое отношение элементов 1,176, а произведение растворимости составляет  $8.31 \cdot 10^{-17}$ .

1. Определите зашифрованные вещества А-Е.
2. Рассчитайте, какую массу (в граммах) соединения Е можно растворить в 5000 литрах воды.
3. Константа равновесия реакции  $2\text{Д}_{(г)} \rightleftharpoons \text{В}_{(г)} + \text{Г}_{(г)}$  при  $360^\circ\text{С}$  равна 0,0125,  $\Delta_{\text{реакц.}}H^0 = 9,2 \text{ кДж}$ . Какой станет константа равновесия, если понизить температуру в 1,5 раза? Приведите расчеты.