

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	Деревни Белово и Черново расположены на противоположных берегах реки. В один и тот же момент времени дед Митяй выплыл на лодке из Белово в Черново со скоростью $v_{л} = 3 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ относительно воды, а дед Колян выплыл на катере из Черново в Белово со скоростью $v_{к} = 10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ относительно воды. Пока дед Митяй плыл в Черново, дед Колян успел сплавить туда-обратно 2 раза и причалил в Черново одновременно с дедом Митяем. Определите скорость течения реки.		16		
2	Доказать неравенство $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{100}}{100} \geq \sqrt[100]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{100}},$ где $x_1 > 0, \dots, x_{100} > 0$.		20		
3	В начальный момент времени санки находились в нижней точке наклонной поверхности (угол наклона $\alpha = 30^\circ$). Затем санки толкнули вдоль горки вверх, и они заехали на некоторую высоту, а потом скатились обратно. Определите коэффициент трения санки-поверхность, если известно, что время спуска на 20% больше времени подъёма.		18		
4	Решить уравнение $3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 11 = (\sqrt{2 - 2x^2})^2 + 2x^2$		20		
5	Определите на сколько процентов изменится подъёмная сила воздушного шара, если его наполнить водородом вместо гелия. Массой оболочки шара по сравнению с массой газа пренебречь (молярные массы: водорода - $2 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, гелия - $4 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, воздуха - $29 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$).		16		
6	В прямоугольном треугольнике ABC через вершину прямого угла C провели касательную к описанной окружности этого треугольника. Найдите катеты AC и AB этого треугольника, если расстояния от вершин A и B до касательной соответственно равны 4 см и 6 см.		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	К потолку покоящегося лифта прикрепili на невесомой нити длиной 60 см математический маятник и отклонили его от вертикали на небольшой угол и зафиксировали. Затем лифт начал опускаться с ускорением $3,8 \frac{m}{c^2}$ и маятник отпустили. Определите период колебаний маятника в движущемся лифте (в расчётах принять $g = 9,8 \frac{m}{c^2}$).		16		
2	Доказать неравенство $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{200}}{200} \geq \sqrt[200]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{200}}$ где $x_1 > 0, \dots, x_{200} > 0$.		20		
3	Как-то раз дед Митяй из деревни Белово решил постирать своё бельё, и как на грех, только он закончил – начался затяжной дождь и бельё пришлось развесить сушиться в избе. Высохнет ли бельё быстрее, если открыть окна в избе?		18		
4	Решить уравнение $9^x - 12 \cdot 3^x + 29 = (\sqrt{2 - 2x^2})^2 + 2x^2$		20		
5	В сосуде содержится озон при температуре $T = 800$ К, считая, что стенки сосуда жесткие и покрыты толстым слоем теплоизоляции определите, во сколько раз изменится давление в сосуде, если весь озон превратится в кислород. В расчётах принять, что для образования 1 моля кислорода необходимо затратить $q = 142,5$ кДж теплоты, а удельная теплоёмкость 1 моля кислорода при постоянном давлении $c_V = 21 \frac{Дж}{К \cdot моль}$ (молярные массы: кислорода - $32 \frac{г}{моль}$, озона - $48 \frac{г}{моль}$).		16		
6	В прямоугольном треугольнике ABC через вершину прямого угла C провели касательную к описанной окружности этого треугольника. Найдите катеты AC и AB этого треугольника, если расстояния от вершин A и B до касательной соответственно равны 4 см и 8 см.		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	<p>Определите массу Солнца, считая, что Земля движется по круговой орбите радиусом $R = 149000000$ км с постоянной скоростью v. Гравитационная постоянная равна $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$.</p>		18		
2	<p>Доказать неравенство</p> $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{2020}}{2020} \geq (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{2020})^{1/2020},$ <p>Г</p>		20		
3	<p>Тонкую пробирку высотой 60 см медленно вертикально опускают в чашку, наполненную ртутью. Определите, при какой глубине погружения «горлышка» пробирки в ртуть внутри неё выпадет роса. В расчётах принять относительную влажность воздуха 80 % и атмосферное давление 750 мм. рт. ст.</p>		18		
4	<p>Решить уравнение</p> $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 6 = (\sqrt{2 - 2x^2})^2 + 2x^2$		20		
5	<p>На земле лежит шланг, из которого под углом 45° к линии горизонта и с начальной скоростью $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ вытекает вода тонкой струёй, площадь сечения отверстия в шланге 5 мм^2. Определите массу воды, которая находилась в воздухе (плотность воды принять равной $1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$), пока первая капля не упала на землю.</p>		14		
6	<p>В прямоугольном треугольнике ABC через вершину прямого угла C провели касательную к описанной окружности этого треугольника. Найдите катеты AC и AB этого треугольника, если расстояния от вершин A и B до касательной соответственно равны 4 см и 10 см.</p>		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	На горизонтальной поверхности лежат два тела массами m_1 и m_2 , которые связали тонкой нерастяжимой верёвкой (верёвка выдерживает предельное натяжение с силой T_{max}). Определите какую максимальную горизонтальную силу F_{max} можно приложить к одному из тел, чтобы верёвка не разорвалась. Считать коэффициент трения тел о поверхность равным μ , в начальный момент времени верёвка не натянута.		16		
2	Доказать неравенство $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{2024}}{x_{2024}^{1/2024}} \geq (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{2024})^{1/2024},$ где $x_1 > 0, \dots, x_{2024} > 0$.		20		
3	Сосуд разделён на две части перегородкой с отверстием малого диаметра и заполнен идеальным газом. Перегородка и стенки сосуда изготовлены из теплоизолирующего материала. Температуры в разных частях сосуда поддерживаются постоянными и равными T_1 и T_2 соответственно. Определите отношение давлений $\frac{p_1}{p_2}$.		14		
4	Решить уравнение $4^x - 6 \cdot 2^x + 10 = (\sqrt{2 - 2x^2})^2 + 2x^2$		20		
5	К потолку железнодорожного вагона прикрепили математический маятник массой m на нити длиной l и отклонили от вертикали на угол α . Затем вагон прицепили к тепловозу и отправились в путь из Москвы во Владивосток. Определите скорость вагона в момент времени, когда нить маятника будет отклонена от вертикали на угол β .		20		
6	В прямоугольном треугольнике ABC через вершину прямого угла C провели касательную к описанной окружности этого треугольника. Найдите катеты AC и AB этого треугольника, если расстояния от вершин A и B до касательной соответственно равны 4 см и 5 см.		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	На тонкий гладкий стержень длиной l надета маленькая бусина массой m . В начальный момент времени бусина находилась по середине стержня. Затем стержень стал поступательно двигаться в горизонтальной плоскости с ускорением a в направлении, составляющем угол α со стержнем. Определите за какой интервал времени t бусинка соскользнёт со стержня.		18		
2	Доказать неравенство $\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+\dots+x_{101}^2}{101}} \geq \frac{x_1+x_2+\dots+x_{101}}{101},$ где $x_1 > 0, \dots, x_{101} > 0$.		20		
3	Падающий на Землю метеорит полностью сгорает в плотных слоях атмосферы. На что расходуется импульс метеорита? Изменится ли при этом импульс Земли?		16		
4	Решить уравнение $16^x - 20 \cdot 4^x + 66 = (\sqrt{2 - 2x^2})^2 + 2x^2$		20		
5	Как-то раз, в один прекрасный солнечный день дед Митяй заметил, что его часы с кукушкой стали немного отставать. Поскольку паром в деревню Черново отходил строго по расписанию, дед Митяй пошёл на пристань, чтобы сравнить свои часы с часами паромщика Фёдоровича и синхронизировать их. В результате сравнения оказалось, что за один и тот же интервал времени часы деда Митяя совершают 120 колебаний маятника, а часы Фёдоровича – 122 колебания, а длина маятника часов на пристани составляет 89 см. На сколько сантиметров необходимо укоротить деду Митяю маятник своих часов, чтобы не опаздывать на паром?		16		
6	В прямоугольном треугольнике ABC через вершину прямого угла C провели касательную к описанной окружности этого треугольника. Найдите катеты AC и AB этого треугольника, если расстояния от вершин A и B до касательной соответственно равны 8 см и 16 см.		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	На абсолютно гладкой поверхности лежит клин массой M , а на наклонной плоскости клина, составляющей угол α с горизонтом, лежит небольшой брусок массой m , который без трения скользит по плоскости клина. Считая, что в начальный момент времени система покоилась, определите скорость клина в тот момент времени, когда брусок опустился на высоту h относительно начального положения.		16		
2	Доказать неравенство $\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+\dots+x_{99}^2}{99}} \geq \frac{x_1+x_2+\dots+x_{99}}{99},$ где $x_1 > 0, \dots, x_{99} > 0$		20		
3	На столе лежит гладкая верёвка длиной L , при этом часть верёвки свисает с края стола. Определите максимальную длину свисающей части верёвки, если система находится в равновесии. Коэффициент трения верёвки о стол считать равным μ .		14		
4	Решить уравнение $64 \cdot 16^x - 20 \cdot 4^x + 3 = (\sqrt{2 - 2x^2})^2 + 2x^2$		20		
5	Определите координату центра тяжести полуокружности радиусом 18 см, согнутой из тонкой однородной проволоки.		20		
6	В прямоугольном треугольнике ABC через вершину прямого угла C провели касательную к описанной окружности этого треугольника. Найдите катеты AC и AB этого треугольника, если расстояния от вершин A и B до касательной соответственно равны 9 см и 16 см.		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	На горизонтальной поверхности лежат два длинных цилиндра вплотную друг другу. Сверху на них кладут ещё один цилиндр так, что оси симметрии цилиндров параллельны. Считая массы и геометрические размеры всех цилиндров одинаковыми определить коэффициент трения цилиндров друг о друга, при котором цилиндры будут находиться в состоянии покоя. Проскальзыванием цилиндров о поверхность пренебречь.		16		
2	Доказать неравенство $\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{2020}^2}{2020}} \geq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{2020}}{2020},$ где $x_1 > 0, \dots, x_{2020} > 0$		20		
3	С космодрома вертикально вверх взлетает ракета, двигатель которой работает в импульсном режиме, выбрасывая топливо двумя равными порциями. Скорость истечения газов из сопла двигателя относительно самой ракеты постоянная и равна u . Качественно оцените, каким должен быть интервал времени между импульсами работы двигателя, чтобы ракета поднялась на наибольшую высоту над поверхностью земли. Считать, что каждая порция топлива сгорает мгновенно.		18		
4	Решить уравнение $4 \cdot 16^x - 9 \cdot 4^x + 8 = (\sqrt{5x + 6 - x^2})^2 + x^2 - 5x$		20		
5	На вершине склона (угол наклона относительно горизонтали 30°) стоит тележка, на которой закреплён математический маятник, период колебаний которого известен и равен T . Тележка начинает скатываться по склону без проскальзывания, определите, во сколько раз изменится период колебаний маятника.		16		
6	В прямоугольном треугольнике ABC через вершину прямого угла C провели касательную к описанной окружности этого треугольника. Найдите катеты AC и AB этого треугольника, если расстояния от вершин A и B до касательной соответственно равны 9 см и 15 см.		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	На Кавказе, недалеко от горы Пастухова, расположена специальная астрофизическая лаборатория РАН. На склоне горы, высота которой составляет 2100 м над уровнем моря, расположен телескоп БТА с зеркалом диаметром 6 метров. Как известно, для астрономических расчётов необходимы очень точные часы, в нашей стране подходящие механические хронографы выпускают на Челябинском часовом заводе «Молния». Принимая радиус Земли равным 6371 км, определите, на сколько секунд в сутки будет отставать настроенный в Челябинске хронограф, если известно, что завод находится на высоте 240 м над уровнем моря.		16		
2	Доказать неравенство $\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{2023}^2}{2023}} \geq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{2023}}{2023},$ где $x_1 > 0, \dots, x_{2023} > 0$		20		
3	Дед Митяй из деревни Белово, проснувшись рано утром, решил пробежаться до магазина. Определите коэффициент трения влажной травы, если известно, что до магазина дед Митяй добежал, ни разу не поскользнувшись. Максимальный угол между вертикалью к поверхности земли и линией, соединяющей точку касания и центр тяжести деда Митяя, считать равным α .		14		
4	Решить уравнение $3 \cdot 9^x + 26 \cdot 3^x - 3 = (\sqrt{5x + 6 - x^2})^2 + x^2 - 5x$		20		
5	Объясните тот факт, что при падении камня на Землю весь импульс камня передаётся Земле, а её кинетическая энергия при этом считается неизменной.		20		
6	В прямоугольном треугольнике ABC через вершину прямого угла C провели касательную к описанной окружности этого треугольника. Найдите катеты AC и AB этого треугольника, если расстояния от вершин A и B до касательной соответственно равны 6 см и 9 см.		10		