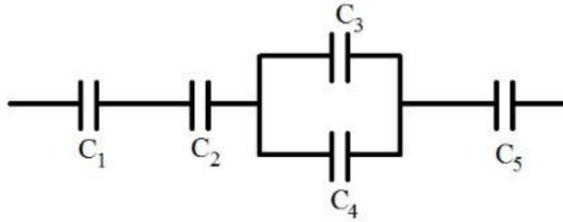


№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	<p>Лёгкая балка может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку <math>O</math>. Балка уравновешена при помощи двух грузов, которые прикреплены к ней лёгкими нитями, перекинутыми через идеальные блоки так, как показано на рисунке. Груз 2 имеет массу 2,5 кг. Расстояние <math>L</math> составляет 20 см. Какова масса груза 1? <i>Ответ выразить в кг и округлить до целого значения.</i></p>		20		
2	<p>Прямоугольный треугольник с катетами <math>AC = 5</math> см и <math>BC = 7</math> см расположен перед собирающей линзой с фокусным расстоянием <math>F = 10</math> см, как показано на рисунке (Катет <math>BC</math> в <math>2F</math>). Чему равна площадь и гипотенуза даваемого линзой изображения этого треугольника? Рисунок с указанием хода лучей обязателен. <i>Ответы округлить до целых значений и выразить площадь в <math>см^2</math>, а гипотенузу в см.</i></p>		20		
3	<p>На рисунке изображена батарея одинаковых воздушных конденсаторов. Каждый конденсатор имеет ёмкость 10 мкФ. Чему будет равна общая ёмкость батареи конденсаторов, если пространство между обкладок каждого конденсатора заменить на диэлектрик с диэлектрической проницаемостью в 1,5 раза больше, чем у воздуха? Если на данный диэлектрик заменить только конденсаторы с нечётным порядковым номером, а конденсаторы с чётным порядковым номером останутся воздушными? <i>Ответы выразить в мкФ и округлить до десятых.</i></p>		10		



4	<p>Доказать неравенство</p> $\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right)^2 \geq \frac{1352}{25},$ <p>если <math>x_1 + x_2 = 10</math>.</p>		20		
5	<p>Требуется разметить на земле участок ABCDEFHNMN площадью <math>2300 \text{ м}^2</math>, состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке</p> <p>Здесь <math>EF=MN=20 \text{ м}</math>, <math>FH=35 \text{ м}</math>, <math>AN \geq 30 \text{ м}</math>. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин <math>KL</math>, <math>BL</math>, <math>AN</math>, при которых периметр является наименьшим.</p>		20		
6	<p>Около окружности радиуса <math>R=2</math> описан параллелограмм. Площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности и параллелограмма равна 4. Найдите стороны параллелограмма.</p>		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	<p>Неоднородный стержень длиной 1 м и массой 2,5 кг находится в ящике с гладким дном и стенками, составляя угол <math>30^\circ</math> с вертикалью. Найти модуль силы реакции опоры, действующей со стороны вертикальной стенки ящика на стержень, если его центр масс расположен на расстоянии 15 см от конца, ближайшего к рассматриваемой стенке ящика? Считать, что другой конец стержня лежит на дне ящика (в противоположном углу ящика). Ускорение свободного падения принять равным <math>10 \text{ м/с}^2</math>. Ответ выразить в Н и округлить до десятых.</p>		20		
2	<p>К тонкой линзе с фокусным расстоянием <math>F</math> вплотную прижато плоское зеркало. Эта система создаёт изображение предмета. Если, не меняя взаимного расположения линзы и предмета, убрать зеркало, то линза создаёт изображение предмета с тем же увеличением, что и раньше. Определить расстояние от предмета до линзы. Решить задачу графически (построить и использовать в решении график зависимости увеличения изображения от расстояния предмета до линзы). Ответ выразить в общем виде (как функцию <math>d</math> от <math>F</math>).</p>		20		
3	<p>Найти полное активное сопротивление в цепи (см. рисунок), если сопротивления всех резисторов одинаковы <math>R=5 \text{ Ом}</math>. Ответ выразить в Ом и округлить до сотых.</p>		10		
4	<p>Доказать неравенство <math display="block">\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right)^2 \geq \frac{25}{2},</math> если <math>x_1 + x_2 = 1</math>.</p>		10		
5	<p>Требуется разметить на земле участок ABCDEFHMN площадью <math>1400 \text{ м}^2</math>, состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке</p>		20		

	<p>Здесь <math>EF=MN=20</math> м, <math>FH=30</math> м, <math>AN \geq 25</math> м. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин <math>KL</math>, <math>BL</math>, <math>AN</math>, при которых периметр является наименьшим.</p>				
6	<p>Около окружности радиуса <math>R=1</math> описан параллелограмм. Площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности и параллелограмма равна 1. Найдите стороны параллелограмма.</p>		20		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	Однородная лестница приставлена к стене. При каком наименьшем угле $\alpha$ между полом и лестницей она сохранит равновесие, если коэффициент трения между лестницей и полом $\mu_1=0,4$ , а между лестницей и стеной $\mu_2=0,5$ ? <i>Ответ выразить в градусах и округлить до целого значения.</i>		20		
2	<p>Равнобедренный прямоугольный треугольник ABC площадью <math>S = 30 \text{ см}^2</math> расположен перед тонкой собирающей линзой так, как показано на рисунке. Фокусное расстояние линзы <math>F = 20 \text{ см}</math>. Точка C расположена в двойном фокусе линзы. Постройте изображение треугольника и найдите периметр получившейся фигуры. <i>Ответ выразить в см и округлить до целого значения.</i></p>		20		
3	<p>На рисунке изображена батарея одинаковых конденсаторов, заполненных некоторым диэлектриком. Каждый конденсатор имеет ёмкость <math>3 \text{ мкФ}</math>. Чему будет равна общая ёмкость батареи конденсаторов, если расстояние между обкладок каждого конденсатора с нечётным порядковым номером увеличить в некоторое количество раз, численно равное половине номера соответствующего конденсатора на схеме (диэлектрическая проницаемость диэлектриков внутри конденсаторов не меняется)? <i>Ответ выразить в мкФ и округлить до десятых.</i></p>		10		
4	<p>Доказать неравенство  <math display="block">\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right)^2 \geq 8,</math>         если <math>x_1 + x_2 = 2</math>.</p>		20		

5	<p>Требуется разметить на земле участок ABCDEFHNMN площадью <math>700 \text{ м}^2</math>, состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке</p> <p>Здесь <math>EF=MN=20 \text{ м}</math>, <math>FH=25 \text{ м}</math>, <math>AN \geq 20 \text{ м}</math>.</p> <p>Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин <math>KL</math>, <math>BL</math>, <math>AN</math>, при которых периметр является наименьшим.</p>		20		
6	<p>Около окружности радиуса <math>R=3</math> описан параллелограмм. Площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности и параллелограмма равна 9. Найдите стороны параллелограмма.</p>		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	<p>Лёгкая рейка может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку <math>O</math>. Рейка уравновешена при помощи двух грузов, которые прикреплены к ней лёгкими нитями, перекинутыми через идеальные блоки так, как показано на рисунке. Груз 2 имеет массу 24,8 кг. Расстояние <math>L</math> составляет 18 см. Чему равен модуль силы натяжения нити, прикреплённой в точке <math>B</math>? Ускорение свободного падения принять равным <math>10 \text{ м/с}^2</math>. Ответ выразить в <math>H</math> и округлить до целого значения.</p>		20		
2	<p>С помощью линзы с фокусным расстоянием 51 см получено действительное изображение предмета, расположенного перпендикулярно её главной оптической оси. Если вплотную к данной линзе приложить рассеивающую линзу с фокусным расстоянием <math>2F</math>, то размер изображения предмета в системе не изменится. На каком расстоянии от линзы находится предмет? Решить задачу графически (построить и использовать в решении график зависимости увеличения изображения от расстояния предмета до линзы). Ответ выразить в метрах и округлить до сотых.</p>		20		
3	<p>Сила тока на участке цепи (см. рисунок) составляет 15 А. Напряжение на участке цепи равно 30 В. Сопротивления резисторов (кроме <math>R_4</math>) одинаковы <math>R=0,5 \text{ Ом}</math>. Определить сопротивление резистора <math>R_4</math>. Ответ выразить в Ом и округлить до целого значения.</p>		10		

4	<p>Доказать неравенство</p> $\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right)^2 \geq \frac{169}{18},$ <p>если <math>x_1 + x_2 = 3</math>.</p>		20		
5	<p>Требуется разметить на земле участок ABCDEFHMN площадью <math>450 \text{ м}^2</math>, состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке</p> <p>Здесь <math>EF=MN=15 \text{ м}</math>, <math>FH=10 \text{ м}</math>, <math>AN \geq 20 \text{ м}</math>.</p> <p>Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин <math>KL</math>, <math>BL</math>, <math>AN</math>, при которых периметр является наименьшим.</p>		20		
6	<p>Около окружности радиуса <math>R=3</math> описан параллелограмм. Площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности и параллелограмма равна 6. Найдите стороны параллелограмма.</p>		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	<p>К стене прислонена лестница массой 11 кг. Центр тяжести лестницы находится на расстоянии <math>1/3</math> от её верхнего конца. Какую силу, направленную горизонтально, нужно приложить к середине лестницы, чтобы верхний её конец не оказывал давления на стену? Угол между стеной и лестницей <math>45^\circ</math>. Трением пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным <math>10 \text{ м/с}^2</math>. Ответ выразить в Н и округлить до целого значения.</p>		20		
2	<p>Равнобедренный прямоугольный треугольник ABC расположен перед тонкой собирающей линзой с оптической силой 2 дптр так, как показано на рисунке (вершина A расположена в двойном фокусе линзы). Построить изображение треугольника ABC и найти гипотенузу треугольника-предмета ABC, если площадь его изображения составляет <math>10 \text{ см}^2</math>, а катеты треугольника-изображения соотносятся как 2:3. Ответ выразить в см и округлить до целого значения.</p>		20		
3	<p>На рисунке изображена батарея одинаковых воздушных конденсаторов. Общая ёмкость батареи составляет <math>1,5 \text{ мкФ}</math>. Во сколько раз изменится общая ёмкость батареи конденсаторов, если конденсаторы с нечётным порядковым номером заполнить парафином (<math>\epsilon=2,1</math>), а конденсаторы с чётным порядковым номером заполнить стеклом (<math>\epsilon=7</math>)? Ответ округлить до целого значения.</p>		10		
4	<p>Доказать неравенство  <math display="block">\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right)^2 \geq \frac{25}{2},</math>                     если <math>x_1 + x_2 = 4</math>.</p>		20		

5	<p>Требуется разметить на земле участок ABCDEFHMN площадью <math>650 \text{ м}^2</math>, состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке</p> <p>Здесь <math>EF=MN=10 \text{ м}</math>, <math>FH=15 \text{ м}</math>, <math>AN \geq 10 \text{ м}</math>.</p> <p>Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин <math>KL</math>, <math>BL</math>, <math>AN</math>, при которых периметр является наименьшим.</p>		20		
6	<p>Около окружности радиуса <math>R=3</math> описан параллелограмм. Площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности и параллелограмма равна 12. Найдите стороны параллелограмма.</p>		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	<p>Под действием веса груза массой <math>m</math> и силы <math>F</math> рычаг находится в равновесии. Вектор силы <math>F</math> перпендикулярен рычагу, груз на плоскость не давит. Расстояния между точками приложения сил и точкой опоры, а также проекции этих расстояний на вертикальную и горизонтальную оси указаны на рисунке. Если модуль силы тяжести, действующей на груз, равен 1,75 кН, то каков модуль силы <math>F</math>? <i>Ответ выразить в Н и округлить до целого значения.</i></p>		20		
2	<p>Тонкую линзу, создающую действительное изображение предмета, передвинули на расстояние, равное <math>0,5 F</math>. При этом получилось мнимое изображение того же размера. Найти величину поперечного увеличения. Решить задачу графически (построить и использовать в решении график зависимости увеличения изображения от расстояния предмета до линзы). <i>Ответ округлить до целого значения.</i></p>		20		
3	<p>Сила тока в цепи (см. рисунок) составляет 10 А. ЭДС источника тока равна 40 В, а его внутреннее сопротивление 1,3 Ом. Сопротивления резисторов с №2 по №9 одинаковы <math>R=0,25</math> Ом. Определить сопротивление резистора №1. <i>Ответ выразить в Ом и округлить до десятых.</i></p>		10		

4	<p>Доказать неравенство</p> $\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right)^2 \geq \frac{841}{50},$ <p>если <math>x_1 + x_2 = 5</math>.</p>		20		
5	<p>Требуется разметить на земле участок ABCDEFHNMN площадью 9650 м<sup>2</sup>, состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке</p> <p>Здесь <math>EF=MN=10</math> м, <math>FH=15</math> м, <math>AN \geq 20</math> м.</p> <p>Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин <math>KL</math>, <math>BL</math>, <math>AN</math>, при которых периметр является наименьшим.</p>		20		
6	<p>Около окружности радиуса <math>R=3</math> описан параллелограмм. Площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности и параллелограмма равна 3. Найдите стороны параллелограмма.</p>		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	<p>Двухступенчатый блок может вращаться без трения вокруг неподвижной горизонтальной оси. <math>R=2r=30</math> см. К блоку прикреплена лёгкая рейка длиной <math>l=80</math> см. На конце рейки закреплён груз массы <math>m</math>. На ступени блока намотана нерастяжимая невесомая нить, концы которой закреплены на блоке (как показано на рисунке). Радиус нижнего блока (лёгкого и подвижного) составляет 22,5 см, он может вращаться без трения вокруг своей оси. К его оси подвешен груз массой <math>M=12</math> кг. Вначале рейку удержали в вертикальном положении, после чего отпустили. Спустя некоторое время, в установившемся положении равновесия рейка оказалась отклонённой от вертикали на угол <math>30^\circ</math>. Чему равна масса меньшего груза в системе? <i>Ответ выразить в кг и округлить до сотых.</i></p>		20		
2	<p>Прямоугольный «египетский» треугольник ABC расположен перед тонкой собирающей линзой так, как показано на рисунке (вершина A находится в двойном фокусе линзы). Оптическая сила линзы составляет 5 дптр. Построить изображение треугольника и найти периметр треугольника ABC (<i>ответ выразить в см и округлить до десятых</i>), если катеты треугольника-изображения составляют 2 см и 6 см соответственно.</p>		20		

3	<p>На рисунке изображена батарея одинаковых воздушных конденсаторов. Каждый конденсатор имеет ёмкость 1 мкФ. Во сколько раз изменится общая ёмкость батареи конденсаторов, если площадь обкладок каждого конденсатора увеличить в некоторое количество раз, численно равное порядковому номеру соответствующего конденсатора на схеме? <i>Ответ округлить до десятых.</i></p>		10		
4	<p>Доказать неравенство  <math display="block">\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right)^2 \geq \frac{200}{9},</math>         если <math>x_1 + x_2 = 6</math>.</p>		20		
5	<p>Требуется разметить на земле участок ABCDEFHNMN площадью 8700 м<sup>2</sup>, состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке</p> <p>Здесь EF=MN=20 м, FH=35 м, AN ≥ 30 м.</p> <p>Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KL, BL, AN, при которых периметр является наименьшим.</p>		20		
6	<p>Около окружности радиуса R=2 описан параллелограмм. Площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности и параллелограмма равна 2. Найдите стороны параллелограмма.</p>		10		

№ задачи	Условие	Ответ	Макс. балл	Балл	Комментарий проверяющего
1	Под каким наименьшим углом $\alpha$ к горизонту может стоять лестница, прислонённая к гладкой вертикальной стене, если коэффициент трения лестницы о пол $\mu=0,5$ ? Считать, что центр тяжести находится в середине лестницы. <i>Ответ выразить в градусах и округлить до целого значения.</i>		20		
2	Тонкая линза создаёт изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси, с некоторым увеличением. Если расстояние от предмета до линзы увеличить вдвое, то получается перевёрнутое изображение предмета с увеличением, вдвое большим первоначального увеличения. С каким увеличением изображался предмет вначале? Решить задачу графически (построить и использовать в решении график зависимости увеличения изображения от расстояния предмета до линзы). <i>Ответ округлить до десятых.</i>		20		
3	Дана электрическая цепь (см. рисунок). Сопротивления резисторов: $R_4=(4!)R$ , $R_2=(2!)R$ , $R_3=(3!)R$ , $R_1=2,3$ Ом. Чему равно сопротивление $R$ , если ЭДС источника тока составляет 100 В, его внутреннее сопротивление 1 Ом, а сила тока в цепи 10 А? <i>Ответ выразить в Ом и округлить до десятых.</i>		10		
4	Доказать неравенство $\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right)^2 \geq \frac{289}{8}$ , если $x_1 + x_2 = 8$ .		20		
5	Требуется разметить на земле участок ABCDEFHNMN площадью $8250 \text{ м}^2$ , состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке		20		



Шифр

Олимпиада «МИСИС зажигает звёзды»

Техническое направление

Заключительный этап 2023 г.

**Вариант 8**

**11 класс**

	<p>Здесь <math>EF=MN=25</math> м, <math>FH=40</math> м, <math>AN \geq 30</math> м.</p> <p>Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин <math>KL</math>, <math>BL</math>, <math>AN</math>, при которых периметр является наименьшим.</p>				
6	<p>Около окружности радиуса <math>R=2</math> описан параллелограмм. Площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности и параллелограмма равна 6. Найдите стороны параллелограмма.</p>		10		