

МАТЕМАТИКА (11 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Решите в целых числах уравнение

$$2x^2 + 2x^2z^2 + z^2 + 7y^2 - 42y + 33 = 0.$$

2. Найдите количество корней уравнения: $2^{\lg(x^2-2023)} - \lg 2^{x^2-2022} = 0$.

3. Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c выполняется неравенство

$$\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1.$$

4. Докажите, что для корней x_1, x_2, x_3 многочлена $ax^3 - ax^2 + bx + b$ с ненулевыми коэффициентами a и b справедливо равенство $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = -1$.

5. Равносторонний треугольник MNK вписан в окружность. На этой окружности взята точка F . Докажите, что величина $FM^4 + FN^4 + FK^4$ не зависит от выбора точки F .