

МАТЕМАТИКА (8 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Решите в целых числах уравнение

$$2y^2 - 2xy + x + 9y - 2 = 0.$$

2. Маша и Ваня нашли по дороге по пачке 11-рублевков и решили отправиться в магазин. В магазине Ваня купил 3 шоколадки, 4 газировки и 5 пачек печенья. Маша купила 9 шоколадок, 1 газировку и 4 пачки печенья. Шоколадка, газировка и пачка печенья стоят по целому числу рублей. Ваня смог расплатиться 11-рублевками без сдачи. Смогла ли Маша рассчитаться 11-рублевками без сдачи? Ответ объясните.

3. Докажите, что для любых положительных чисел a , b , c выполняется неравенство

$$\frac{a \cdot c^2 + b}{c} \geq 2\sqrt{a \cdot b}.$$

4. Докажите, что при любых p и q хотя бы один из двух трехчленов

$$x^2 - 2px + pq, \quad x^2 - 2qx + pq$$

имеет корень.

5. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB проведены биссектрисы CL и AK . Найдите $\angle ACB$ треугольника ABC , если известно, что $AK = 2CL$.