

МАТЕМАТИКА (9 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Решите в натуральных числах уравнение

$$2y^2 - xy - x^2 + 2y + 7x - 84 = 0.$$

2. Дана последовательность $x_n = 1 + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$. Возможно ли найти в этой последовательности пять идущих подряд членов, каждый из которых будет делиться на 2025? Ответ объясните.

3. Докажите, что для любых неотрицательных чисел a, b, c выполняется неравенство

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \leq 3(a + b + c).$$

4. Докажите, что для корней x_1, x_2 многочлена $x^2 + p_1x + 1$ и корней x_3, x_4 многочлена $x^2 + p_2x + 1$ справедливо равенство

$$(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)(x_1 + x_4)(x_2 + x_4) = p_2^2 - p_1^2.$$

5. В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузе AB взята точка M . Из точки M проведены две биссектрисы MK и MN углов BMC и AMC соответственно, точки K и N лежат на катетах и $CM = KN$. Докажите, что точка M – середина гипотенузы AB .