

**МАТЕМАТИКА (10 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Докажите, что число  $3^{4046} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2024}$  является составным.
2. Решите уравнение  $t^4 - 2\sqrt{13} \cdot t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$ .
3. Имеется два бруска сплавов золота с серебром с различным процентным содержанием золота в них и брусок серебра. Если сплавить вместе два бруска сплавов, то получится сплав, содержащий 30% золота, а если сплавить любой из двух брусков сплавов с бруском серебра, то получится сплав, содержащий 20% золота. Сколько процентов золота будет содержать сплав, если сплавить вместе все три бруска?
4. Даны два числа  $a$  и  $b$ , которые удовлетворяют условиям:
  - 1)  $0 < a < \frac{1}{2}, 0 < b < \frac{1}{2}$ ;
  - 2)  $b^2 - a^2 > b - a$ .Докажите, что эти числа  $a$  и  $b$  удовлетворяют и неравенству  $b^3 - a^3 > b - a$ .
5. В выпуклом пятиугольнике  $MNKL$  сторона  $MN$  перпендикулярна стороне  $KL$ , а сторона  $NK$  перпендикулярна стороне  $LF$ . Докажите, что  $NK + KL < 1$ , если  $MN = MF = LF = 1$ .