

МАТЕМАТИКА (9 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Докажите, что число $3^{4046} - 3^{2023} \cdot 2^{1012} + 2^{2024}$ является составным.

2. Найдите все целые числа k , при которых уравнение
$$x^2 + kx + k = 0$$
имеет целый корень.

3. Имеется два бруска сплавов золота с серебром с различным процентным содержанием золота в них и брусок серебра. Если сплавить вместе два бруска сплавов, то получит сплав, содержащий 30% золота, а если сплавить любой из двух брусков сплавов с бруском серебра, то получится сплав, содержащий 20% золота. Сколько процентов золота будет содержать сплав, если сплавить вместе все три бруска?

4. Докажите, что для всех положительных чисел a, b, c выполняется неравенство

$$\frac{a+1}{b+1} + \frac{b+1}{c+1} + \frac{c+1}{a+1} \leq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}.$$

5. В треугольнике MNK медианы MM_1 и NN_1 пересекаются в точке O . Докажите, что $MK + NK > 3MN$, если угол MON не является тупым углом.