

МАТЕМАТИКА (10 класс)

Заключительный этап

Вариант 1

1. Даны действительные числа a, b, c . Найдите минимальное значение выражения $(10 + a - b)^2 + (2 + b - c)^2 + (3 + c - a)^2$.
(7 баллов)
2. Для квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами выполнено неравенство $f(x) \geq -\frac{9}{10}$ для всех действительных x . Докажите, что для всех действительных x выполнено $f(x) \geq -\frac{1}{4}$.
(7 баллов)
3. Дана арифметическая прогрессия $a_1 = 25, a_2, a_3, \dots, a_{2025} = 625$.
Вычислите $\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}$.
(7 баллов)
4. Даны многочлены $P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$
и $Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$.
Найдите сумму $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$, где x_1, x_2, x_3, x_4 – корни $Q(x)$.
(7 баллов)
5. Через вершину M некоторого угла, проведена окружность, пересекающая стороны угла в точках N и K , а биссектрису этого угла – в точке L . Найдите сумму длин отрезков MN и MK , если площадь $MNLK$ равна 81, а угол LMN равен 30° .
(7 баллов)