

**МАТЕМАТИКА (8 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Пусть  $x$  и  $y$  — различные положительные числа, причем  $x > y$ .  
Найдите значение выражения  $\frac{x+y}{x^2 + y^2} = \frac{5}{x}xy$ . (7 баллов)
2. Известно, что числа  $a^2 - a$  и  $a^4 - a$  являются целыми числами.  
Докажите, что  $a$  — это целое число. (7 баллов)
3. Пусть  $a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4}$ . Найдите значение произведения  $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdots a_{79}$ . (7 баллов)
4. Дядя Ваня собрал все яблоки в своем саду в две корзины. Присев на лавочку, он взял одно яблоко из первой корзины и переложил его во вторую корзину, в результате чего средний вес яблок в каждой корзине увеличился на 3 г. Через некоторое время он снова взял одно яблоко из первой корзины и переложил его во вторую корзину, в результате чего средний вес яблок в каждой корзине увеличился на 3%. Чему равен средний вес всех яблок у дяди Вани? (7 баллов)
5. В равнобедренном треугольнике  $MNK$  с основанием  $MN$  проведены биссектрисы  $KL$  и  $MP$ . Найдите  $\angle MKN$  треугольника  $MNK$ , если известно, что  $MP = 2KL$ . (7 баллов)