

МАТЕМАТИКА (9 класс)

Заключительный этап

Вариант 1

1. Пусть x и y – различные положительные числа, причем $x > y$.
Найдите значение выражения $\frac{x+y}{x^2 + y^2} = \frac{10}{3}xy$, если известно, что $x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$. (7 баллов)
2. Даны действительные числа $a \geq 1, b \geq 2, c \geq 3$ такие, что $a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$.
Докажите, что $a + b + c \geq 7$. (7 баллов)
3. Пусть $a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4}$. Найдите значение произведения $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdots a_{99}$. (7 баллов)
4. Докажите, что для корней x_1, x_2 многочлена $x^2 + px - \frac{1}{2p^2}$ и любого ненулевого значения p выполняется неравенство $x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$. (7 баллов)
5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. На луче DC отложен отрезок DP равный DA , а на луче BA отложен отрезок BQ равный BC . Верно ли, что при этих условиях прямая BD делит отрезок PQ пополам? Ответ объясните. (7 баллов)