

6-8 классы

Задача 1.

Семья едет на автомобиле из дома на дачу. Первую половину пути они движутся по автомагистрали, а затем сворачивают на проселочную дорогу и скорость автомобиля уменьшается в три раза. Во сколько раз путь, пройденный за первую половину времени движения по автомагистрали больше, чем за вторую? Чему равна средняя скорость за первую половину времени, если средняя скорость на всем пути $v_0 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

Возможное решение:

Обозначим за v скорость на второй половине пути. Тогда на первой она равна nv , а все время движения

$$t = t_1 + t_2 = \frac{S}{2v} \left(\frac{1}{n} + 1 \right)$$

Так как $n > 1$, то за вторую половину времени автомобиль пройдет путь $S_2 = v \frac{t}{2} = \frac{S(n+1)}{4n}$, а за первую $S_1 = S - S_2 = \frac{S(3n-1)}{4n}$.

Тогда искомое отношение $\frac{3n-1}{n+1} = 2$.

Время движения можно записать в виде: $t = \frac{S}{v_0}$. Тогда

$$v_1 = \frac{S_1}{t/2} = v_0 \frac{2S_1}{S} = v_0 \frac{3n-1}{2n} = 80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Критерии:

1. Правильная запись выражения для соотношения скоростей – 2 балла
2. Расчет времени прохождения каждой половины пути — 7 баллов.
2. Расчет пройденного пути на каждом временном интервале— 9 баллов.
3. Формула для средней скорости —7 баллов.

Максимум баллов за эту задачу: **25** баллов.

Задача 2.

Пропускная способность аэропорта Шереметьево составляет 110 бортов в час (взлетов и посадок). В среднем вместимость одного самолета составляет 180 человек, при этом средняя заполненность салона – 80%.

За 2022 год пассажиропоток аэропорта составил 28.4 млн человек.

1. Рассчитайте, сколько в среднем взлетов/посадок в час происходит днем, если считать, что ночью с 1:00 до 5:00 количество бортов уменьшается в 10 раз.
2. Во сколько раз больше пассажиров мог бы обслужить аэропорт, если бы 24 часа в сутки работал с максимальной пропускной способностью?

Возможное решение:

Один самолет в среднем перевозит $180 \cdot 0.8 = 144$ пассажира

За день аэропорт обслуживает $28.4 \text{ млн} / 365 \text{ дней} = 77\,808 \text{ чел/день}$

В сутках 24 часа, из них 4 часа (с 1:00 до 5:00) – ночь и 20 часов – день. Примем за x количество бортов в час ночью, составим уравнение:

$$4 \cdot 144x + 20 \cdot 144 \cdot 10x = 77\,808$$

$$576x + 28800x = 77\,808$$

$$X = 77808 / (28800 + 576) = 2.6$$

Днем происходит $10x = 26$ взлетов\посадок в час в среднем

Если бы аэропорт работал на максимум, он бы обслуживал в час:

$$144 \cdot 110 = 15840 \text{ человек}$$

В год:

$$15840 \cdot 24 (\text{часа}) \cdot 365 (\text{дней}) = 138\,758\,400 \text{ человек, что в}$$

$$138\,758\,400 / 28\,400\,000 = 4.9 \text{ раз больше, чем сейчас}$$

Критерии:

1. Ответ на первый вопрос верный, но решения нет — 3 балла
1. Ответ на второй вопрос верный, но решения нет — 2 балла
2. Описаны правильно формулы и верна логика — 10 баллов.
3. Проведены расчеты и получен верный ответ — 10 баллов.

Максимум баллов за эту задачу: **25** баллов.

Задача 3.

При закалке ножа кузнец Прохор раскаленный железный клинок массой $m_{\text{ж}} = 100 \text{ г}$ при температуре $t_{\text{ж}} = 600^\circ\text{C}$ бросает в воду массой $m_{\text{в}} = 200 \text{ г}$ при температуре $t_{\text{в}} = 20^\circ\text{C}$. Определить установившуюся температуру воды, пренебрегая теплообменом с окружающей средой за время ее установления.

Теплоемкость воды $c_{\text{в}} = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, железа $c_{\text{ж}} = 640 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, удельная теплота парообразования воды $L_{\text{в}} = 2.3 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$.

Возможное решение:

До достижения железом температуры 100°C при теплообмене испарится часть воды массой:

$$m_1 = \frac{c_{\text{ж}} m_{\text{ж}} (t_{\text{ж}} - t_{\text{к}})}{L_{\text{в}}}$$

Оставшаяся масса воды нагреется при теплообмене согласно уравнения теплового баланса:

$$(m_{\text{в}} - m_1) c_{\text{в}} (t - t_{\text{в}}) = c_{\text{ж}} m_{\text{ж}} (t_{\text{к}} - t)$$

Подставляя численные значения, получаем $t = 26,14^\circ\text{C}$.

Критерии:

1. Учет испарения воды – 5 баллов
2. Уравнение теплового баланса воды и железа— 10 баллов / уравнение теплового баланса воды и железа с учетом испарения воды – 13 баллов.
3. Численный расчет — 7 баллов.

Максимум баллов за эту задачу: **25** баллов.

Задача 4.

Содержание витамина С в разных фруктах указано в таблице. Сколько яблок, бананов и апельсинов необходимо в неделю выдавать 6-классникам в столовой летнего лагеря, чтобы покрыть необходимость в витамине С. Норма потребления для детей 9-13 лет составляет примерно 50 мг/день. Фрукты выдаются только целыми. Допускается превышение дневной дозы не более, чем в два раза, однако суммарное количество за неделю должно быть в пределах нормы, при этом количество выдаваемых фруктов в день от 1 до 2. Предложите все возможные варианты.

Фрукт	Средний вес фрукта	Содержание витамина на 100 г
яблоко	200 г	5 мг
банан	150 г	10 мг
апельсин	200 г	50 мг

Возможное решение:

В 1 яблоке 10 мг

В банане – 15 мг

В апельсине 100 мг

Составим уравнение, которое должно быть решено в целых числах, сумма которых не менее 7 и не более 14

$$10*x + 15*y + 100 *z = 50*7$$

$$Z=3, x=5, y=0$$

$$Z=3, x=3, y=2$$

$$Z=2, x=0, y=10$$

$$Z=2, x= 3, y=8$$

$$Z=2, x=6, y=6$$

Критерии

1. За каждый правильный вариант ответа без приведенного решения – 2 балла (12 баллов за все верные ответы)
2. Рассчитаны количества витамина С в каждом фрукте – 6 балла
3. Составлено правильно уравнение – 2 балла
4. Проведены расчеты и получены верные ответы—6 баллов.
5. Рассчитана норма на неделю – 1 балл.

Максимум баллов за эту задачу: **25** баллов.