

Инженерные науки

11 класс

Задача 1. Жаропонижающее.

В древности в качестве жаропонижающего средства использовался экстракт коры ивы, содержащий простой эфир глюкозы. Из данного эфира в две стадии – кислотный гидролиз на воздухе и ацилирование может быть получен очень известный препарат, который также обладает жаропонижающим действием, но при этом значительно более эффективен, чем исходное сырье.

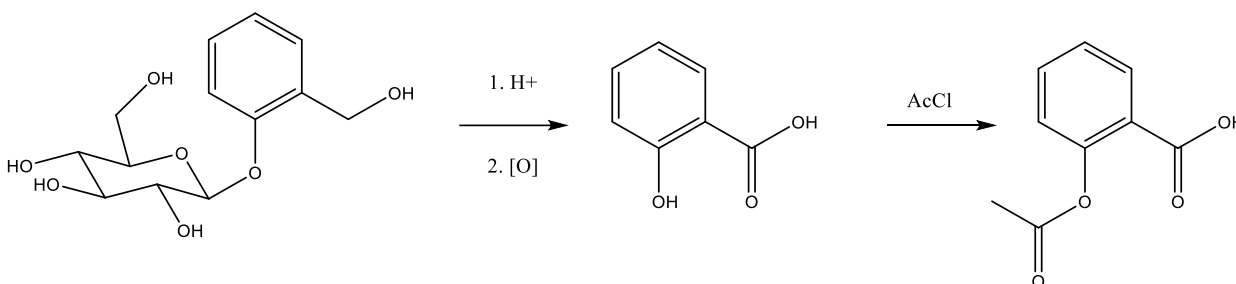
Назовите данный препарат и напишите упомянутые химические реакции, а также рассчитайте сколько его можно получить из 1 кг сухой коры ивы, если содержание в ней исходного эфира составляет от 0.2 до 1.5 %, а выходы реакций – 60-85% на первой стадии и 95% на второй стадии.

Возможное решение:

Препарат – ацетилсалициловая кислота (аспирин)

Исходное вещество в коре ивы – салицин

Реакции получения аспирина из салицина:



Расчет:

$$m(\text{аспирина}) = m(\text{коры}) \cdot \omega \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot M(\text{аспирина}) / M(\text{салицина})$$

ω – массовая доля салицина в коре

γ – выход реакции

Ответ: от 0.72 г до 7.6 г

Критерии:

- 1) Написана формула аспирина – 3 балла.
- 2) Написана формула салицина – 5 баллов.
- 3) Описаны реакции – 10 баллов.
- 4) Составлена формула для расчета – 5 баллов.
- 5) Получен правильный ответ – 2 балла.

Итого: 25 баллов

Задача 2. Электролиз.

При полном электролизе расплава некоторого вещества в инертной атмосфере в течение T часов и токе $(10/T)$ А образовалось 4,3 г некоторого металла. (Данный процесс исторически был использован для производства этого металла в индустрии и имеет своё название).

Определить: 1) какой металл был произведён;

2) какое вещество было подвергнуто электролизу и какие при этом происходили процессы.

Справочные данные: постоянная Фарадея $F = 96500$ Кл/моль.

Возможное решение.

Согласно закону Фарадея масса M вещества, выделившегося на каждом из электродов пропорциональна силе тока I и времени T (выраженном в секундах) прохождения тока через расплав электролита:

$$M = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{n} \cdot I \cdot T, \quad (1)$$

где μ – молярная (или атомная) масса вещества, n – валентность атома (или группы атомов), из которого образовался ион, F – постоянная Фарадея. Таким образом, из (1) можно найти отношение μ/n :

$$\frac{\mu}{n} = \frac{M \cdot F}{I \cdot T} \quad (2)$$

Подставляя численные данные, получаем, что отношение

$$\frac{\mu}{n} = 11,5 \text{ г/моль.} \quad (3)$$

Пользуясь таблицей Д.И. Менделеева, попробуем путём перебора n установить металл, образовавшийся на электроде:

а) если $n = 1$, то $\mu = 11,5$ г/моль. Такого металла не существует.

б) если $n = 2$, то $\mu = 23$ г/моль. Такой металл существует, это **натрий Na**. Однако натрий – это щелочной металл, который имеет валентность, равную единице.

Попытаемся устранить получившееся противоречие. Противоречия можно избежать, если принять, что $n = 1$, однако выход конечного продукта (металла) по току составляет лишь половину от возможного. Такой метод получения металлического натрия называется процесс Кастнера. Кастнер предложил этот способ получения натрия в 1890 году из **расплава безводного гидроксида натрия NaOH**. Расплавленный едкий натр образует только ионы Na^+ и OH^- .

На электродах протекают следующие электрохимические реакции:

На катоде образуется металлический натрий:



На аноде образуется вода и кислород:



То есть на 4 атома натрия образуется 2 молекулы воды.

Вода, образующаяся у анода, диффундирует в околокатодное пространство и вступает в реакцию с металлическим натрием согласно реакции:



Если вся вода, образующаяся в анодном пространстве, прореагирует с натрием, то выход металла на катоде составит только 50%.

Таким образом, в уравнение (1) вместо M нужно подставить $2M$ (поскольку изначально металла было в 2 раза больше). В таком случае:

$$\frac{\mu}{n} = \frac{(2M) \cdot F}{I \cdot T} \quad (7)$$

$$\frac{\mu}{n} \approx 23 \text{ г/моль, где } n = 1.$$

Пример. $T = 10 \text{ ч} = 36000 \text{ с}$; $I = 10/T = 1 \text{ А}$; $M = 4,3 \text{ г}$
10 часов = 36000 секунд

$$\frac{\mu}{n} = \frac{(2 \cdot 4,3 \cdot 10^{-3}) \cdot 96500}{1 \cdot 36000} \approx 23 \cdot 10^{-3} \text{ (кг/моль)}$$

Окончательная формула с вариативными переменными:

$$MU_n = (2 \cdot 96,5 \cdot 4,3) / (3600 \cdot T \cdot 10/T) = 0,023$$

Ответ: 1) металл натрий (Na);

2) электролизу было подвергнуто вещество NaOH

Ответ:

1) при $T = 2,5 \text{ ч}$; $I = 4 \text{ А}$: $MU_n = 0,023 \text{ кг/моль}$; Na; NaOH

Критерии.

- 1) Запись уравнения Фарадея (1) – 3 балла.
- 2) Получение результата (2) – 1 балл.
- 3) Установление факта (возможно, и без объяснения (п.6)), что на катоде образовался натрий Na, – 5 баллов.
- 4) Правильный ответ на второй вопрос (какое вещество подвергали электролизу – NaOH) – 5 баллов.
- 5) Запись электрохимических реакций (4)-(5) и химической реакции (6) – 6 баллов.
- 6) Вывод о том, что в результате электролиза на катоде оседает лишь половина от всей массы металла, запись уравнения (7) – 5 баллов.

Итого: 25 баллов

Задача 3. Аттракцион

Горизонтальная подставка с грузом совершает гармонические колебания по вертикали в поле тяжести $g = 10 \text{ м/с}^2$ с амплитудой $A = 5 \text{ см}$. При какой частоте колебаний силы давления груза на подставку в крайних точках отличаются в n раз? Ответ записать с точностью до сотых долей.

Справочные материалы.

Принять $\pi \approx 3,14$.

Возможное решение:

Закон движения по вертикали имеет вид:

$$z = A \sin \omega t$$

Отсюда ускорения в верхней и нижней точках:

$$a_{\text{в}} = -A\omega^2, a_{\text{н}} = A\omega^2$$

Второй закон Ньютона для верхней и нижней точек имеет вид:

$$ma_{\text{в}} = N_{\text{в}} - mg = -mA\omega^2, \quad ma_{\text{н}} = N_{\text{н}} - mg = mA\omega^2$$

$$n = \frac{N_{\text{н}}}{N_{\text{в}}} = \frac{g + A\omega^2}{g - A\omega^2}; \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi}; \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{A} \cdot \frac{n-1}{n+1}} = 1,84 \text{ Гц}$$

Ответ: при $n = 5$: $\nu = 1,84 \text{ Гц}$

Критерии:

1. Правильно записан второй закон Ньютона для движения груза на подставке для верхней и нижней точек — 8 баллов.
 2. Записан закон периодического движения (временная зависимость координаты) — 7 баллов.
 3. Записаны силы реакции в верхней и нижней точках — 5 баллов.
 4. Получена правильная окончательная формула для ν – 5 баллов
- Максимум баллов за эту задачу: **25 баллов.**

Задача 4 (Заряд в магнитном поле).

Точечный заряд $Q = 1$ нКл помещён в постоянное однородное магнитное поле $\vec{B}$, величина которого равна $B = 1$ Тл. Точечный заряд $q = 1$ нКл, имеющий массу $m = 10^{-8}$ кг, вращается по окружности, в центре которой находится заряд Q . Чему равен наибольший период обращения заряда q , если известно, что радиус окружности, по которой он вращается, равен R ? Траектория заряда лежит в плоскости, содержащей Q и перпендикулярной $\vec{B}$. Ответ выразите в секундах и округлите до целого числа.

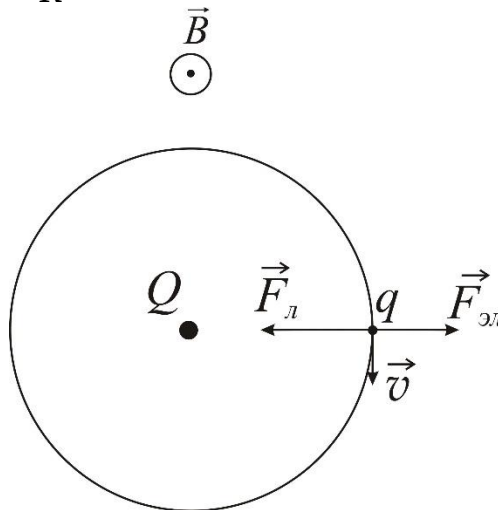
Справочные данные: постоянная в законе Кулона: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 4 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$

Возможное решение:

Запишем второй закон Ньютона в проекции на нормаль, считая, что магнитное поле направлено к зрителю из-за плоскости рисунка, а заряд q – вращается по часовой стрелке со скоростью v (см. рисунок):

$$ma_{\text{ц}} = F_{\text{л}} - F_{\text{эл}}, \text{ где}$$

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}, F_{\text{л}} = Bqv, F_{\text{эл}} = \frac{kQq}{R^2}.$$



Подставляя $a_{\text{ц}}$, $F_{\text{л}}$ и $F_{\text{эл}}$, получаем:

$$\frac{mv^2}{R} = Bqv - \frac{kqQ}{R^2}$$

Решая полученное квадратное уравнение относительно v , находим:

$$v = \frac{v_B}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{v_B}{2}\right)^2 - v_E^2}$$

$$\text{где } v_B = \frac{BqR}{m}, v_E = \sqrt{\frac{kqQ}{mR}}.$$

Скорость движения постоянна по величине, так как касательные проекции сил отсутствуют. Таким образом, для периода получаем:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{4\pi m}{Bq} \cdot \frac{1}{1 \pm \sqrt{1 - \frac{4kQm}{qB^2 R^3}}}$$

Анализ данного соотношения показывает, что в случае отталкивания между зарядами ($Q > 0$) по круговой орбите заданного радиуса возможно движение с двумя значениями скорости, стремящимися друг к другу при его уменьшении. Однако, если при этом $R < \sqrt[3]{\frac{4kQm}{qB^2}}$ то равновесное движение по такой орбите невозможно, так как магнитная сила не сможет скомпенсировать кулоновское отталкивание.

Для заданных параметров задачи (Q, q, m, B) величина радиуса $R > \sqrt[3]{\frac{4kQm}{qB^2}}$.

Поэтому заряд q движется равномерно и его наибольший период обращения равен:

$$T_{\max} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{4\pi m}{Bq} \cdot \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \frac{4kQm}{qB^2 R^3}}}$$

Ответ:

1) $R = 10$ м, $T_{\max} = 628$ с.

Критерии:

1. Записан второй закон Ньютона для движения заряда — 6 баллов.
2. Сделан рисунок с указанием возможного направления электромагнитных сил — 3 балла.
3. Получено решение квадратного уравнения для скорости, сделан вывод о существовании двух равновесных орбит и записана формула для периода — 7 баллов.
4. Проведен анализ дискриминанта уравнения и проверка, что радиус из условия удовлетворяет корректному решению задачи — 6 баллов.
5. Получено правильное численное значение максимального периода — 3 балла.

Максимум баллов за эту задачу: **25** баллов.