

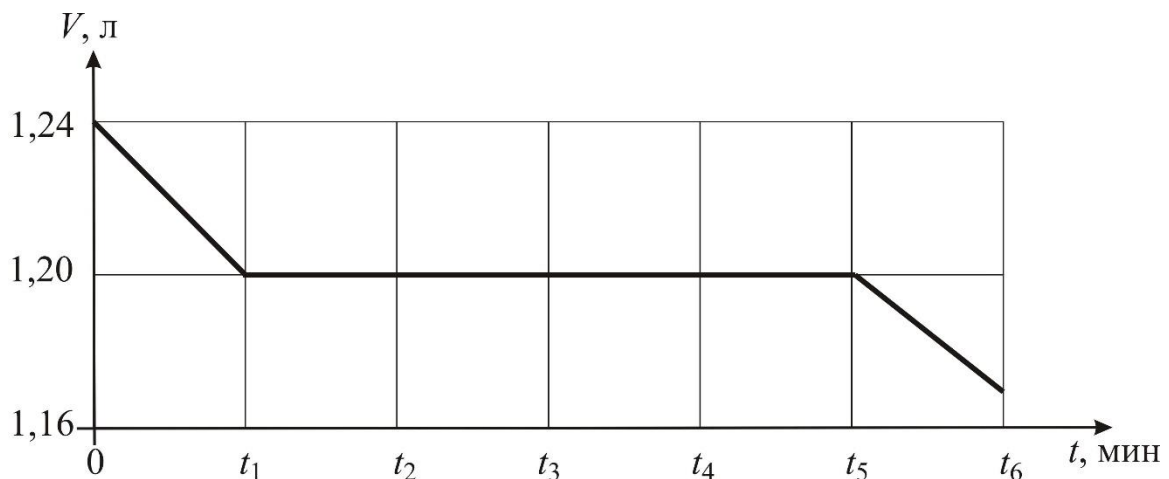
Олимпиада «Ломоносов» 2024/25

Инженерные науки

9-10 классы

Задача 1. Эксперимент по определению удельной теплоты плавления льда.

Для того, чтобы определить удельную теплоту плавления льда, ученик поместил некоторое количество льда в кастрюлю, в дно которой был встроен электронагреватель. Боковые стенки кастрюли сделаны из термостекла, на которую нанесены мерные деления, отмечающие объём. Далее ученик налил в кастрюлю холодную воду и с помощью специальной мелкоячеистой сеточки закрепил лёд так, чтобы тот полностью оказался под водой и не мог всплыть. Первоначальная температура воды и льда была $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Затем ученик, накрыв кастрюлю крышкой, включил электронагреватель и стал наблюдать за объёмом занимаемым водой со льдом. Результаты своих наблюдений ученик отметил на графике, на котором отобразил зависимость уровня воды в кастрюле от времени (см. рисунок). цена деления $\Delta t = 2 + X$. **Какое значение удельной теплоты плавления льда получил ученик?** Электронагреватель за всё время наблюдений работал с постоянной мощностью. Теплоёмкостью кастрюли и электронагревателя, а также потерями теплоты в окружающее пространство пренебречь.



Справочные данные: Удельная теплоёмкость воды $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$; плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$; плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг}/\text{м}^3$. Атмосферное давление в комнате 10^5 Па .

Требования к ответу:

Ответ выразите в кДж/кг и представьте в виде числа, округляя до целых без указания единиц измерения.

Дано:

$$V_1 = 1,24 \text{ л}$$

$$V_2 = 1,20 \text{ л}$$

$$t_1$$

$$t_2$$

$$c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$$

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$$

$$\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг}/\text{м}^3$$

$$\lambda - ?$$

Возможное решение:

Очевидно, что первоначальное понижение уровня воды в кастрюле в первые t_1 минут связано с тем, что при плавлении куска льда тот превращается в воду, объём которой меньше объёма, вытесняемого льдом, по условиям эксперимента целиком погружённого в воду.

$V_1 = V'_B + V_L$, где V'_B – первоначальный объём воды в кастрюле, V_L – объём льда.

После плавления льда:

$V_2 = V'_B + V_B$, где $V_B = \frac{\rho_L}{\rho_B} V_L$.

Из первых двух соотношений выразим разность $V_1 - V_2$:

$$V_1 - V_2 = (V'_B + V_L) - (V'_B + V_B) = V_L - V_B = V_L \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_B} \right) \quad (1)$$

Количество теплоты, переданное системе, пока в кастрюле происходило плавление льда:

$$Pt_1 = \lambda m_L = \lambda \rho_L V_L = \frac{\lambda \rho_L (V_1 - V_2)}{\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_B} \right)}, \quad (2)$$

После того, как весь лёд растаял, объём воды перестал меняться. Он оставался неизменным, пока в кастрюле происходило нагревание воды, до момента времени t_5 , когда в системе началось кипение, и вода стала испаряться, а её объём в кастрюле снова начал уменьшаться. Значит, можно утверждать, что за промежуток времени $t_5 - t_1$ вода нагрелась на $\Delta T = 100^\circ\text{C}$.

Количество теплоты, переданное системе, пока в кастрюле происходило нагревание воды на $\Delta T = 100^\circ\text{C}$:

$$P(t_5 - t_1) = c \rho_B V_2 \Delta T \quad (3)$$

Разделив (2) на (3), получим соотношение:

$$\frac{t_1}{t_5 - t_1} = \frac{\lambda \rho_L (V_1 - V_2)}{\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_B} \right) c \rho_B V_2 \Delta T} = \frac{\lambda \rho_L (V_1 - V_2)}{(\rho_B - \rho_L) \cdot c V_2 \Delta T} \quad (4)$$

Из получившегося соотношения (4) выразим величину удельной теплоты плавления λ льда:

$$\lambda = \frac{t_1}{(t_5 - t_1)} \cdot \frac{c V_2 (\rho_B - \rho_L) \cdot \Delta T}{\rho_L \cdot (V_1 - V_2)} \quad (5)$$

Подставляя численные данные, получим:

$$\lambda = \frac{t_1}{(t_5 - t_1)} \cdot \frac{4200 \cdot 1,20 \cdot (1000 - 900) \cdot 100}{900 \cdot (1,24 - 1,20)} = 350000 (\text{Дж/кг}) = 350 (\text{кДж/кг})$$

Окончательная формула:

$$\lambda = (t_1 / (t_5 - t_1)) \cdot 1400000$$

$\lambda = 1400000 \cdot ((2 + X) / ((2 + X) \cdot 4))$ – здесь $(2 + X)$ сокращается, поэтому окончательная формула: $\lambda = 1400000 / 4$.

Ответ: $\lambda = 350 \text{ кДж/кг}$

Критерии:

- 1) Нахождение по графику времени плавления льда (t_1) и времени нагревания воды на 100°C ($t_5 - t_1$) – 2 балла.
- 2) Нахождение связи между объёмом льда и объёмом образовавшейся из этого льда воды – 3 балла.
- 3) Нахождение связи между изменением объёма воды в кастрюле ($V_1 - V_2$) и объёмом льда $V_{\text{л}}$, запись выражения (1) – 5 баллов.
- 4) Запись выражения (2) для количества теплоты, переданного системе при плавлении льда – 5 баллов.
- 5) Запись выражения (3) для количества теплоты, переданного системе при нагревании воды на 100°C – 5 баллов.
- 6) Решение системы уравнений (2)-(3) и нахождение λ – 5 баллов.

Итого: 25 баллов

Задача 2. Аккумулятор мобильного телефона.

Ёмкость аккумуляторов мобильных телефонов (смартфонов) часто измеряют в миллиампер-часах (мА·ч). Эта величина показывает, сколько бы часов проработал аккумулятор, если бы через него протекал ток в 1 мА.

Для сравнения работы двух разных аккумуляторов взяли два мобильных телефона: у первого мобильного телефона ёмкость аккумулятора равна $q_1 = 5000 \text{ мА} \cdot \text{ч}$, а у второго $q_2 = 3500 \text{ мА} \cdot \text{ч}$.

Первый телефон после зарядки проработал t ч, после чего разрядился. Напряжение на этом аккумуляторе во время работы было почти постоянно и равно $U = 3,6 \text{ В}$.

- 1) Найдите среднюю мощность, используемую первым мобильным телефоном за время t . Полученную величину запишите в ваттах, округлив её до сотых.

Аккумулятор второго мобильного телефона работал до своей полной разрядки при том же постоянном напряжении U , что и первый телефон, но при этом средняя мощность, используемая вторым телефоном, была в 2 раза ниже, чем у первого телефона.

- 2) Найдите, сколько времени t_2 проработал второй мобильный телефон до полной разрядки своего аккумулятора. Полученную величину запишите в часах, округлив её до десятых.

Решение.



- 1) Работа электрического тока, протекающего в аккумуляторе мобильного телефона $A = I \cdot U \cdot t = q \cdot U$

Средняя мощность, используемая первым телефоном за время t_1 : $P_1 = \frac{A_1}{t_1} = \frac{q_1 U}{t_1}$

$$P_1 = \frac{q_1 \cdot U}{t_1} = \frac{q_1 \cdot 3,6}{t_1} \text{ (Вт)}$$

Окончательная формула:

1) $P_1 = 18/t_1$

- 2) Средняя мощность, используемая вторым телефоном за время t_2 :

$$P_2 = \frac{q_2 \cdot U}{t_2} = \frac{P_1}{2};$$

Отсюда:

$$t_2 = \frac{q_2 \cdot U}{P_2} = \frac{2q_2 \cdot U}{P_1} = \frac{2q_2}{q_1} t_1 = 105 \text{ (ч)}$$

Окончательная формула:

2) $t_2 = 1,4 \cdot t_1$

Ответ:

1) $P_1 = 18/t_1$

2) $t_2 = 1,4 \cdot t_1$

Критерии.

- 7) Запись работы электрического тока, протекающего через аккумулятор – 5 баллов.
8) Нахождение средней мощности, используемой первым мобильным телефоном за время t_1 – 10 баллов.
9) Нахождение времени работы аккумулятора второго мобильного телефона – 10 баллов.

Итого: 25 баллов



Задача 3. Кузнечик.

На горизонтальной поверхности на боку лежит бочка правильной цилиндрической формы радиуса R . Рядом с бочкой сидит кузнечик. С какой наименьшей скоростью u кузнечик должен подпрыгнуть, чтобы при перепрыгивании бочки он коснулся в полёте её верхней точки? Траектория кузнечика и дно бочки лежат в одной вертикальной плоскости.

Справочные данные: ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$

Требования к ответу

Ответ выразите в м/с и представьте в виде числа, округляя до сотых долей, без указания единиц измерения.

Возможное решение:

В системе отсчёта, связанной с землёй, запишем уравнение сохранения энергии кузнечика в момент прыжка и в тот момент, когда он касается верхней точки бочки:

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + 2mgR, \quad (1)$$

где u – скорость кузнечика в момент прыжка с земли, v – скорость кузнечика в верхней точке бочки, R – радиус бочки, m – масса кузнечика.

В верхней точке бочки скорость v кузнечика направлена строго горизонтально, при этом верхняя точка окружности бочки совпадает с вершиной параболы, по которой движется кузнечик. Радиус кривизны параболы в верхней точке при наименьшей скорости прыжка должен быть равен радиусу окружности – тогда окружность ещё вписывается в параболу. Условием этого является то, что в верхней точке параболы ускорение кузнечика есть нормальное (центростремительное) ускорение при движении по окружности, и оно равно g :

$$\frac{v^2}{R} = g \quad (2)$$

Сокращая в (1) массу m и подставляя выражение (2) в (1), получаем:

$$\frac{u^2}{2} = \frac{gR}{2} + 2gR, \quad (3)$$

откуда

$$u = \sqrt{5gR} \quad (4)$$

Окончательная формула:

$$u = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot R}$$

Ответ:

1) при $R = 0,2$: $u = 3,16$

Критерии:

1. Правильно записано уравнение сохранения механической энергии – 10 баллов.
2. Указано, что в верхней точке параболы центростремительное ускорение кузнечика при движении по окружности равно g – 5 баллов.
3. Получена правильная окончательная формула (4) – 5 баллов.
4. Приведён правильный ответ – 5 баллов.

Максимум баллов за эту задачу: **25** баллов.

Задача 4. Разделение катионов.

Предложите метод разделения катионов меди (II), бария (II), магния (II) и натрия (I) из раствора, содержащего их нитраты. Рассчитайте какое количество каждого из металлов (в виде простых веществ) можно получить из 1 кг исходного раствора, если массовая доля нитратов меди (II), железа (III), никеля (II) и натрия (I) составляет 5, 7, 12 и 9 % соответственно.

Возможное решение 1 (для меди (II), бария (II), магния (II) и натрия (I)):

1. Добавить NaOH

В осадок выпадут $\text{Cu}(\text{OH})_2$ и $\text{Mg}(\text{OH})_2$, таким образом они фильтрованием отделятся от NaOH и $\text{Ba}(\text{OH})_2$.

2. К смеси NaOH и $\text{Ba}(\text{OH})_2$ добавить сначала азотную кислоту для перевода их обратно в нитраты, а затем разбавленной серной кислоты, таким образом BaSO_4 выпадет в осадок.

3. К смеси $\text{Cu}(\text{OH})_2$ и $\text{Mg}(\text{OH})_2$ добавить сначала азотную кислоту для перевода их обратно в нитраты, а затем плавиковой кислоты, либо любого растворимого фторида для осаждения MgF_2 .

А также любые другие разумные варианты

4. Формула для расчета: $m(\text{металла}) = (w \cdot I_{\text{кз}}) / M(\text{нитрата}) \cdot M(\text{металла})$

w – массовая доля

Ответ:

Меди – 16.9 г (0.267 моль)

Бария – 36.7 г (0.268 моль)

Магния – 19.5 г (0.811 моль)

Натрия – 24.4 г (1.059 моль)

Возможное решение 2 (для нитратов меди (II), железа (III), никеля (II) и натрия (I):

1. Добавить раствор аммиака, в осадок выпадет $\text{Fe}(\text{OH})_3$.

2. Добавить диметилглиоксим для осаждения катиона Ni

3. Добавить NaOH , в осадок выпадет $\text{Cu}(\text{OH})_2$

А также любые другие разумные варианты

Формула для расчета: $m(\text{металла}) = (w \cdot I_{\text{кз}}) / M(\text{нитрата}) \cdot M(\text{металла})$, где w – массовая доля.

Ответ:

Меди – 16.9 г (0.267 моль)

Железа – 16.3 г (0.290 моль))

Никеля – 38.8 г (0.657 моль)

Натрия – 24.4 г (1.059 моль)

Критерии:

- 1) Правильно определен порядок разделения – 15 баллов.
- 2) Правильно составлена формула для расчета – 5 баллов.
- 3) Правильно сделаны расчеты – 5 баллов.