

Олимпиада школьников "Шаг в будущее"

Профиль: компьютерное моделирование и графика; тур по математике и инженерной графике

Вариант: 1

Класс: 11

Задача 1 (10 баллов). Найдите миллионную цифру после запятой в десятичной записи дроби $3/41$.

Задача 2 (10 баллов). Даны вершины правильного 100-угольника $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{100}$. Сколькими способами из них можно выбрать три вершины, образующие тупоугольный треугольник? Ответ обосновать.

Задача 3 (12 баллов). Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{4a \sin^2 t + 4a(1 + 2\sqrt{2}) \cos t - 4(a - 1) \sin t - 5a + 2}{2\sqrt{2} \cos t - \sin t} = 4a$$

имеет ровно два различных решения в интервале $(0; \pi/2)$.

Задача 4а (10 баллов).

Задача 4б (8 баллов). Найдите угол между плоскостями BCE и AFE (см. условие задачи 4а).

Задача 4а.

Даны две проекции треугольника ABC и горизонтальная проекция треугольника DEF . Плоскость треугольника DEF параллельна плоскости треугольника ABC и выше ее на 20 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух пирамид $ABCE$ и $DEFA$ с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить проекции фигуры, общей для обеих пирамид;
- 3) определить натуральную величину искомой фигуры с помощью графических построений;
- 4) обозначить видимость ребер пирамид;
- 5) оформить все изображения по ГОСТ 2.303-306;
- 6) обозначить и сохранить на чертеже линии построения натуральной величины фигуры, общей для обеих пирамид.

Задача 5 (15 баллов). Даны две проекции призмы. Требуется:

- 1) дополнить заданную деталь вставками по привязкам в точках A и B , в соответствии с ориентацией по координатным осям;
- 2) выполнить для полученной детали три вида в проекционной связи;
- 3) на месте соответствующего основного вида оформить изображение как соединение половины вида и половина разреза $A-A$
- 4) главный вид оформить фронтальным разрезом;
- 5) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
- 6) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
- 7) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
- 8) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.

Построения выполнить на обратной стороне листа.

Олимпиада школьников "Шаг в будущее"

Профиль: компьютерное моделирование и графика; тур по математике и инженерной графике

Вариант: 2

Класс: 11

Задача 1 (10 баллов). Найдите миллионную цифру после запятой в десятичной записи дроби $1/41$.

Задача 2 (10 баллов). Даны вершины правильного 120-угольника $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{120}$. Сколькими способами из них можно выбрать три вершины, образующие тупоугольный треугольник? Ответ обосновать.

Задача 3 (12 баллов). Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{4a \cos^2 t + 4a(2\sqrt{2} - 1) \cos t + 4(a - 1) \sin t + a + 2}{\sin t + 2\sqrt{2} \cos t} = 4a$$

имеет ровно два различных решения в интервале $(-\pi/2; 0)$.

Задача 4а (10 баллов).

Задача 4б (8 баллов). Найдите угол между плоскостями BCE и ADE (см. условие задачи 4а).

Задача 4а.

Даны две проекции треугольника ABC и горизонтальная проекция треугольника DEF . Плоскость треугольника DEF параллельна плоскости треугольника ABC и выше ее на 40 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух пирамид $ABCD$ и $DEFA$ с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить проекции фигуры, общей для обеих пирамид;
- 3) определить натуральную величину искомой фигуры с помощью графических построений;
- 4) обозначить видимость ребер пирамид;
- 5) оформить все изображения по ГОСТ 2.303-306;
- 6) обозначить и сохранить на чертеже линии построения натуральной величины фигуры, общей для обеих пирамид.

Задача 5 (15 баллов). Даны две проекции призмы. Требуется:

- 1) дополнить заданную деталь вставками по привязкам в точках A и B , в соответствии с ориентацией по координатным осям;
- 2) выполнить для полученной детали три вида в проекционной связи;
- 3) на месте соответствующего основного вида оформить изображение как соединение половины вида и половина разреза $A-A$
- 4) главный вид оформить фронтальным разрезом;
- 5) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
- 6) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
- 7) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
- 8) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.

Все построения выполнить на обратной стороне листа.

Олимпиада школьников "Шаг в будущее"

Профиль: компьютерное моделирование и графика; тур по математике и инженерной графике

Вариант: 3

Класс: 11

Задача 1 (10 баллов). Последовательность действительных чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ удовлетворяет неравенствам $a_n - 2022a_{n+1} + 2021a_{n+2} \geq 0$ при $n = 1, 2, 3, \dots, 98$, и $a_{99} - 2022a_{100} + 2021a_1 \geq 0$, $a_{100} - 2022a_1 + 2021a_2 \geq 0$. Найдите a_{22} , если $a_{10} = 10$.

Задача 2 (10 баллов). Найдите вероятность того, что случайно выбранное натуральное пятизначное число с неповторяющимися цифрами, составленное из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, делится на 8 без остатка.

Задача 3 (12 баллов). Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{|\cos t - 0,5| + |\sin t| - a}{\sqrt{3} \sin t - \cos t} = 0$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[0; \pi/2]$. Укажите количество различных решений этого уравнения на отрезке $[0; \pi/2]$ при каждом найденном значении параметра a .

Задача 4а (10 баллов).

Задача 4б (8 баллов). Найдите угол между плоскостями BCD и AFE (см. условие задачи 4а).

Задача 4а.

Даны две проекции треугольника ABC и горизонтальная проекция треугольника DEF . Плоскость треугольника DEF параллельна плоскости треугольника ABC и выше ее на 40 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух пирамид $ABCD$ и $DEFA$ с соблюдением проекционной связи;
- 2) построить проекции фигуры, общей для обеих пирамид;
- 3) определить натуральную величину искомой фигуры с помощью графических построений;
- 4) обозначить видимость ребер пирамид;
- 5) оформить все изображения по ГОСТ 2.303-306;
- 6) обозначить и сохранить на чертеже линии построения натуральной величины фигуры, общей для обеих пирамид.

Задача 5 (15 баллов). Даны две проекции призмы. Требуется:

- 1) дополнить заданную деталь вставками по привязкам в точках A и B , в соответствии с ориентацией по координатным осям;
- 2) выполнить для полученной детали три вида в проекционной связи;
- 3) на месте соответствующего основного вида оформить изображение как соединение половины вида и половина разреза $A-A$
- 4) главный вид оформить фронтальным разрезом;
- 5) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
- 6) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
- 7) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
- 8) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.

Построения выполнить на обратной стороне листа.