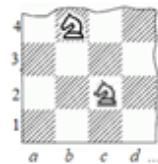
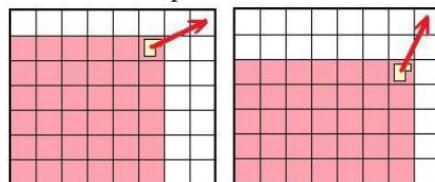


Решение варианта №1 (Математика - 10 класс)

1. На шахматную доску, состоящую из 8×7 клеток, поставили двух белых коней. С какой вероятностью они будут находиться под защитой друг друга? (Конь ходит буквой «Г», т.е. он может пойти на одно из полей, ближайших к тому, на котором он стоит, но не на той же самой горизонтали, вертикали или диагонали.) (10 баллов)

**Решение:**

Решение. Сосчитаем количество позиций, где тот белый конь, который стоит левее, защищает другого по каждому из 4 возможных векторов.



Чтобы защищать по вектору $(2;1)$ (рис. слева), конь должен стоять на одной из $6 \cdot 6 = 36$ закрашенных клеток, при этом позиция другого коня определяется однозначно; аналогичная картина для вектора $(2; -1)$.

Чтобы защищать по вектору $(1;2)$ (рис. справа), конь должен стоять на одной из $7 \cdot 5 = 35$ закрашенных клеток, при этом позиция другого коня определяется однозначно; аналогичная картина для вектора $(1; -2)$.

Вычислим вероятность, разделив число найденных позиций на число всех позиций двух одинаковых коней:

$$P = \frac{2 \cdot 36 + 2 \cdot 35}{C_{56}^2} = \frac{2 \cdot 71}{56 \cdot 55/2} = \frac{71}{14 \cdot 55}$$

Ответ: 71/770.

2. В остроугольный треугольник ABC со сторонами $AB = 8$, $BC = 9,5$ вписана окружность с центром в точке O , которая касается сторон BC и AB в точках M и N соответственно. На прямой MN отмечена точка K так, что угол OCK равен 60° . Найдите площадь четырехугольника $BOCK$, если площадь треугольника ABC равна $21\sqrt{3}$. (10 баллов)

Решение.

Используя формулу $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin \beta$, $\beta = \angle ABC$, найдем угол β : $21\sqrt{3} = \frac{19 \cdot 8}{4} \sin \beta$,

$$\sin \beta = \frac{21\sqrt{3}}{38}, \quad \cos \beta = \frac{11}{38}.$$

По теореме косинусов найдем сторону AC :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \beta = 64 + 361/4 - 44 = 441/4, \quad AC = 10,5. \text{ Используя формулу}$$

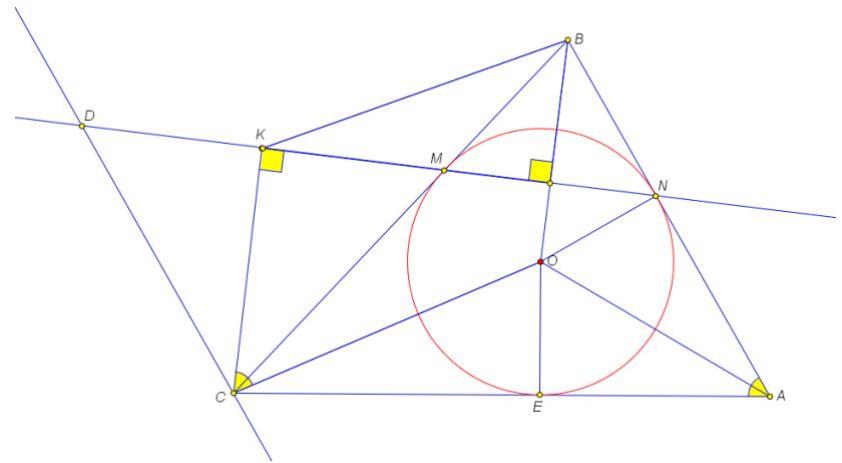
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \alpha, \quad \alpha = \angle BAC,$$

$$\text{найдем угол } \alpha: 21\sqrt{3} = \frac{21 \cdot 8}{4} \sin \alpha,$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \alpha = 60^\circ.$$

Проведем прямую CD , $CD \perp AB$, D - точка пересечения с прямой MN .

Треугольники BMN и CMD - подобные равнобедренные треугольники. Если CK_1 - биссектриса



треугольника MCD , то $\angle OCK_1 = \frac{\angle ABC + \angle ACB}{2} = 90^\circ - \frac{\angle BAC}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 60^\circ$, и $K_1 = K$.

Найдем радиус окружности, вписанной в треугольник ABC :

$$S_{ABC} = 21\sqrt{3}, \quad S_{ABC} = \frac{P_{ABC}r}{2} = \frac{(AB + BC + AC)r}{2} = 14r, \quad r = \frac{3\sqrt{3}}{2}. \text{ Тогда}$$

$$AN = r/\tan 30^\circ = 4,5, \quad BN = BM = 3,5, \quad CM = 6.$$

$$\text{Тогда } MN^2 = BM^2 + BN^2 - 2BM \cdot BN \cos \beta = \frac{49}{2} - \frac{49 \cdot 11}{76} = \frac{49 \cdot 27}{76}, \quad MN = \frac{21\sqrt{3}}{2\sqrt{19}},$$

$$\frac{DM}{MN} = \frac{CM}{BM} = \frac{12}{7}, \quad KM = \frac{DM}{2} = \frac{6MN}{7} = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{19}}. \text{ Четырехугольник } BOCK \text{ - трапеция с высотой}$$

$$h = KM + \frac{MN}{2} = \frac{19MN}{14} = \frac{3\sqrt{57}}{4}. \text{ Найдем основания трапеции:}$$

$$CK = \sqrt{CM^2 - KM^2} = \sqrt{36 - \frac{81 \cdot 3}{19}} = 3\sqrt{4 - \frac{27}{19}} = \frac{21}{\sqrt{19}}, \quad BO = \sqrt{r^2 + BN^2} = \sqrt{\frac{27+49}{2}} = \sqrt{19}.$$

$$S_{BOCK} = \frac{CK + BO}{2} h = \left(\frac{21}{\sqrt{19}} + \sqrt{19} \right) \cdot \frac{3\sqrt{57}}{8} = 15\sqrt{3}. \text{ Ответ: } 15\sqrt{3}.$$

3. Найдите все значения параметра a , при которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 6y \leq a^2 + 8a + 3, \\ 5x^2 + 5y^2 - 2(a+4)x + 2(2a+3)y \leq -a^2 - 4a \end{cases} \text{ не имеет решений. (16 баллов)}$$

Решение:

Преобразуем первое неравенство системы

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y \leq a^2 + 8a + 3 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 \leq (a+4)^2.$$

Преобразуем второе неравенство системы

$$5x^2 + 5y^2 - 2(a+4)x + 2(2a+3)y \leq -a^2 - 4a \Leftrightarrow$$

$$5 \left(x^2 - 2 \left(\frac{a+4}{5} \right) x + \left(\frac{a+4}{5} \right)^2 \right) - \frac{(a+4)^2}{5} + 5 \left(y^2 + 2 \left(\frac{2a+3}{5} \right) y + \left(\frac{2a+3}{5} \right)^2 \right) - \frac{(2a+3)^2}{5} \leq -a^2 - 4a \Leftrightarrow$$

$$\left(x - \frac{a+4}{5} \right)^2 + \left(y + \frac{2a+3}{5} \right)^2 \leq \frac{(a+4)^2 + (2a+3)^2 - 5a^2 - 20a}{25} \Leftrightarrow$$

$$\left(x - \frac{a+4}{5} \right)^2 + \left(y + \frac{2a+3}{5} \right)^2 \leq 1.$$

Приходим к системе неравенств

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y+3)^2 \leq (a+4)^2, \\ \left(x - \frac{a+4}{5} \right)^2 + \left(y + \frac{2a+3}{5} \right)^2 \leq 1. \end{cases} \text{ На плоскости } Oxy$$

решением первого неравенства является замкнутый круг с центром в точке $A(2; -3)$ и радиусом $R_1 = |a+4|$.

Решением второго неравенства является замкнутый круг с центром в точке $B\left(\frac{a+4}{5}; -\frac{2a+3}{5}\right)$ и радиусом $R_2 = 1$.

Точка B лежит на прямой $y = -2x + 1$. Точка A также лежит на этой прямой. Для того чтобы система не имела решений необходимо и достаточно, чтобы круги не пересекались, т.е. расстояние между точками A и B было больше суммы радиусов этих кругов. Приходим к неравенству

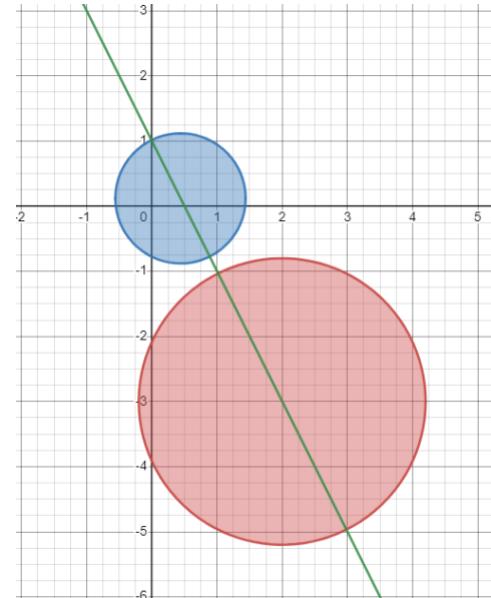
$$\left(2 - \frac{a+4}{5} \right)^2 + \left(-3 + \frac{2a+3}{5} \right)^2 > (|a+4|+1)^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (2a-12)^2 > 25(|a+4|+1)^2 \Leftrightarrow$$

$$5a^2 - 60a + 180 > 25(|a+4|+1)^2 \Leftrightarrow a^2 - 12a + 36 > 5(|a+4|+1)^2 \Leftrightarrow$$

$$(a-6)^2 - 5(|a+4|+1)^2 > 0.$$

При $a < -4$ имеем $(a-6)^2 - 5(a+3)^2 > 0 \Leftrightarrow ((1-\sqrt{5})a - 6 - 3\sqrt{5})((1+\sqrt{5})a - 6 + 3\sqrt{5}) > 0$. С

учетом $a < -4$ получаем $a \in \left(-\frac{21+9\sqrt{5}}{4}, -4 \right)$.



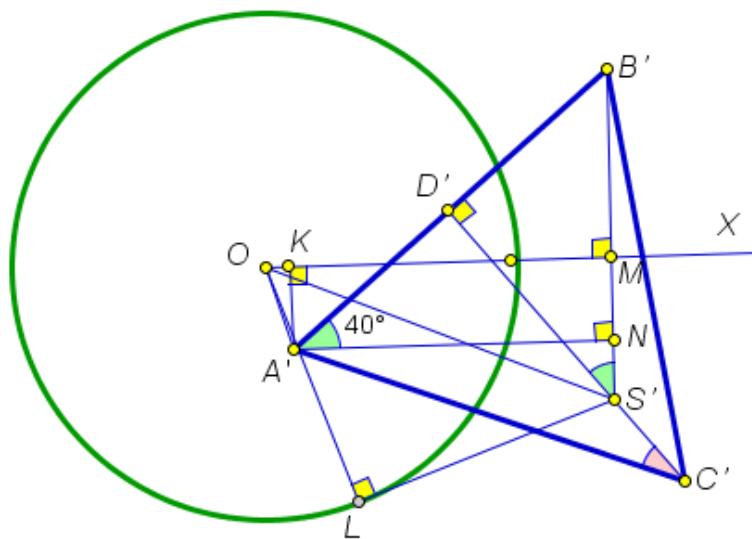
При $a \geq -4$ имеем $(a-6)^2 - 5(a+5)^2 > 0 \Leftrightarrow ((1-\sqrt{5})a-6-5\sqrt{5})((1+\sqrt{5})a-6+5\sqrt{5}) > 0$. С

учетом $a \geq -4$ получаем $a \in \left[-4; \frac{-31+11\sqrt{5}}{4}\right]$.

Окончательно получаем $a \in \left(-\frac{21+9\sqrt{5}}{4}; \frac{-31+11\sqrt{5}}{4}\right)$. Ответ: $\left(-\frac{21+9\sqrt{5}}{4}; \frac{-31+11\sqrt{5}}{4}\right)$.

5. Основанием наклонного конуса (см. условие задачи 4) является круг с центром в точке O и диаметром 90 мм. Пирамида $SABC$, основанием которой является равносторонний треугольник ABC со стороной 75 мм, и конус имеют общую вершину S . Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм, высота пирамиды равна 50 мм. Точки A' , B' , C' , S' являются проекциями соответствующих вершин пирамиды на горизонтальную плоскость проекций, в которой лежит основание конуса. Точка S' лежит на высоте $C'D'$ треугольника $A'B'C'$. Прямая OX перпендикулярна прямой $S'B'$, угол между прямыми OX и $A'C'$ составляет 20° , расстояние от точки A' до прямой OX равно 15 мм, $OA' = 5\sqrt{10}$ мм. Найдите длину отрезка касательной, проведенной из точки S' к основанию конуса, и площадь объединенной фронтальной проекции двух фигур (см. условие задачи 4). (Указание: при расчетах считать $\cos 40^\circ = 0,8$.)

Решение:



$$A'N \perp OX, N \in B'S', \Delta A'NB' \text{ прямоугольный} \Rightarrow NB' = 75 \sin 40^\circ = 45.$$

$$\Delta D'S'B' \text{ прямоугольный} \Rightarrow S'B' = 75 / (2 \sin 40^\circ) = 62,5.$$

$$NS' = S'B' - NB' = 62,5 - 45 = 17,5.$$

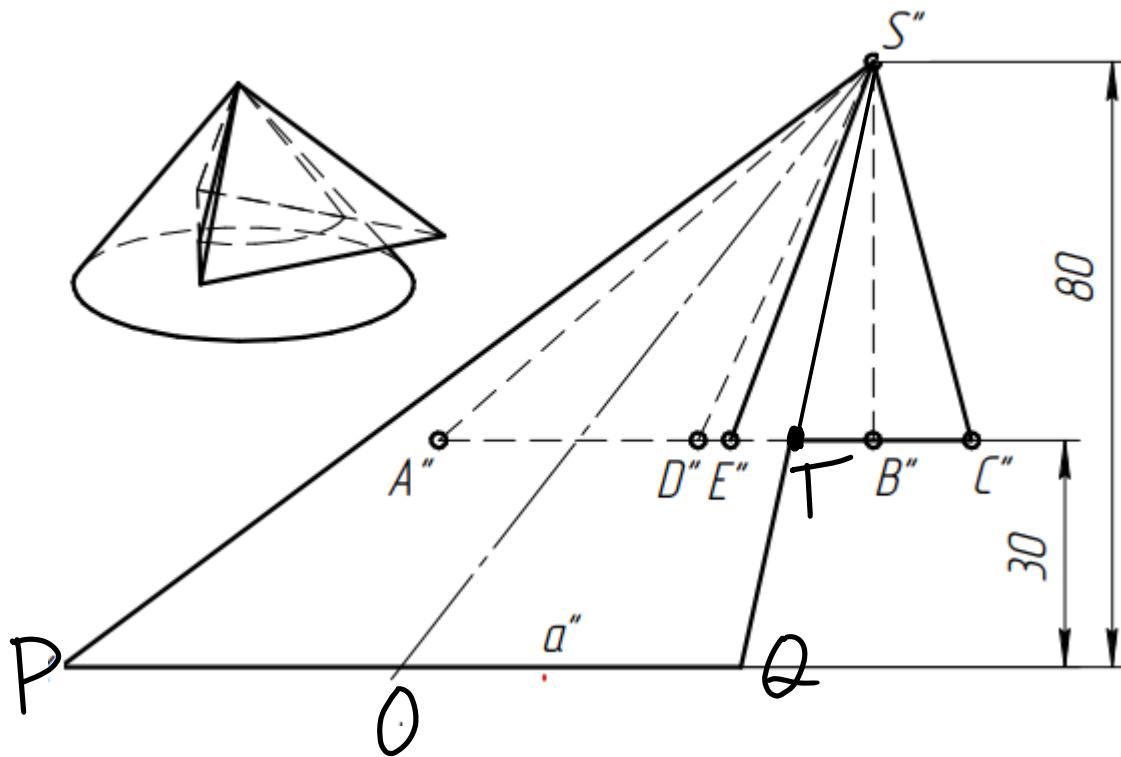
$A'K \perp OX$, $K \in OX$, $A'K = 15$. $M = OX \cap B'S'$, $MS' = 15 + 17,5 = 32,5$.

$A'N = 75 \cos 40^\circ = 60$, $OK = 5$, $OM = 5 + 60 = 65$.

$\Delta OMS'$ прямоугольный $\Rightarrow OS'^2 = OM^2 + MS'^2 = 65^2 + 32,5^2 = 5281,25$.

$\Delta OS'L$ прямоугольный $\Rightarrow LS'^2 = OS'^2 - OL^2 = 5281,25 - 2025 = 3256,25$.

$$LS'^2 = \frac{13025}{4} = \frac{25 \cdot 521}{4}, LS' = \frac{5\sqrt{521}}{2}.$$



$$S_{S''PQ} = \frac{90 \cdot 80}{2} = 3600,$$

$$B''C'' = 75 \sin 10^\circ = 75 \cos 80^\circ = 75(2 \cos^2 40^\circ - 1) = 75 \cdot 0,28 = 21$$

$$TB'' = \frac{5}{8}(OM - 45) = \frac{5}{8}(65 - 45) = 12,5$$

$$TC'' = 12,5 + 21 = 33,5, S_{S''TC''} = \frac{33,5 \cdot 50}{2} = 837,5$$

$$S = S_{S''PQ} + S_{S''TC''} = 3600 + 837,5 = 4437,5$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{521}}{2} \text{ мм}$, $4437,5 \text{ мм}^2$

Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.

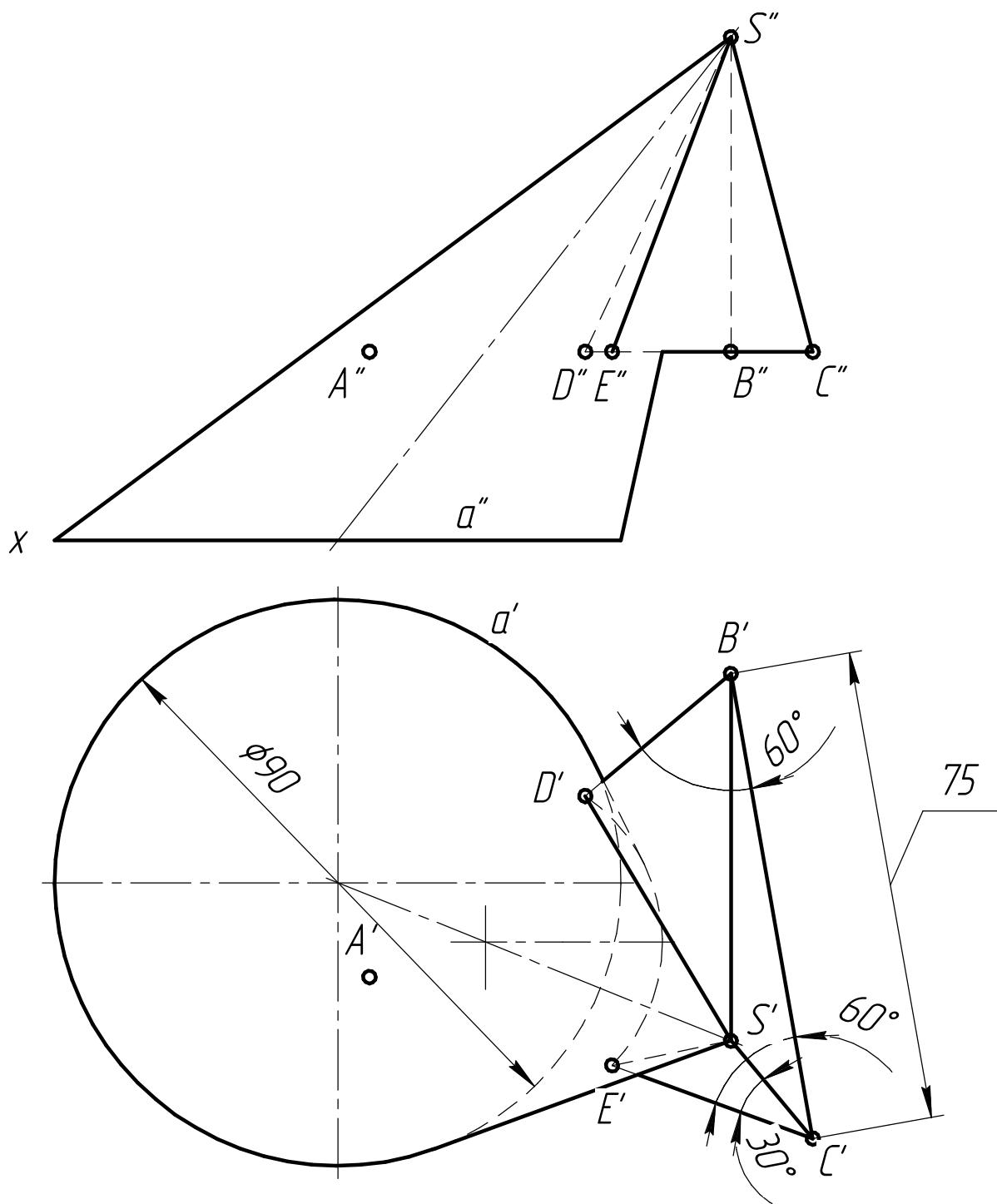
Вариант: 2

класс: 10-11

Задача 4а (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания наклонного конуса a'' и вершин основания пирамиды $A'B'C'$. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскость основания конуса принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм. Высота пирамиды 50 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связности;
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин и границ участков линии;
- 3) обозначить видимость фигур и линии их пересечения;
- 4) оформить все изображения по ГОСТ 2.303-306;

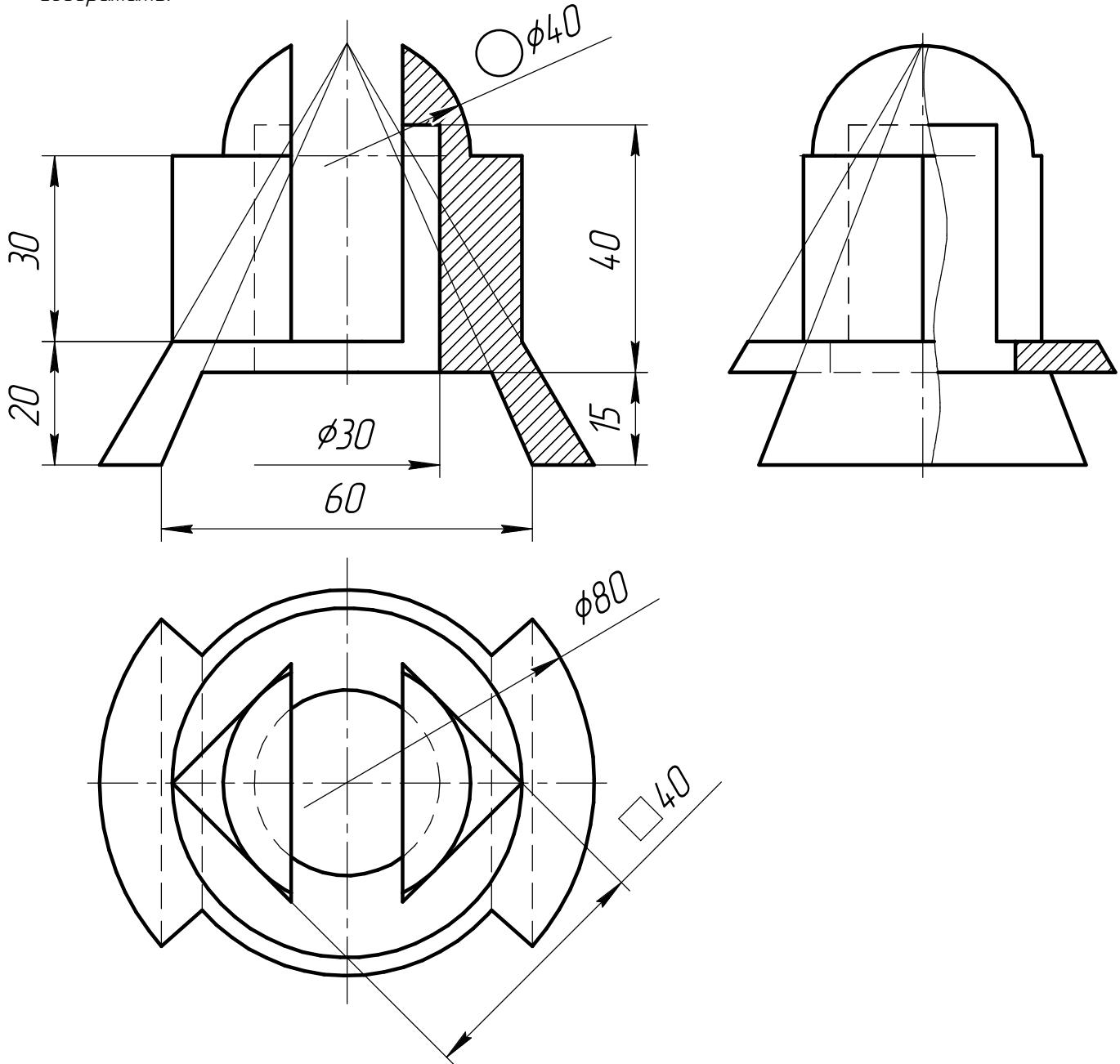


№	Критерии задача 4а	Да	Нет
1	Построена фронтальная и горизонтальная проекции двух фигур	2	-
2	Построена линия пересечения фигур	2	-
3	Определена видимость очерка конуса	1	-
4	Определена видимость очерка пирамиды	1	-
5	Определена видимость участков линии пересечения	2	-
6	Чертеж оформлен с обозначением проекций вершин и границ участков линии пересечения	2	-
	Итого		до 10

Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.

Требуется:

- 1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
 - 2) главный вид оформить как соединение половины вида и половины фронтального разреза;
 - 3) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
 - 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
 - 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
 - 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307-2011
 - 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



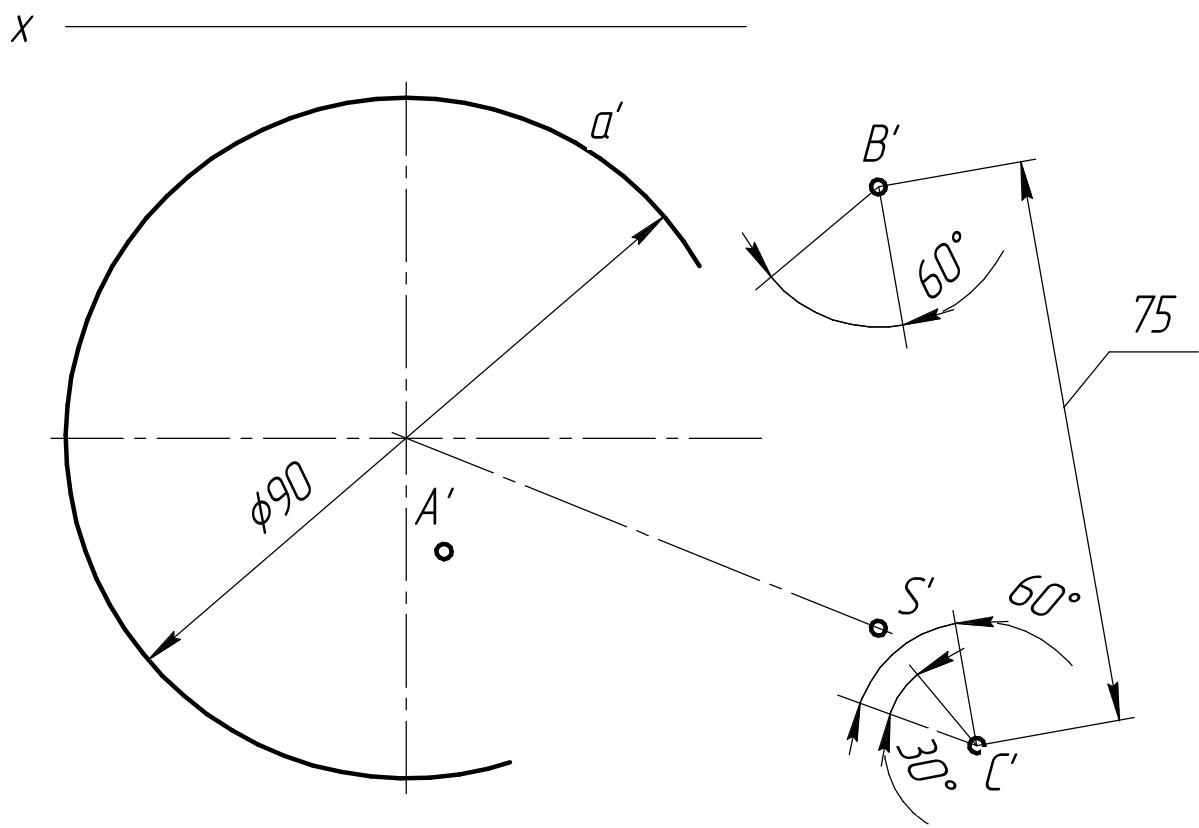
№	Критерии задача 6 (Вариант №1)	Да	Нет
1	Общие требования: Построены три изображения в проекционной связи. На видах невидимый контур показан штриховой линией и на разрезах линии невидимого контура не обозначены	4	-
2	Главный вид Главный вид выполнен как соединение части вида и части фронтального разреза <u>без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза (с указанием волнистой линии разделения вида и разреза)</u>	4	-
3	Вид слева Вид слева выполнен как соединение части вида и части профильного разреза <u>без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза (с указанием волнистой линии разделения вида и разреза)</u>	5	-
4	Вид сверху Вид сверху выполнен без разреза (учитывать только при выполнении пункта 1)	2	-
5	Указание размеров Обозначены более половины необходимых размеров	4	-
6	Оформление Изображение, толщина линии и штриховка выполнены в соответствии ЕСКД	1	-
Итого			до 20



Задача 4 (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания наклонного конуса a' и вершин основания пирамиды $A'B'C'$. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскость основания конуса принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм. Высота пирамиды 50 мм.

Требуется:

- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связности;
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин проекций и видимости линий;
- 3) оформить все изображения в соответствии с ЕСКД.



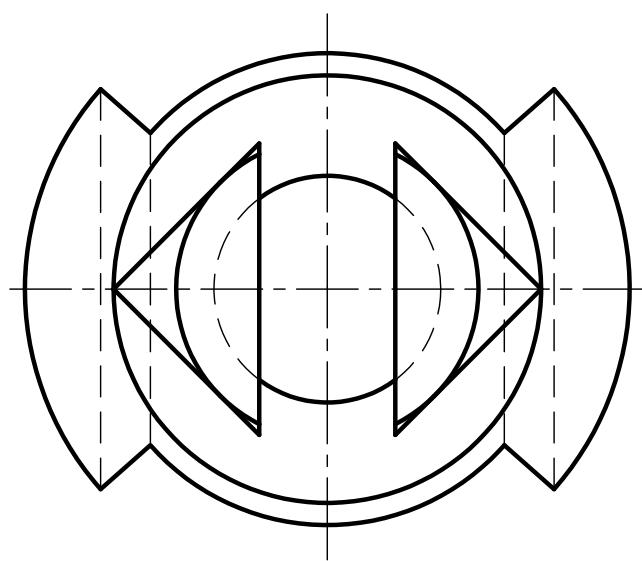
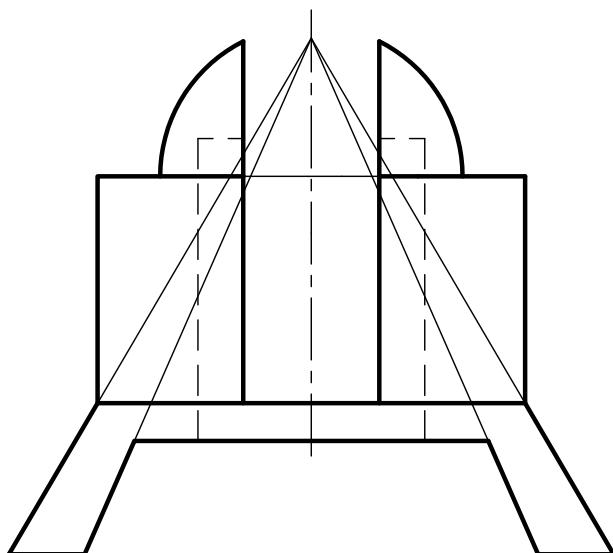


ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.

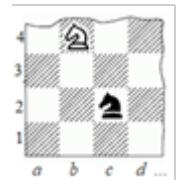
Требуется:

- 1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
- 2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза;
- 3) все изображения оформить в соответствии с ЕСКД;
- 4) нанести размеры, причем их количество должно быть минимальное, но однозначно определяющее форму фигуры;
- 5) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.

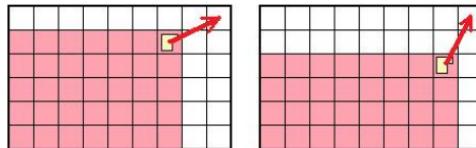


Решение варианта №2 (Математика - 10 класс)

1. На шахматную доску, состоящую из 9×6 клеток, поставили двух коней – белого и черного. С какой вероятностью они будут угрожать один другому? (Конь ходит буквой «Г», т.е. он может пойти на одно из полей, ближайших к тому, на котором он стоит, но не на той же самой горизонтали, вертикали или диагонали.) (10 баллов)

**Решение:**

Решение. Считаем количество позиций, где белый конь нападает на черного по каждому из 8 возможных векторов.



Чтобы нападать по вектору $(2;1)$ (рис. слева), белый конь должен стоять на одной из $7 \cdot 5 = 35$ закрашенных клеток, при этом позиция черного коня определяется однозначно; аналогичная картина для векторов $(2;-1)$, $(-2;1)$ и $(-2;-1)$.

Чтобы нападать по вектору $(1;2)$ (рис. справа), белый конь должен стоять на одной из $8 \cdot 4 = 32$ закрашенных клеток, при этом позиция черного коня определяется однозначно; аналогичная картина для векторов $(1;-2)$, $(-1;2)$ и $(-1;-2)$.

Вычислим вероятность, разделив число найденных позиций на число всех позиций двух разных коней:

$$P = \frac{4 \cdot 35 + 4 \cdot 32}{A_{54}^2} = \frac{4 \cdot 67}{54 \cdot 53} = \frac{2 \cdot 67}{27 \cdot 53}$$

Ответ: 134/1431.

2. В остроугольный треугольник ABC со сторонами $AB = 16$, $AC = 21$ вписана окружность с центром в точке O , которая касается сторон BC и AB в точках M и N соответственно. На прямой MN отмечена точка K так, что угол OCK равен 60° . Найдите площадь четырехугольника $BOKC$, если площадь треугольника ABC равна $84\sqrt{3}$. (10 баллов)

Решение.

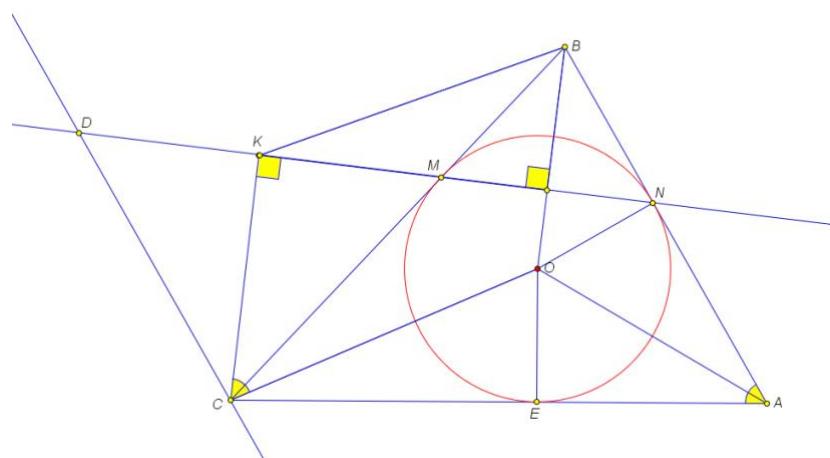
Используя формулу

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \alpha, \quad \alpha = \angle BAC,$$

найдем угол α : $84\sqrt{3} = \frac{21 \cdot 16}{2} \sin \alpha$,

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\alpha = 60^\circ$. По теореме

косинусов найдем сторону BC :



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \alpha = 441 + 256 - 336 = 361, \quad BC = 19.$$

Проведем прямую CD , $CD \perp AB$, D - точка пересечения с прямой MN . Треугольники BMN и CMD - подобные равнобедренные треугольники. Если CK_1 - биссектриса треугольника MCD , то $\angle OCK_1 = \frac{\angle ABC + \angle ACB}{2} = 90^\circ - \frac{\angle BAC}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 60^\circ$, и $K_1 = K$.

Найдем радиус окружности, вписанной в треугольник ABC :

$$S_{ABC} = 84\sqrt{3}, S_{ABC} = \frac{P_{ABC}r}{2} = \frac{(AB + BC + AC)r}{2} = 28r, r = 3\sqrt{3}. \text{ Тогда}$$

$$AN = r/\tan 30^\circ = 9, BN = BM = 7, CM = 12.$$

По теореме косинусов найдем угол $\angle ABC = \beta$: $\cos \beta = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{256 + 361 - 441}{2 \cdot 16 \cdot 19} = \frac{11}{38}$.

$$\text{Тогда } MN^2 = BM^2 + BN^2 - 2BM \cdot BN \cos \beta = 98 - \frac{98 \cdot 11}{38} = \frac{49 \cdot 27}{19}, MN = \frac{21\sqrt{3}}{\sqrt{19}},$$

$$\frac{DM}{MN} = \frac{CM}{BM} = \frac{12}{7}, KM = \frac{DM}{2} = \frac{6MN}{7} = \frac{18\sqrt{3}}{\sqrt{19}}. \text{ Четырехугольник } BOCK \text{ - трапеция с высотой}$$

$$h = KM + \frac{MN}{2} = \frac{19MN}{14} = \frac{3\sqrt{57}}{2}. \text{ Найдем основания трапеции:}$$

$$CK = \sqrt{CM^2 - KM^2} = \sqrt{144 - \frac{324 \cdot 3}{19}} = 6\sqrt{4 - \frac{27}{19}} = \frac{42}{\sqrt{19}}, BO = \sqrt{r^2 + BN^2} = \sqrt{27 + 49} = 2\sqrt{19}.$$

$$S_{BOCK} = \frac{CK + BO}{2} h = \left(\frac{21}{\sqrt{19}} + \sqrt{19} \right) \cdot \frac{3\sqrt{57}}{2} = 60\sqrt{3}. \text{ Ответ: } 60\sqrt{3}.$$

3. Найдите все значения параметра a , при которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y \leq a^2 + 12a + 35, \\ 5x^2 + 5y^2 - 2(a-4)x + 2(2a-3)y \leq 4a - a^2 \end{cases} \text{ не имеет решений. (16 баллов)}$$

Решение:

Преобразуем первое неравенство системы

$$x^2 + y^2 + 2y \leq a^2 + 12a + 35, \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 \leq (a+6)^2.$$

Преобразуем второе неравенство системы

$$5x^2 + 5y^2 - 2(a-4)x + 2(2a-3)y \leq 4a - a^2 \Leftrightarrow$$

$$5 \left(x^2 - 2 \left(\frac{a-4}{5} \right) x + \left(\frac{a-4}{5} \right)^2 \right) - \frac{(a-4)^2}{5} + 5 \left(y^2 + 2 \left(\frac{2a-3}{5} \right) y + \left(\frac{2a-3}{5} \right)^2 \right) - \frac{(2a-3)^2}{5} \leq -a^2 + 4a \Leftrightarrow$$

$$\left(x - \frac{a-4}{5} \right)^2 + \left(y + \frac{2a-3}{5} \right)^2 \leq \frac{(a-4)^2 + (2a-3)^2 - 5a^2 + 20a}{25} \Leftrightarrow$$

$$\left(x - \frac{a-4}{5} \right)^2 + \left(y + \frac{2a-3}{5} \right)^2 \leq 1.$$

Приходим к системе неравенств

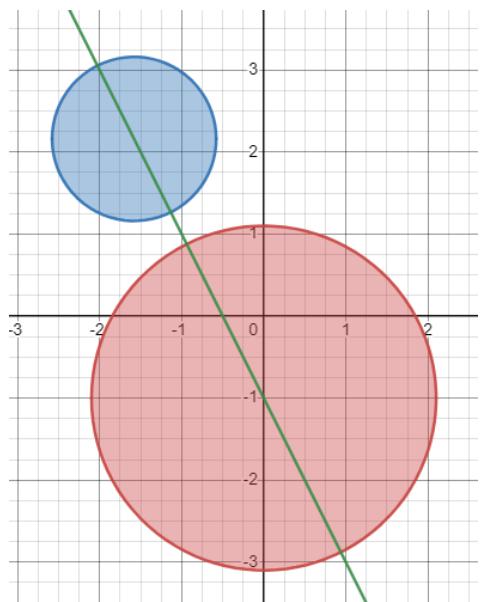
$$\begin{cases} x^2 + (y+1)^2 \leq (a+6)^2, \\ \left(x - \frac{a-4}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{2a-3}{5}\right)^2 \leq 1. \end{cases}$$

На плоскости Oxy решением

первого неравенства является замкнутый круг с центром в точке $A(0; -1)$ и радиусом $R_1 = |a+6|$. Решением второго неравенства является замкнутый круг с центром в точке $B\left(\frac{a-4}{5}; -\frac{2a-3}{5}\right)$ и радиусом $R_2 = 1$. Точка B лежит на

прямой $y = -2x - 1$. Точка A также лежит на этой прямой. Для того чтобы система не имела решений необходимо и достаточно, чтобы круги не пересекались, т.е. расстояние между точками A и B было больше суммы радиусов этих кругов.

Приходим к неравенству



$$\begin{aligned} \left(\frac{a-4}{5}\right)^2 + \left(-1 + \frac{2a-3}{5}\right)^2 &> (|a+6|+1)^2 \Leftrightarrow (a-4)^2 + (2a-8)^2 > 25(|a+6|+1)^2 \Leftrightarrow \\ 5a^2 - 40a + 80 &> 25(|a+6|+1)^2 \Leftrightarrow a^2 - 8a + 16 > 5(|a+6|+1)^2 \Leftrightarrow \\ (a-4)^2 - 5(|a+6|+1)^2 &> 0. \end{aligned}$$

При $a < -6$ имеем $(a-4)^2 - 5(a+5)^2 > 0 \Leftrightarrow ((1-\sqrt{5})a-4-5\sqrt{5})((1+\sqrt{5})a-4+5\sqrt{5}) > 0$. С учетом $a < -6$ получаем $a \in \left(-\frac{29+9\sqrt{5}}{4}; -6\right)$.

При $a \geq -6$ имеем $(a-4)^2 - 5(a+7)^2 > 0 \Leftrightarrow ((1-\sqrt{5})a-4-7\sqrt{5})((1+\sqrt{5})a-4+7\sqrt{5}) > 0$. С учетом $a \geq -6$ получаем $a \in \left[-6; \frac{-39+11\sqrt{5}}{4}\right]$.

Окончательно получаем $a \in \left(-\frac{29+9\sqrt{5}}{4}; \frac{-39+11\sqrt{5}}{4}\right)$.

Ответ: $\left(-\frac{29+9\sqrt{5}}{4}; \frac{-39+11\sqrt{5}}{4}\right)$.

Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.

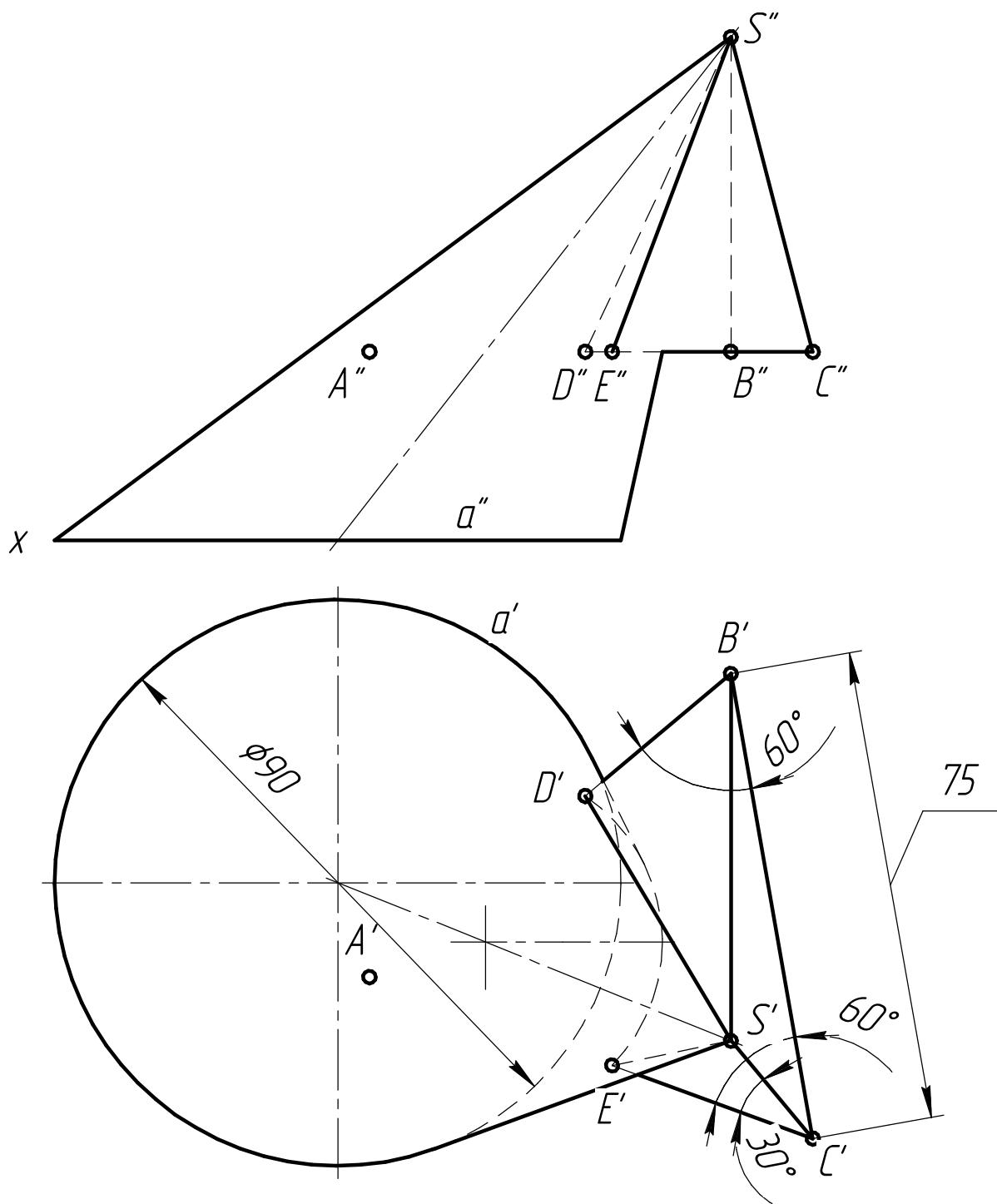
Вариант: 2

класс: 10-11

Задача 4а (10 баллов). Даны горизонтальные проекции основания наклонного конуса a' и вершин основания пирамиды $A'B'C'$. Вершины фигур совпадают и расположены выше оснований. Плоскость основания конуса принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм. Высота пирамиды 50 мм.

Требуется:

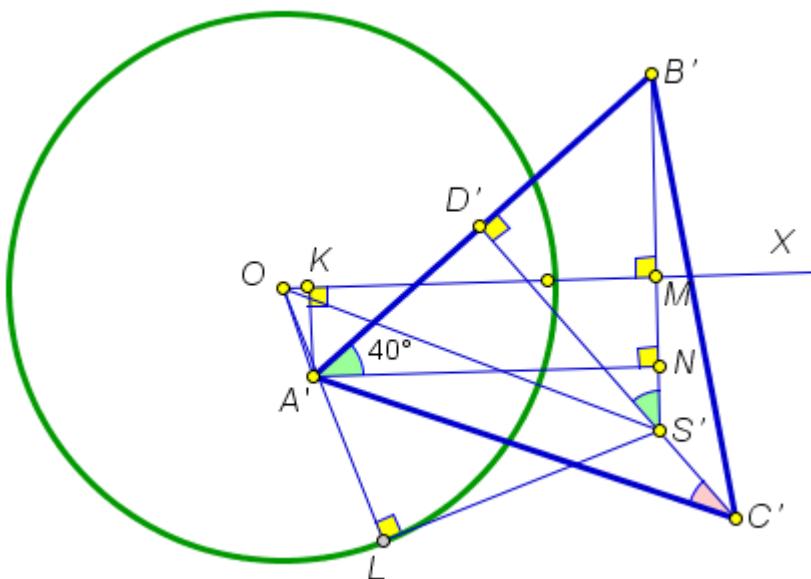
- 1) построить фронтальную и горизонтальную проекции двух фигур с соблюдением проекционной связности;
- 2) построить проекции линии пересечения фигур с обозначением вершин и границ участков линии;
- 3) обозначить видимость фигур и линии их пересечения;
- 4) оформить все изображения по ГОСТ 2.303-306;



№	Критерии задача 4а	Да	Нет
1	Построена фронтальная и горизонтальная проекции двух фигур	2	-
2	Построена линия пересечения фигур	2	-
3	Определена видимость очерка конуса	1	-
4	Определена видимость очерка пирамиды	1	-
5	Определена видимость участков линии пересечения	2	-
6	Чертеж оформлен с обозначением проекций вершин и границ участков линии пересечения	2	-
	Итого		до 10

5. Основанием наклонного конуса (см. условие задачи 4) является круг с центром в точке O и диаметром 90 мм. Пирамида $SABC$, основанием которой является равносторонний треугольник ABC со стороной 75 мм, и конус имеют общую вершину S . Плоскость основания пирамиды параллельна плоскости основания конуса и выше ее на 30 мм, высота пирамиды равна 50 мм. Точки A' , B' , C' , S' являются проекциями соответствующих вершин пирамиды на горизонтальную плоскость проекций, в которой лежит основание конуса. Точка S' лежит на высоте $C'D'$ треугольника $A'B'C'$. Прямая OX перпендикулярна прямой $S'B'$, угол между прямыми OX и $A'C'$ составляет 20° , расстояние от точки A' до прямой OX равно 15 мм, $OA' = 5\sqrt{10}$ мм. Найдите длину отрезка касательной, проведенной из точки S' к основанию конуса, и площадь объединенной фронтальной проекции двух фигур (см. условие задачи 4). (Указание: при расчетах считать $\cos 40^\circ = 0,8$.)

Решение:



$$A'N \perp OX, N \in B'S', \Delta A'NB' \text{ прямоугольный} \Rightarrow NB' = 75 \sin 40^\circ = 45.$$

$$\Delta D'S'B' \text{ прямоугольный} \Rightarrow S'B' = 75 / (2 \sin 40^\circ) = 62,5.$$

$$NS' = S'B' - NB' = 62,5 - 45 = 17,5.$$

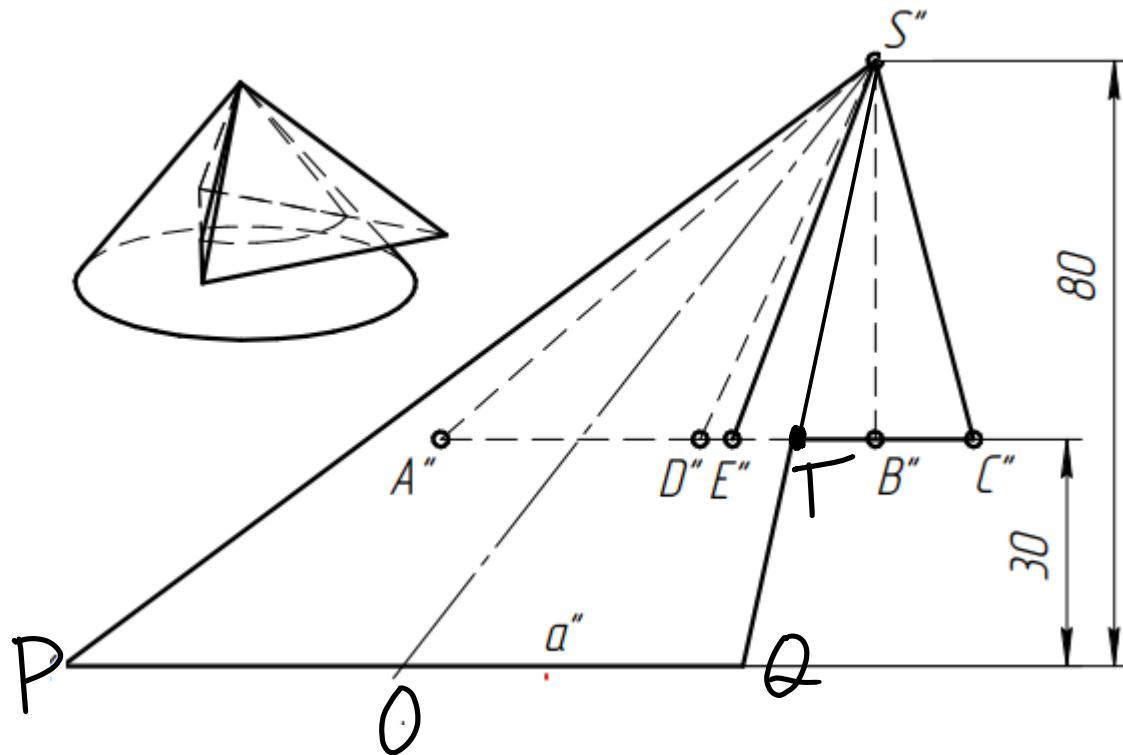
$$A'K \perp OX, K \in OX, A'K = 15. M = OX \cap B'S', MS' = 15 + 17,5 = 32,5.$$

$$A'N = 75 \cos 40^\circ = 60, OK = 5, OM = 5 + 60 = 65.$$

$\Delta OMS'$ прямоугольный $\Rightarrow OS'^2 = OM^2 + MS'^2 = 65^2 + 32,5^2 = 5281,25$.

$\Delta OS'L$ прямоугольный $\Rightarrow LS'^2 = OS'^2 - OL^2 = 5281,25 - 2025 = 3256,25$.

$$LS'^2 = \frac{13025}{4} = \frac{25 \cdot 521}{4}, LS' = \frac{5\sqrt{521}}{2}.$$



$$S_{S''PQ} = \frac{90 \cdot 80}{2} = 3600,$$

$$B''C'' = 75 \sin 10^\circ = 75 \cos 80^\circ = 75(2 \cos^2 40^\circ - 1) = 75 \cdot 0,28 = 21$$

$$TB'' = \frac{5}{8}(OM - 45) = \frac{5}{8}(65 - 45) = 12,5$$

$$TC'' = 12,5 + 21 = 33,5, S_{S''TC''} = \frac{33,5 \cdot 50}{2} = 837,5$$

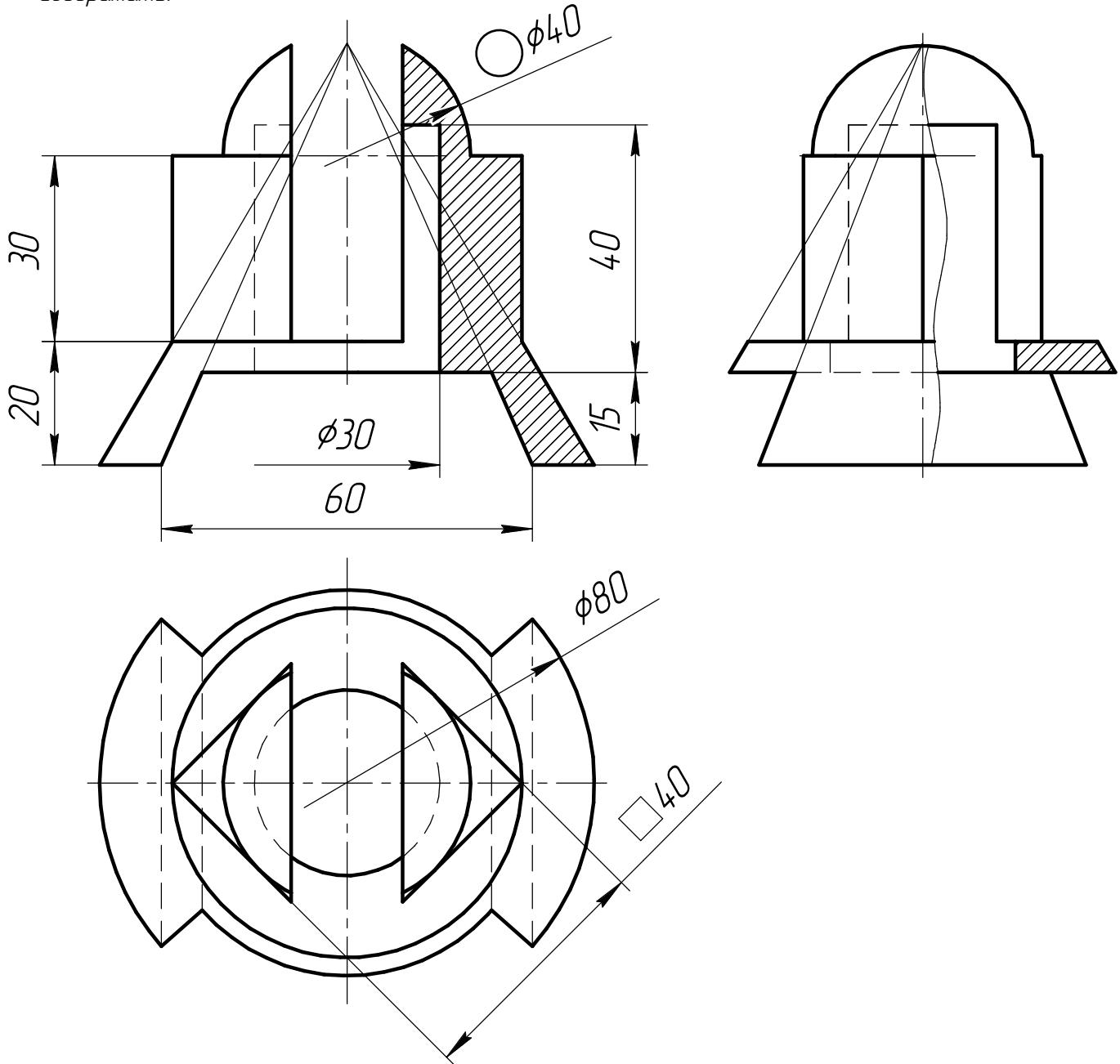
$$S = S_{S''PQ} + S_{S''TC''} = 3600 + 837,5 = 4437,5$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{521}}{2} \text{ мм}, 4437,5 \text{ мм}^2$

Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции фигуры.

Требуется:

- 1) на месте вида слева оформить изображение как соединение части вида и части профильного разреза;
 - 2) главный вид оформить как соединение половины вида и половины фронтального разреза;
 - 3) все изображения оформить по ГОСТ 2.305-2008;
 - 4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303-68;
 - 5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306-68;
 - 6) проставить размеры по ГОСТ 2.307-2011
 - 7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.



№	Критерии задача 6 (Вариант №2)	Да	Нет
1	Общие требования:		
	Построены три изображения в проекционной связи. На видах невидимый контур показан штриховой линией и на разрезах линии невидимого контура не обозначены	4	-
2	Главный вид		
	Главный вид выполнен как соединение половины вида и половины фронтального разреза без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза (осевая как линия разделения вида и разреза)	4	-
3	Вид слева		
	Вид слева выполнен как соединение части вида и части профильного разреза без указания положения секущей плоскости и обозначения разреза (с указанием волнистой линии разделения вида и разреза)	5	-
4	Вид сверху		
	Вид сверху выполнен без разреза (учитывать только при выполнении пункта 1)	2	-
5	Указание размеров		
	Обозначены более половины необходимых размеров	4	-
6	Оформление		
	Изображение, толщина линий и штриховка выполнены в соответствии ЕСКД	1	-
	Итого		до 20