10-12 degree

Task 1.

1. Треугольник AOB – равнобедренный прямоугольный с гипотенузой AB. Точки C и D расположены на отрезках AO, OB соответственно так, что $CD \parallel AB$. Построен $\triangle C_1OD_1$, равный треугольнику COD, причем точки A, C_1, D_1 лежат на одной прямой в указанном порядке. Вычислите площадь $\triangle AD_1B$, если $AB = 12, CD = 7$.

   Triangle AOB is an isosceles right triangle with hypotenuse AB. The points C and D are located on the segments AO, OB, respectively, so that $CD \parallel AB$. $\triangle C_1OD_1$ constructed being equal to triangle COD, moreover, points A, C_1, D_1 lie on one straight line in the specified order. Calculate the area of $\triangle AD_1B$ while $AB = 12, CD = 7$.

2. Треугольник AOB – равнобедренный прямоугольный с гипотенузой AB. Точки C и D расположены на отрезках AO, OB соответственно так, что $CD \parallel AB$. Построен $\triangle C_1OD_1$, равный треугольнику COD, причем точки A, C_1, D_1 лежат на одной прямой в указанном порядке. Вычислите площадь $\triangle AD_1B$, если $AB = 10, CD = 9$.

   Triangle AOB is an isosceles right triangle with hypotenuse AB. The points C and D are located on the segments AO, OB, respectively, so that $CD \parallel AB$. $\triangle C_1OD_1$ constructed being equal to triangle COD, moreover, points A, C_1, D_1 lie on one straight line in the specified order. Calculate the area of $\triangle AD_1B$ while $AB = 10, CD = 9$.

3. Треугольник AOB – равнобедренный прямоугольный с гипотенузой AB. Точки C и D расположены на отрезках AO, OB соответственно так, что $CD \parallel AB$. Построен $\triangle C_1OD_1$, равный треугольнику COD, причем точки A, C_1, D_1 лежат на одной прямой в указанном порядке. Вычислите площадь $\triangle AD_1B$, если $AB = 15, CD = 4$.

   Triangle AOB is an isosceles right triangle with hypotenuse AB. The points C and D are located on the segments AO, OB, respectively, so that $CD \parallel AB$. $\triangle C_1OD_1$ constructed being equal to triangle COD, moreover, points A, C_1, D_1 lie on one straight line in the specified order. Calculate the area of $\triangle AD_1B$ while $AB = 15, CD = 4$.

4. Треугольник AOB – равнобедренный прямоугольный с гипотенузой AB. Точки C и D расположены на отрезках AO, OB соответственно так, что $CD \parallel AB$. Построен $\triangle C_1OD_1$, равный треугольнику COD, причем точки A, C_1, D_1 лежат на одной прямой в указанном порядке. Вычислите площадь $\triangle AD_1B$, если $AB = 16, CD = 13$.

   Triangle AOB is an isosceles right triangle with hypotenuse AB. The points C and D are located on the segments AO, OB, respectively, so that $CD \parallel AB$. $\triangle C_1OD_1$ constructed being equal to triangle COD, moreover, points A, C_1, D_1 lie on one straight line in the specified order. Calculate the area of $\triangle AD_1B$ while $AB = 16, CD = 13$.

Task 2.

1. Саша, папа и дедушка гуляют в парке по замкнутой дорожке длины 6 км. Саша едет на велосипеде со скоростью $5v$, папа бежит трусцой со скоростью $2v$, дедушка идет прогулочным шагом со скоростью v. Саша и папа начали путь одновременно с точки «Старт», а дедушка в этот момент отставал от них на расстояние $d > 0$. Найдите наименьшее d, при котором все трое – Саша, папа и дедушка – встретятся в одной точке. Ответ выразите в километрах.

   Alex, his dad and his grandfather are walking in a park along a round path 6 km long. Alex is cycling at a speed of $5v$, his dad is jogging at a speed of $2v$, and his grandfather is walking at a speed of v. Alex and his dad started their walk at the same time from the same «Start» point, and grandfather at that moment was behind them by a distance of $d > 0$. Find the smallest d for which all three – Alex, his dad and his grandfather – will meet at one point. Express the answer in kilometers.

2. Саша, папа и дедушка гуляют в парке по замкнутой дорожке длины 9 км. Саша едет на велосипеде со скоростью $5v$, папа бежит трусцой со скоростью $2v$, дедушка идет прогулочным шагом со скоростью v. Саша и папа начали путь одновременно с точки «Старт», а дедушка в этот момент отставал от них на расстояние $d > 0$. Найдите наименьшее d, при котором все трое – Саша, папа и дедушка – встретятся в одной точке. Ответ выразите в километрах.

   Alex, his dad and his grandfather are walking in a park along a round path 9 km long. Alex is cycling at a speed of $5v$, his dad is jogging at a speed of $2v$, and his grandfather is walking at a speed of v. Alex and his dad started their walk at the same time from the same «Start» point, and grandfather at that moment was behind them by a distance of $d > 0$. Find the smallest d for which all three – Alex, his dad and his grandfather – will meet at one point. Express the answer in kilometers.

3. Саша, папа и дедушка гуляют в парке по замкнутой дорожке длины 4.5 км. Саша едет на велосипеде со скоростью $5v$, папа бежит трусцой со скоростью $2v$, дедушка идет прогулочным шагом со скоростью v. Саша и папа начали путь одновременно с точки «Старт», а дедушка в этот момент отставал от них на расстояние $d > 0$. Найдите наименьшее d, при котором все

трое – Саша, папа и дедушка – встретятся в одной точке. Ответ выразите в километрах.

Alex, his dad and his grandfather are walking in a park along a round path 4.5 km long. Alex is cycling at a speed of $5v$, his dad is jogging at a speed of $2v$, and his grandfather is walking at a speed of v. Alex and his dad started their walk at the same time from the same «Start» point, and grandfather at that moment was behind them by a distance of $d > 0$. Find the smallest d for which all three – Alex, his dad and his grandfather – will meet at one point. Express the answer in kilometers.

4. Саша, папа и дедушка гуляют в парке по замкнутой дорожке длины 7.5 км. Саша едет на велосипеде со скоростью $5v$, папа бежит трусцой со скоростью $2v$, дедушка идет прогулочным шагом со скоростью v. Саша и папа начали путь одновременно с точки «Старт», а дедушка в этот момент отставал от них на расстояние $d > 0$. Найдите наименьшее d, при котором все трое – Саша, папа и дедушка – встретятся в одной точке. Ответ выразите в километрах.

   Alex, his dad and his grandfather are walking in a park along a round path 7.5 km long. Alex is cycling at a speed of $5v$, his dad is jogging at a speed of $2v$, and his grandfather is walking at a speed of v. Alex and his dad started their walk at the same time from the same «Start» point, and grandfather at that moment was behind them by a distance of $d > 0$. Find the smallest d for which all three – Alex, his dad and his grandfather – will meet at one point. Express the answer in kilometers.

Task 3.

1. В каждую клетку таблицы 100×100 вписано число: в верхнем ряду слева направо в порядке возрастания записаны все натуральные числа от 1 до 100, во втором ряду сверху в порядке возрастания слева направо записаны все чётные числа от 2 до 200, и так далее – в k-ой сверху строке в порядке возрастания слева направо записаны числа $k, 2k, 3k, \ldots, 100k$. Рассмотрим диагональ, которая идёт из нижнего левого угла в правый верхний. Найдите наибольшее число, записанное в ней.

   Each cell of the table 100×100 has a number: the first row has all positive integers from 1 to 100 in ascending order, the second row has all the even numbers from 2 to 200, and further on – k-th line has numbers $k, 2k, 3k, \ldots, 100k$ in ascending order. Let's consider the diagonal from the bottom left corner to the upper right. Find the largest number it contains.

2. В каждую клетку таблицы 200×200 вписано число: в верхнем ряду слева направо в порядке возрастания записаны все натуральные числа от 1 до 200, во втором ряду сверху в порядке возрастания слева направо записаны все чётные числа от 2 до 400, и так далее – в k-ой сверху строке в порядке возрастания слева направо записаны числа $k, 2k, 3k, \ldots, 200k$. Рассмотрим диагональ, которая идёт из нижнего левого угла в правый верхний. Найдите наибольшее число, записанное в ней.

   Each cell of the table 200×200 has a number: the first row has all positive integers from 1 to 200 in ascending order, the second row has all the even numbers from 2 to 400, and further on – k-th line has numbers $k, 2k, 3k, \ldots, 200k$ in ascending order. Let's consider the diagonal from the bottom left corner to the upper right. Find the largest number it contains.

3. В каждую клетку таблицы 150×150 вписано число: в верхнем ряду слева направо в порядке возрастания записаны все натуральные числа от 1 до 150, во втором ряду сверху в порядке возрастания слева направо записаны все чётные числа от 2 до 300, и так далее – в k-ой сверху строке в порядке возрастания слева направо записаны числа $k, 2k, 3k, \ldots, 150k$. Рассмотрим диагональ, которая идёт из нижнего левого угла в правый верхний. Найдите наибольшее число, записанное в ней.

   Each cell of the table 150×150 has a number: the first row has all positive integers from 1 to 150 in ascending order, the second row has all the even numbers from 2 to 300, and further on – k-th line has numbers $k, 2k, 3k, \ldots, 150k$ in ascending order. Let's consider the diagonal from the bottom left corner to the upper right. Find the largest number it contains.

4. В каждую клетку таблицы 250×250 вписано число: в верхнем ряду слева направо в порядке возрастания записаны все натуральные числа от 1 до 250, во втором ряду сверху в порядке возрастания слева направо записаны все чётные числа от 2 до 500, и так далее – в k-ой сверху строке в порядке возрастания слева направо записаны числа $k, 2k, 3k, \ldots, 250k$. Рассмотрим диагональ, которая идёт из нижнего левого угла в правый верхний. Найдите наибольшее число, записанное в ней.

   Each cell of the table 250×250 has a number: the first row has all positive integers from 1 to 250 in ascending order, the second row has all the even numbers from 2 to 500, and further on – k-th line has numbers $k, 2k, 3k, \ldots, 250k$ in ascending order. Let's consider the diagonal from the bottom left corner to the upper right. Find the largest number it contains.

Task 4.

1. Рон Уизли повзрослел и понял, что в Хогвартсе он изучил магию, но не изучил математики. Изучение математики он начал с теории множеств и натуральных чисел (включая число 0). Первым делом он задумался, как представить натуральные числа множествами.
   Рон рассуждал следующим образом: ноль естественно представлять пустым множеством $\emptyset$. Ну а если для какого-либо натурального числа $n \geq 0$ представление этого числа A_n уже построено, то попробуем представить следующее число $(n+1)$ множеством $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$.
   Рон Уизли не поленился и выписал представление трех первых (начиная с 0) натуральных чисел:

   - $A_0 = \emptyset$;
   - $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
   - $A_2 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$.

   Рон заметил, что множество A_0 записывается 1 символом, множество A_1 – 7 символами, множество A_2 – 19 символами. А сколько символов требуется для записи множества A_7?

   Ron Weasley grew up and realized that at Hogwarts he studied magic, but did not study mathematics. He began studying mathematics with the theory of sets and natural numbers (non-negative integers including the number 0). First of all, he thought about how to represent natural numbers as sets.
   Ron reasoned as follows: zero is naturally represented by the empty set $\emptyset$. Well, if for some integer $n \geq 0$ the representation of this number A_n has already been constructed, then we represent the next number $(n+1)$ by the set $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$.
   Ron Weasley wrote out the representation of the first three (starting from 0) non-negative integers:

   - $A_0 = \emptyset$;
   - $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
   - $A_2 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$.

   Ron noticed that the A_0 set is written with 1 character, A_1 – with 7 characters, and A_2 set – with 19 characters. How many characters are required to write the set A_7?

2. Рон Уизли повзрослел и понял, что в Хогвартсе он изучил магию, но не изучил математики. Изучение математики он начал с теории множеств и натуральных чисел (включая число 0). Первым делом он задумался, как представить натуральные числа множествами.
   Рон рассуждал следующим образом: ноль естественно представлять пустым множеством $\emptyset$. Ну а если для какого-либо натурального числа $n \geq 0$ представление этого числа A_n уже построено, то попробуем представить следующее число $(n+1)$ множеством $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$.
   Рон Уизли не поленился и выписал представление трех первых (начиная с 0) натуральных чисел:

   - $A_0 = \emptyset$;
   - $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
   - $A_2 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$.

Рон заметил, что множество A_0 записывается 1 символом, множество A_1 – 7 символами, множество A_2 – 19 символами. А сколько символов требуется для записи множества A_8?

Ron Weasley grew up and realized that at Hogwarts he studied magic, but did not study mathematics. He began studying mathematics with the theory of sets and natural numbers (non-negative integers including the number 0). First of all, he thought about how to represent natural numbers as sets.
Ron reasoned as follows: zero is naturally represented by the empty set $\emptyset$. Well, if for some integer $n \geq 0$ the representation of this number A_n has already been constructed, then we represent the next number $(n+1)$ by the set $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$.
Ron Weasley wrote out the representation of the first three (starting from 0) non-negative integers:

- $A_0 = \emptyset$;
- $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
- $A_2 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$.

Ron noticed that the A_0 set is written with 1 character, A_1 – with 7 characters, and A_2 set – with 19 characters. How many characters are required to write the set A_8?

3. Рон Уизли повзрослел и понял, что в Хогвартсе он изучил магию, но не изучил математики. Изучение математики он начал с теории множеств и натуральных чисел (включая число 0). Первым делом он задумался, как представить натуральные числа множествами.
Рон рассуждал следующим образом: ноль естественно представлять пустым множеством $\emptyset$. Ну а если для какого-либо натурального числа $n \geq 0$ представление этого числа A_n уже построено, то попробуем представить следующее число $(n+1)$ множеством $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$.
Рон Уизли не поленился и выписал представление трех первых (начиная с 0) натуральных чисел:

- $A_0 = \emptyset$;
- $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
- $A_2 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$.

Рон заметил, что множество A_0 записывается 1 символом, множество A_1 – 7 символами, множество A_2 – 19 символами. А сколько символов требуется для записи множества A_9?

Ron Weasley grew up and realized that at Hogwarts he studied magic, but did not study mathematics. He began studying mathematics with the theory of sets and natural numbers (non-negative integers including the number 0). First of all, he thought about how to represent natural numbers as sets.
Ron reasoned as follows: zero is naturally represented by the empty set $\emptyset$. Well, if for some integer $n \geq 0$ the representation of this number A_n has already been constructed, then we represent the next number $(n+1)$ by the set $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$.
Ron Weasley wrote out the representation of the first three (starting from 0) non-negative integers:

- $A_0 = \emptyset$;
- $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
- $A_2 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$.

Ron noticed that the A_0 set is written with 1 character, A_1 – with 7 characters, and A_2 set – with 19 characters. How many characters are required to write the set A_9?

4. Рон Уизли повзрослел и понял, что в Хогвартсе он изучил магию, но не изучил математики. Изучение математики он начал с теории множеств и натуральных чисел (включая число 0). Первым делом он задумался, как представить натуральные числа множествами.
Рон рассуждал следующим образом: ноль естественно представлять пустым множеством $\emptyset$. Ну а если для какого-либо натурального числа $n \geq 0$ представление этого числа A_n уже построено, то попробуем представить следующее число $(n+1)$ множеством $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$.
Рон Уизли не поленился и выписал представление трех первых (начиная с 0) натуральных чисел:

- $A_0 = \emptyset$;
- $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
- $A_2 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$.

Рон заметил, что множество A_0 записывается 1 символом, множество A_1 – 7 символами, множество A_2 – 19 символами. А сколько символов требуется для записи множества A_6?

Ron Weasley grew up and realized that at Hogwarts he studied magic, but did not study mathematics. He began studying mathematics with the theory of sets and natural numbers (non-negative integers including the number 0). First of all, he thought about how to represent natural numbers as sets.
Ron reasoned as follows: zero is naturally represented by the empty set $\emptyset$. Well, if for some integer $n \geq 0$ the representation of this number A_n has already been constructed, then we represent the next number $(n+1)$ by the set $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$.
Ron Weasley wrote out the representation of the first three (starting from 0) non-negative integers:

- $A_0 = \emptyset$;
- $A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$;
- $A_2 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$.

Ron noticed that the A_0 set is written with 1 character, A_1 – with 7 characters, and A_2 set – with 19 characters. How many characters are required to write the set A_6?

Task 5.

1. Решите для положительных вещественных x:

$$x^{x^5} = 100$$

   Solve for real $x > 0$:

$$x^{x^5} = 100$$

2. Решите для положительных вещественных x:

$$x^{x^6} = 144$$

   Solve for real $x > 0$:

$$x^{x^6} = 144$$

3. Решите для положительных вещественных x:

$$x^{x^3} = 729$$

   Solve for real $x > 0$:

$$x^{x^3} = 729$$

4. Решите для положительных вещественных x:

$$x^{x^7} = 196$$

   Solve for real $x > 0$:

$$x^{x^7} = 196$$

Task 6.

1. В математической лаборатории стояла большая тарелка, которую сотрудники решили превратить в арт-объект: они отметили чёрным маркером 20 точек, а затем, вооружившись цветными маркерами пяти цветов, соединили каждую пару точек линией одного из этих пяти цветов. Докажите, что на этом арт-объекте можно стереть все линии какого-то одного цвета так, чтобы от любой отмеченной точки всё ещё можно было добраться до любой другой, двигаясь вдоль оставшихся линий.

   There was a large plate in the mathematical laboratory, which the staff decided to turn into an object of art: they marked 20 points with a black marker, and then, using five colored markers, connected each pair of points with a line of one of these five colors. Prove that on this art object it is possible to erase all lines of some one color so that from any marked point it is still possible to get to any other by moving along the remaining lines.

2. В математической лаборатории стояла большая тарелка, которую сотрудники решили превратить в арт-объект: они отметили чёрным маркером 30 точек, а затем, вооружившись цветными маркерами четырех цветов, соединили каждую пару точек линией одного из этих четырех цветов. Докажите, что на этом арт-объекте можно стереть все линии какого-то одного цвета так, чтобы от любой отмеченной точки всё ещё можно было добраться до любой другой, двигаясь вдоль оставшихся линий.

   There was a large plate in the mathematical laboratory, which the staff decided to turn into an object of art: they marked 30 points with a black marker, and then, using four colored markers, connected each pair of points with a line of one of these four colors. Prove that on this art object it is possible to erase all lines of some one color so that from any marked point it is still possible to get to any other by moving along the remaining lines.

3. В математической лаборатории стояла большая тарелка, которую сотрудники решили превратить в арт-объект: они отметили чёрным маркером 40 точек, а затем, вооружившись

цветными маркерами шести цветов, соединили каждую пару точек линией одного из этих шести цветов. Докажите, что на этом арт-объекте можно стереть все линии какого-то одного цвета так, чтобы от любой отмеченной точки всё ещё можно было добраться до любой другой, двигаясь вдоль оставшихся линий.

There was a large plate in the mathematical laboratory, which the staff decided to turn into an object of art: they marked 40 points with a black marker, and then, using six colored markers, connected each pair of points with a line of one of these six colors. Prove that on this art object it is possible to erase all lines of some one color so that from any marked point it is still possible to get to any other by moving along the remaining lines.

4. В математической лаборатории стояла большая тарелка, которую сотрудники решили превратить в арт-объект: они отметили чёрным маркером 50 точек, а затем, вооружившись цветными маркерами трех цветов, соединили каждую пару точек линией одного из этих трех цветов. Докажите, что на этом арт-объекте можно стереть все линии какого-то одного цвета так, чтобы от любой отмеченной точки всё ещё можно было добраться до любой другой, двигаясь вдоль оставшихся линий.

   There was a large plate in the mathematical laboratory, which the staff decided to turn into an object of art: they marked 50 points with a black marker, and then, using three colored markers, connected each pair of points with a line of one of these three colors. Prove that on this art object it is possible to erase all lines of some one color so that from any marked point it is still possible to get to any other by moving along the remaining lines.