7^{th} degree

Task 1. Дед Мороз подарил каждому ученику 7«В» класса по одному подарку. Посмотрев на подарки друг друга, некоторые ученики поняли, что хотели бы получить подарок, доставшийся другому. Заметив, что каждый подарок понравился ровно одному ученику, учитель установил следующие правила:

- один раз в минуту любой ученик A может передать подарок любому ученику B (кроме себя самого), и никакой другой ученик C в эту же минуту не может передавать подарок ученику B;
- ученик может не передавать подарок, если ему никто не передает свой;
- по завершении каждой минуты у любого ученика на руках должен быть ровно один подарок.

За какое наименьшее число минут можно добиться того, чтобы у каждого ученика был желаемый подарок?

Task 2. Найти наименьшее натуральное число M, такое, что

- в десятичной записи M заканчивается на 7;
- если зачеркнуть эту последнюю цифру 7 и записать её в начале числа, получившееся число будет в 5 раз больше исходного.

Task 3. Андрею надо распилить клетчатую доску $2n \times 2n$, делая разрезы только вдоль границ клеток. Если он будет пилить доску на квадраты 2×2, то на это ему потребуется 15 минут, а если пилить доску на квадраты 1×1, то потребуется 25 минут. Сколько времени потребуется Андрею, чтобы распилить доску на прямоугольники 1×2? Время, затрачиваемое Андреем, пропорционально длине распилов, и n – натуральное число.

Task 4. На столе в конферец-зале лежат 27 закрытых ноутбуков. В каждый свой перерыв Олеся заходит в конферец-зал и меняет положение у пяти ноутбуков: закрытые ноутбуки открывает, а открытые – закрывает. Какое наименьшее количество перерывов потребуется Олесе, чтобы все 27 ноутбуков стали открытыми?

Task 5. В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка D так, что DBC – равнобедренный треугольник с основанием BC. На отрезке BD выбрана точка E так, что $\triangle BEA$ – равнобедренный с основанием AB. На луче EA за точкой A выбрана точка F таким образом, что $\triangle CAF$ – равнобедренный с основанием CF. Найдите угол BCF, если $\angle ABD = 48°$.

Task 6. В сообществе ВКонтакте состоят 2024 девочки и 2024 мальчика с попарно различными именами, т.е. в этом сообществе нет двух членов с одинаковыми именами. Расставив их по именам в алфавитном порядке, можно сказать: «среди некоторых N подряд стоящих ребят поровну девочек и мальчиков». При каком наибольшем $N < 4048$ это утверждение будет гарантированно верно?