

7^й класс

К каждой задаче требуется развернутое и обоснованное решение.

Задача 1. Дана прямоугольная таблица из двух строк и четырех столбцов. Петя и Вася по очереди, начиная с Пети, ставят в пустые клетки этой таблицы различные рациональные числа. Когда вся таблица заполнена числами, в каждой строке закрашивается клетка, содержащая наибольшее число в этой строке. Петя выигрывает, если две закрашенные клетки граничат по стороне или по углу. Может ли Вася помешать Пете выиграть?

Задача 2. Назовём натуральное число *пифагоровым*, если сумма квадратов его цифр равна точному квадрату. Например, число 34 – пифагорово, т.к. $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$. Найдите максимальное трёхзначное пифагорово число.

Задача 3. Муха-Цокотуха, как известно, обычно не носит носки и ботинки. Но однажды она, собираясь на прогулку по полю, решила надеть по одному носку и одному ботинку на каждую из своих шести ног. Сколькими способами Муха-Цокотуха может выбрать порядок, в котором будет их надевать, если известно, что она не наденет ботинок на ногу, на которой нет носка?

Задача 4. За круглым столом сидят 96 человек. Найдите количество натуральных чисел $n < 48$, для каждого из которых эти люди могут пересесть так, чтобы между любыми бывшими соседями теперь сидели ровно n человек.

Задача 5. Дан равносторонний треугольник ABC ; точка M – середина стороны BC , точка N – середина отрезка AM . Через точку, симметричную N относительно BC , провели прямую, параллельную BC , и на этой прямой отметили точку X так, что $CX > BX$. На продолжении стороны AC за точку C отметили точку X , а на продолжении стороны BA за точку A отметили точку Z , причем $MX = MY = MZ$. Докажите, что треугольник XYZ – равносторонний.