

# Цифровое производство

## в машиностроении

2022/23 учебный год

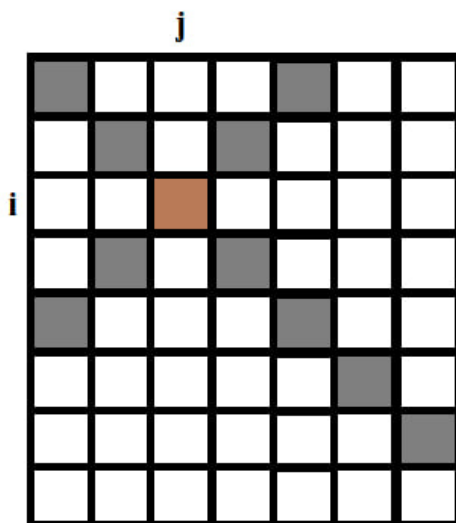
### Заключительный этап

#### Предметный тур

Информатика. 8–11 класс

##### *Задача VI.1.1.1. Матричная головоломка (25 баллов)*

Егор купил себе головоломку, которая представляет из себя матрицу  $N \times M$ . В ячейках матрицы находятся целые числа. В этой головоломке каждый раз выбирается определенная ячейка  $c_{ij}$ , от которой выделяется область, как показано на рисунке. Для решения этой головоломки Егору необходимо посчитать сумму простых чисел в выделенной области и вывести простые числа (из выделенной области) в порядке возрастания. Все повторяющиеся элементы, в полученной последовательности, необходимо вывести только один раз.



##### *Формат входных данных*

В первой строке через пробел указываются два натуральных числа  $N$  и  $M$ , где  $2 \leq N \leq 100$  и  $2 \leq M \leq 100$ . Во второй строке вводятся два натуральных числа, которые указывают местоположение ячейки  $c_{ij}$ .

Далее указываются целые числа хранящиеся в ячейках матрицы.

##### *Формат выходных данных*

Программа должна вывести сумму простых чисел в выделенной области.

Программа должна вывести простые числа в выделенной области в порядке возрастания через пробел. Все повторяющиеся элементы необходимо вывести только

---

один раз.

### Примеры

#### Пример №1

Стандартный ввод
3 4 3 3 -1 2 -5 1 2 -6 7 0 1 3 2 5
Стандартный вывод
2 2

#### Пример №2

Стандартный ввод
5 6 2 3 -1 2 -5 1 0 7 2 -6 -7 0 5 6 1 -1 2 5 1 2 1 -4 -1 5 6 4 2 5 -9 6 8 4
Стандартный вывод
7 2 5

### Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <iostream>
2
3  using namespace std;
4  bool IsPrimeNumber(int n);
5  bool check(int a[], int b, int c) {
6      bool temp = true;
7      for (int i = 0; i < b; i++)
8          if (a[i] == c) {
9              temp = false;
10             break;
11         }
12     return temp;
13 }
14 int main() {
15     int a, b, x, y;
16     cin >> a >> b;
17     cin >> x >> y;
18     x = x - 1;
```

---

```

19  y = y - 1;
20  int z[a][b];
21  for (int i = 0; i < a; i++)
22      for (int j = 0; j < b; j++) {
23          cin >> z[i][j];
24      }
25  int i, j;
26  int res[1000];
27  int c = 0;
28  int sum = 0;
29  i = x;
30  j = y;
31  while (i >= 0 && j >= 0) // top left
32  {
33      if (z[i][j] < 0) {
34          goto tleft;
35      }
36      if (IsPrimeNumber(z[i][j]) == true) {
37          sum += z[i][j];
38          if (check(res, c, z[i][j]) == true) {
39              res[c] = z[i][j];
40              c++;
41          }
42      }
43  tleft:
44      i--, j--;
45  }
46  i = x - 1;
47  j = y + 1;
48  while (i >= 0 && j < b) // top right
49  {
50      if (z[i][j] < 0) {
51          goto tright;
52      }
53      if (IsPrimeNumber(z[i][j]) == true) {
54          sum += z[i][j];
55          if (check(res, c, z[i][j]) == true) {
56              res[c] = z[i][j];
57              c++;
58          }
59      }
60  tright:
61      i--;
62      j++;
63  }
64  i = x + 1;
65  j = y - 1;
66  while (i < a && j >= 0) // bottom left
67  {
68      if (z[i][j] < 0) {
69          goto bleft;
70      }
71      if (IsPrimeNumber(z[i][j]) == true) {
72          sum += z[i][j];
73          if (check(res, c, z[i][j]) == true) {
74              res[c] = z[i][j];
75              c++;
76          }
77      }
78  bleft:

```

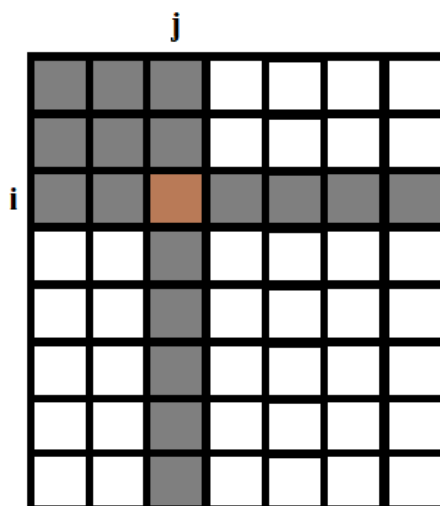
```

79     i++, j--;
80 }
81 i = x + 1;
82 j = y + 1;
83 while (i < a && j < b) // bottom right
84 {
85     if (z[i][j] < 0) {
86         goto bright;
87     }
88     if (IsPrimeNumber(z[i][j]) == true) {
89         sum += z[i][j];
90         if (check(res, c, z[i][j]) == true) {
91             res[c] = z[i][j];
92             c++;
93         }
94     }
95     bright:
96     i++, j++;
97 }
98
99 for (int i = 0; i < c - 1; i++) // sort
100     for (int j = 0; j < c - i - 1; j++)
101         if (res[j] > res[j + 1]) {
102             int temp = res[j];
103             res[j] = res[j + 1];
104             res[j + 1] = temp;
105         }
106
107 cout << sum << "\n";
108 for (i = 0; i < c; i++) cout << res[i] << " ";
109 }
110
111 bool IsPrimeNumber(int n) {
112     bool Prime = true;
113     if (n == 0 || n == 1)
114         Prime = false;
115     else {
116         for (int i = 2; i <= n / 2; ++i) {
117             if (n % i == 0) {
118                 Prime = false;
119                 break;
120             }
121         }
122     }
123     return Prime;
124 }

```

### **Задача VI.1.1.2. Матричная головоломка 2 (20 баллов)**

Егор купил себе головоломку, которая представляет из себя матрицу  $N \times M$ . В ячейках матрицы находятся целые числа. В этой головоломке каждый раз выбирается определенная ячейка  $c_{ij}$ , от которой выделяется область, как показано на рисунке. Для решения этой головоломки Егору необходимо посчитать сумму отрицательных чисел в выделенной области и вывести отрицательные числа (из выделенной области) в порядке возрастания. Если в полученной последовательности встречаются одинаковые числа, то необходимо заменить эти числа на число, которое является их произведением.



### *Формат входных данных*

В первой строке через пробел указываются два натуральных числа  $N$  и  $M$ , где  $2 \leq N \leq 100$  и  $2 \leq M \leq 100$ . Во второй строке вводятся два натуральных числа, которые указывают местоположение ячейки  $c_{ij}$ .

Далее указываются целые числа хранящиеся в ячейках матрицы.

### *Формат выходных данных*

Программа должна вывести сумму отрицательных чисел в выделенной области. Программа должна вывести отрицательные числа в выделенной области в порядке возрастания через пробел. Если в полученной последовательности встречаются два одинаковых числа, то необходимо заменить эти числа на их произведение.

### *Примеры*

#### *Пример №1*

Стандартный ввод
3 4
3 3
-1 2 -5 1
2 -6 7 0
-1 3 2 -5
Стандартный вывод
-18
-6 25 1

## Пример №2

Стандартный ввод
5 6
2 3
-1 2 -5 1 0 7
2 -6 -7 0 5 6
1 -1 2 5 1 2
1 -4 -1 5 6 4
2 5 -9 6 8 4

Стандартный вывод
-29
-9 -7 -6 -5 1

### Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <iostream>
2
3  using namespace std;
4  int main() {
5      int a, b, x, y;
6      cin >> a >> b;
7      cin >> x >> y;
8      x = x - 1;
9      y = y - 1;
10     int z[a][b];
11     for (int i = 0; i < a; i++)
12         for (int j = 0; j < b; j++) {
13             cin >> z[i][j];
14         }
15     int i, j;
16     int res[1000];
17     int c = 0;
18     int sum = 0;
19     for (i = x; i >= 0; i--) // top left
20         for (j = y; j >= 0; j--) {
21             if (z[i][j] < 0) {
22                 sum += z[i][j];
23                 res[c] = z[i][j];
24                 c++;
25             }
26         }
27     for (i = x + 1, j = y; i < a; i++) // right
28     {
29         if (z[i][j] < 0) {
30             sum += z[i][j];
31             res[c] = z[i][j];
32             c++;
33         }
34     }
35     for (j = y + 1, i = x; j < b; j++) // down
36     {
37         if (z[i][j] < 0) {
38             sum += z[i][j];
39             res[c] = z[i][j];
```

```

40     c++;
41 }
42 }
43 for (int i = 0; i < c - 1; i++) // sort
44     for (int j = 0; j < c - i - 1; j++)
45         if (res[j] > res[j + 1]) {
46             int temp = res[j];
47             res[j] = res[j + 1];
48             res[j + 1] = temp;
49         }
50 int rez[1000];
51 int temp = res[0];
52 int count = 0;
53 int mult = 0;
54 for (int i = 1; i < c; i++) {
55     if (res[i] != temp) {
56         if (mult == 0) {
57             rez[count] = temp;
58             count++;
59         }
60         if (mult != 0) {
61             rez[count] = mult;
62             count++;
63             mult = 0;
64         }
65     } else {
66         if (mult == 0)
67             mult = res[i] * temp;
68         else {
69             mult = mult * temp;
70         }
71         if (i == c - 1) {
72             rez[count] = mult;
73             count++;
74         }
75     }
76     {}
77     temp = res[i];
78 }
79 if (res[c - 1] != res[c - 2]) {
80     rez[count] = res[c - 1];
81     count++;
82 }
83 cout << sum << "\n";
84 for (i = 0; i < count; i++) cout << rez[i] << " ";
85 }

```

### **Задача VI.1.1.3. Игра в боулинг (10 баллов)**

В кегельбане<sup>1</sup> программа, которая расставляет кегли, дала сбой. Теперь она расставляет все кегли не в виде треугольника, а в один ряд. Все кегли пронумерованы целыми числами (ноль не является целым числом). Настройщик программы решил, что выигрывает тот игрок, который с 2 бросков выбьет такие две кегли, сумма чисел которых будет минимальна.

Ваша задача заключается в том, чтобы выставить кегли только с отрицательны-

---

<sup>1</sup>Кегельбан — место, в котором играют в боулинг.

---

ми числами. Если число положительное, то его необходимо заменить на наибольший из отрицательных (существует всегда как минимум одна кегля с отрицательным числом). Затем необходимо найти победное число.

### *Формат входных данных*

В первой строке указывается количество кегель  $k$ , где  $k$  принимает значения  $2 < k < 15$ . Во второй строке через пробел прописаны числа, указанные на кеглях.

### *Формат выходных данных*

В первой строке программа должна вывести последовательность чисел, указанных на кеглях (в конце строки не должен стоять пробел). Во второй строке необходимо вывести победное число.

### *Примеры*

#### *Пример №1*

<b>Стандартный ввод</b>
6 3 2 5 6 1 -9
<b>Стандартный вывод</b>
-9 -9 -9 -9 -9 -9 -18

### *Пример программы-решения*

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <iostream>
2  #include <string>
3  using namespace std;
4
5  int main() {
6      int N;
7      int kegels[15];
8      string Input;
9      getline(cin, Input);
10     N = stoi(Input);
11     int index = 0;
12     int result = 0;
13     string temporal = "";
14     getline(cin, Input);
15     for (int j = 0; j < Input.length(); j++) {
16         if (Input[j] != ' ')
17             temporal += Input[j];
18         else {
19             kegels[index] = stoi(temporal);
20             temporal = "";
21             index++;
22     }
```



```

23     }
24     kegels[index] = stoi(temporal);
25     int max;
26     for (int i = 0; i < (index + 1); ++i) {
27         if (kegels[i] < 0) {
28             max = kegels[i];
29             break;
30         }
31     }
32
33     for (int i = 0; i < (index + 1); ++i) {
34         if (kegels[i] > max && kegels[i] < 0) {
35             max = kegels[i];
36         }
37     }
38     for (int i = 0; i < (index + 1); ++i) {
39         if (kegels[i] > 0) {
40             kegels[i] = max;
41         }
42     }
43     string resultS = "";
44     int i = 0;
45     for (i = 0; i < index; i++) {
46         resultS += to_string(kegels[i]) + " ";
47     }
48     resultS += to_string(kegels[i]);
49
50     int temp;
51     for (int i = 0; i < index; i++) {
52         for (int j = 0; j < index - i; j++) {
53             if (kegels[j] > kegels[j + 1]) {
54                 temp = kegels[j];
55                 kegels[j] = kegels[j + 1];
56                 kegels[j + 1] = temp;
57             }
58         }
59     }
60     result = kegels[0] + kegels[1];
61     cout << resultS << endl;
62     cout << result << endl;
63 }

```

#### ***Задача VI.1.1.4. Игра с числами (15 баллов)***

Таня и Никита играют с числа. Каждый из них загадал по два действительных числа, всего получилось четыре. Для своей игры они придумали следующие правила: если все числа являются попарно различными, а также полусуммы всех возможных пар больше или равны нулю, то меньшее число, загаданное Таней, заменяется на полусумму чисел Никиты. В противном случае меньшее число, загаданное Никитой, заменяется на полусумму чисел Тани. Если возникает ситуация, что оба числа являются наименьшими (т. е. одинаковыми) — заменяются оба. После проделанных операций преобразования, для игроков считаются новые сумма их чисел. Если у Тани сумма окажется больше, то она считается победителем. Если же у Никиты будет больше — он будет победителем. В случае, если суммы двух игроков равны — объявляется ничья. Определите исход игры.

Числа после деления округлять до десятых по правилам математики.

---

## Формат входных данных

На вход в одной строке подаются сначала два действительных числа, загаданные Таней, затем два действительных числа, загаданные Никитой.

## Формат выходных данных

Программа должна выводить в первой строке через пробел числа полученные по итогу игры и во второй строке имя победителя (Таня или Никита).

## Примеры

### Пример №1

Стандартный ввод
4 7 -2 8
Стандартный вывод
3 7 -2 8 Таня

## Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <math.h>
2
3  #include <iostream>
4  #include <string>
5  using namespace std;
6
7  int main() {
8      float t1, t2, n1, n2;
9      string Input;
10     string temporal = "";
11     int index = 0;
12     getline(cin, Input);
13     for (int i = 0; i < Input.length(); i++) {
14         if (Input[i] != ' ')
15             temporal += Input[i];
16         else {
17             switch (index) {
18                 case 0:
19                     t1 = stof(temporal);
20                     break;
21                 case 1:
22                     t2 = stof(temporal);
23                     break;
24                 case 2:
25                     n1 = stof(temporal);
26                     break;
27             }
28             temporal = "";
29             index++;
30     }
```

```

31     }
32     n2 = stof(temporal);
33     if (t1 != t2 && t1 != n2 && t1 != n1 && n1 != t2 && t2 != n2 && n1 != n2 &&
34         (t1 + t2) / 2 >= 0 && (n1 + n2) / 2 >= 0 && (n1 + t1) / 2 >= 0 &&
35         (n1 + t2) / 2 >= 0 && (n2 + t1) / 2 >= 0 && (n2 + t2) / 2 >= 0) {
36         if (t1 < t2) {
37             t1 = (n1 + n2) / 2;
38         } else {
39             t2 = (n1 + n2) / 2;
40         }
41     } else {
42         if (n1 < n2) {
43             n1 = (t1 + t2) / 2;
44         } else if (n1 > n2) {
45             n2 = (t1 + t2) / 2;
46         } else {
47             n1 = (t1 + t2) / 2;
48             n2 = (t1 + t2) / 2;
49         }
50     }
51     string resultS = to_string(round(t1 * 10) / 10) + " " +
52                     to_string(round(t2 * 10) / 10) + " " +
53                     to_string(round(n1 * 10) / 10) + " " +
54                     to_string(round(n2 * 10) / 10);
55     string resultName = "";
56     if ((t1 + t2) > (n1 + n2)) {
57         resultName = "Таня";
58     } else if ((t1 + t2) < (n1 + n2)) {
59         resultName = "Никита";
60     } else {
61         resultName = "Ничья";
62     }
63     setlocale(LC_ALL, "Russian");
64     cout << round(t1 * 10) / 10 << " " << round(t2 * 10) / 10 << " "
65          << round(n1 * 10) / 10 << " " << round(n2 * 10) / 10 << endl;
66     cout << resultName << endl;
67 }

```

### Задача VI.1.1.5. Лес (30 баллов)

В лесу растут деревья на одинаковом расстоянии друг от друга. Этот сад можно представить в виде матрицы. Если дерево здоровое, то оно обозначается единицей, если оно поражено вредителями, то обозначается нулем. Лесник прошелся по лесу и начертил себе карту со здоровыми и пораженными деревьями. Теперь ему необходимо посчитать, в скольких столбцах и строках растут только здоровые деревья и посчитать общее количество деревьев с вредителями.

После проведенных подсчетов, лесник заключил договор с лесопильней, где было указано, что с каждого дерева они получают доски высокого, среднего и низкого качества, при этом ещё остаются опилки. В представленной ниже таблице указаны получаемые материалы в процентном соотношении.

	Доски высокого качества	Доски среднего качества	Доски низкого качества	Опилки
Здоровое дерево	71%	18%	9%	2%
Дерево с вредителями	3%	14%	52%	31%

---

Леснику необходимо рассчитать в процентном соотношении количество получаемого материала по качеству из имеющегося леса.

Во всех подсчетах проценты округлять до сотых по правилам математики.

### *Формат входных данных*

В первой строке через пробел указываются два целых числа  $N$  и  $M$ , где  $2 \leq N \leq 1000$  количество строк и  $2 \leq M \leq 1000$  количество столбцов. Далее указываются числа 1 или 0, хранящиеся в ячейках матрицы.

### *Формат выходных данных*

Программа должна вывести количество строк и столбцов через пробел, в которых растут только здоровые деревья, а также количество деревьев с вредителями.

Во второй строке программа должна вывести через пробел, количество получаемого материала в процентах. Проценты выводить в следующей последовательности: доски высокого качества, доски среднего качества, доски низкого качества и опилки.

### *Примеры*

#### *Пример №1*

Стандартный ввод
3 3
1 0 1
1 1 1
0 1 1

Стандартный вывод
1 1 2
55.89 17.11 18.55 8.45

### *Пример программы-решения*

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <cmath>
2  #include <iostream>
3  using namespace std;
4  int main() {
5      int a, b;
6      cin >> a >> b;
7      int z[a][b];
8      for (int i = 0; i < a; i++)
9          for (int j = 0; j < b; j++) {
10                 cin >> z[i][j];
11             }
12     int i, j;
13     int k = 0;
14     int s = 0;
15     int res[1000];
16     int c = 0;
```

```

17  int sum = 0;
18  int bad = 0;
19  for (int i = 0; i < a; i++) {
20      bool gl = true;
21      for (int j = 0; j < b; j++) {
22          if (z[i][j] == 0) {
23              bad++;
24              gl = false;
25          }
26      }
27      if (gl) k++;
28  }
29  c = 0;
30  for (int j = 0; j < b; j++) {
31      bool gl = true;
32      for (int i = 0; i < a; i++) {
33          if (z[i][j] == 0) gl = false;
34      }
35      if (gl) s++;
36  }
37  cout << k << " " << s << " " << bad << "\n";
38  double dab = bad;
39  double p = a;
40  double l = b;
41  double bap = round(((dab / (p * l)) * 100) * 100) / 100;
42  double good = 100 - bap;
43  double datag[4] = {71, 18, 9, 2};
44  double datab[4] = {3, 14, 52, 31};
45  double tempg[4];
46  for (int i = 0; i < 4; i++)
47      tempg[i] = round(((good * datag[i]) / 100) * 100) / 100;
48  double tempb[4];
49  for (int i = 0; i < 4; i++)
50      tempb[i] = round(((bap * datab[i]) / 100) * 100) / 100;
51  for (int i = 0; i < 4; i++)
52      cout << round((tempg[i] + tempb[i]) * 100) / 100 << " ";
53  }

```

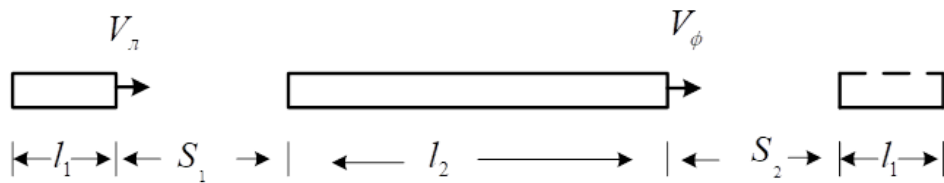
Тестовые наборы для задач представлены по ссылке — <https://disk.yandex.ru/d/pF03pc9mHrkShA>.

## Физика. 8–9 классы

### Задача VI.1.2.1. Относительность движения (15 баллов)

Легковой автомобиль, движущийся со скоростью  $V_{л} = 90$  км/ч начинает обгон фуры в тот момент времени, когда расстояние между машинами было  $S_1 = 30$  м, и заканчивает обгон, возвращаясь в прежний ряд, когда расстояние между машинами стало  $S_2 = 25$  м. За какое время легковой автомобиль обгонит фуру, если её скорость  $V_{ф} = 72$  км/ч? Длина легкового автомобиля  $l_1 = 4,5$  м, а фуры  $l_2 = 15,5$  м.

*Решение*



$$\begin{aligned} V_{л} \cdot t &= S_1 + V_{ф} \cdot t + l_2 + S_2 + l_1 \Rightarrow t = \frac{S_1 + S_2 + l_1 + l_2}{V_{л} - V_{ф}} = \\ &= \frac{30 + 25 + 4,5 + 15,5}{25 - 20} = 15 \text{ с.} \end{aligned}$$

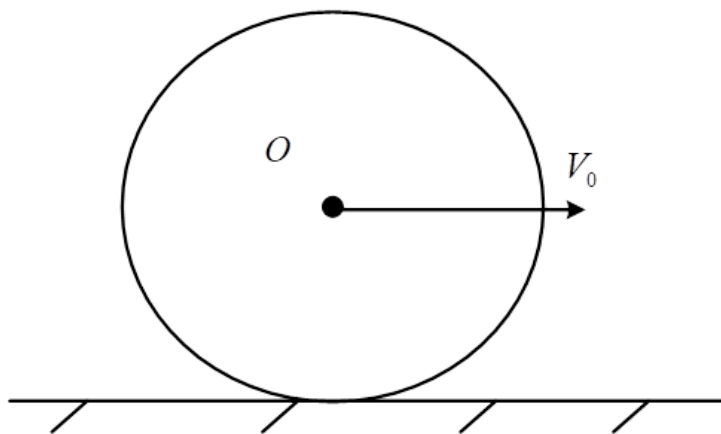
Ответ: 15 с.

#### Критерии оценивания

1. Правильно составлено выражение для определения времени — 10 баллов.
2. Правильно решено уравнение — 5 баллов.

### Задача VI.1.2.2. Кинематика (25 баллов)

По горизонтальной плоскости катится без проскальзывания однородный диск радиусом  $R$ . Скорость центра диска  $O$  относительно плоскости равна  $V_O$ . Укажите геометрическое место всех точек диска, мгновенная скорость которых относительно плоскости равна  $V_O$ .



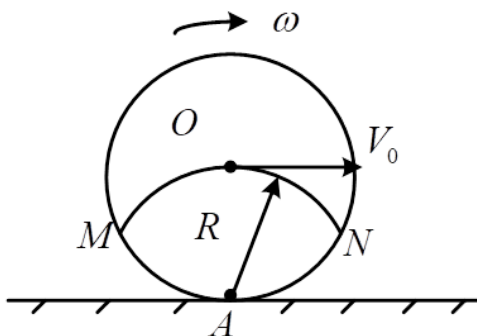
### Решение

Т. к. диск катится без проскальзывания то скорость нижней точки  $A$ :

$$V_A = 0 = V_O - \omega R \Rightarrow \omega = \frac{V_O}{R} -$$

угловая скорость вращения диска. Поскольку проскальзывания нет, точка  $A$  неподвижна относительно плоскости и, следовательно является центром вращения, то линейную скорость  $V = V_O$  будут иметь точки на дуге окружности радиусом равным  $R$  с центром окружности в точке  $A$ :

$$V = \omega R = \frac{V_O}{R} \cdot R = V_O.$$



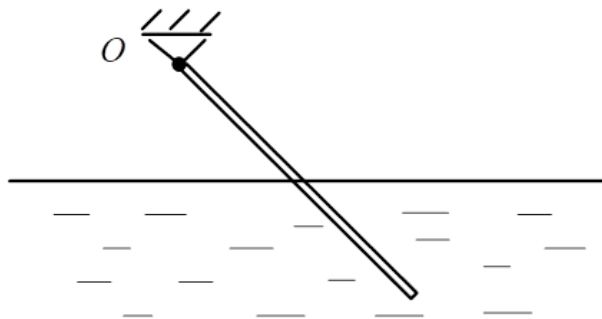
**Ответ:** линейную скорость  $V = V_O$  будут иметь точки, лежащие на дуге  $MON$  окружности радиусом  $R$  с центром в точке  $A$ .

### Критерии оценивания

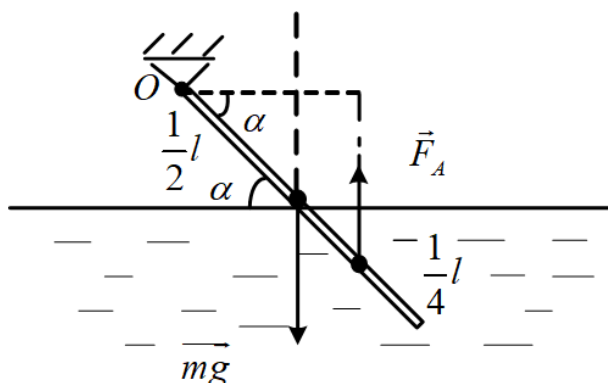
1. Найдена угловая скорость — 10 баллов.
2. Правильно указано геометрическое место точек — 15 баллов.

### Задача VI.1.2.3. Статика (20 баллов)

Однородный тонкий стержень, закреплённый сверху в шарнире  $O$ , опущен в жидкость плотностью  $\rho_{\text{ж}}$ . В равновесии половина стержня погружена в жидкость. Определите плотность материала стержня. Трения в шарнире нет.



*Решение*



Т. к. стержень находится в равновесии, то сумма моментов сил тяжести стержня  $mg$  и силы Архимеда  $F_A$  равна нулю относительно шарнира  $O$ . Т. е.

$$mg \frac{l}{2} \cos \alpha + \left( -F_A \cdot \frac{3l}{4} \cos \alpha \right) = 0; \quad m = \rho_{\text{ст}} \cdot lS$$

( $l$  — длина стержня,  $S$  — площадь поперечного сечения),

$$F_A = \rho_{\text{ж}} \cdot \frac{1}{2} lSg$$

( $F_A$  приложена в середине погруженной части стержня); тогда

$$\rho_{\text{ст}} \cdot lSg \frac{l}{2} \cos \alpha - \rho_{\text{ж}} \cdot \frac{1}{2} lSg \cdot \frac{3}{4} l \cos \alpha = 0 \Rightarrow \rho_{\text{ст}} = \frac{3}{4} \rho_{\text{ж}}.$$

**Ответ:** плотность материала стержня  $\rho_{\text{ст}} = 3/4 \rho_{\text{ж}}$ .

**Критерии оценивания**

1. Правильно указаны условия равновесия — 10 баллов.
2. Окончательно решено уравнение — 10 баллов.



### Задача VI.1.2.4. Тепловой баланс (20 баллов)

В сосуде в состоянии теплового равновесия находится  $m = 1$  кг мокрого снега (смеси воды и льда). В сосуд долили  $M = 1$  кг воды при температуре  $t_{\text{в}} = 60$  °С. После этого в сосуде в состоянии теплового равновесия оказалось вода при температуре  $t_{\text{р}} = 10$  °С. Сколько льда и воды содержалось в мокром снеге? Температура плавления льда  $t_{\text{л}} = 0$  °С. Удельная теплоемкость воды  $C_{\text{в}} = 4,2$  кДж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330$  кДж/кг. Теплоемкостью сосуда и теплообменом с внешней средой пренебречь.

#### Решение

Исходно мокрый снег находится при температуре равной  $t_{\text{пл}} = 0$  °С. Лед плавится и образовавшаяся после этого вода нагревается до  $t_{\text{р}}$ , для этого нужно количество тепла

$$Q_{\text{кн}} = m_{\text{л}}\lambda + mC_{\text{в}}(t_{\text{р}} - t_{\text{пл}}),$$

это тепло берется из остывания воды

$$Q_{\text{в}} = MC_{\text{в}}(t_{\text{в}} - t_{\text{р}}),$$

т. е.

$$\begin{aligned} m_{\text{л}}\lambda + mC_{\text{в}}(t_{\text{р}} - t_{\text{пл}}) &= MC_{\text{в}}(t_{\text{в}} - t_{\text{р}}) \Rightarrow m_{\text{л}} = \frac{C_{\text{в}}[M(t_{\text{в}} - t_{\text{р}}) - m(t_{\text{р}} - t_{\text{пл}})]}{\lambda} = \\ &= \frac{4,2[1 \cdot (60 - 10) - 1 \cdot (10 - 0)]}{330} = \frac{4,2 \cdot (50 - 10)}{330} \approx 0,51 \text{ кг.} \end{aligned}$$

Тогда воды в мокром снеге было  $m_{\text{в}} = m - m_{\text{л}} = 0,49$  кг.

**Ответ:**  $m_{\text{л}} = 0,51$  кг,  $m_{\text{в}} = 0,49$  кг.

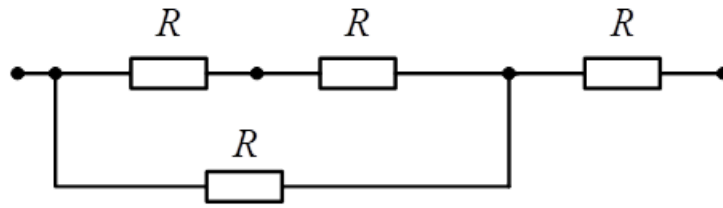
#### Критерии оценивания

1. Правильно указаны выражения для количеств тепла — 5 баллов.
2. Правильно записано уравнение теплового баланса — 10 баллов.
3. Найдена температура — 5 баллов.

### Задача VI.1.2.5. Электрические цепи (20 баллов)

Как следует соединить четыре одинаковых резистора сопротивлением  $R = 30$  Ом каждый, чтобы сопротивление полученной цепочки было равно  $R_{\text{О}} = 50$  Ом? Нарисуйте схему соединения резисторов.

*Решение*



*Критерии оценивания*

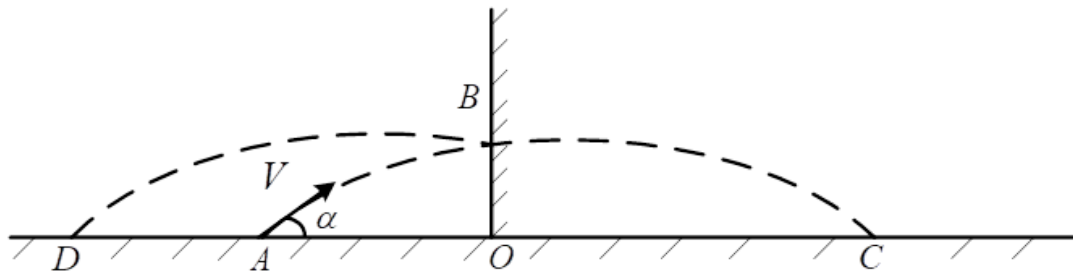
1. Правильно нарисована схема — 20 баллов.

**Физика. 10–11 классы**

**Задача VI.1.3.1. Движение тела в поле тяжести земли (20 баллов)**

В лаборатории разработали робота-футболиста. Разработчики решили протестировать робота. Они отправились на поле с плоской горизонтальной поверхностью и вертикальной стеной. Удары робота сообщали мячу одинаковую скорость, но под разными углами к горизонту. Стена находится на расстоянии  $L$  от места удара. Траектория движения мячика лежит в плоскости, перпендикулярно стене. После абсолютно упругого соударения мячика со стеной, наибольшее расстояние от стены до места падения мячика на землю оказалось равным  $l$ . Под каким углом к горизонту и с какой по величине скоростью полетел в этом случае мячик после удара робота? Сопротивлением воздуха движению пренебречь.

*Решение*



$ABC$  — траектория без стены,  $ABD$  — траектория со стеной; в т.  $B$  вертикальная составляющая скорости не меняется, а горизонтальная поменяет знак, но величина не изменится, т. к. соударение абсолютно упругое; поэтому участки  $BC$  и  $BD$  симметричные; расстояние  $OD = OC = AC - L$ ,  $AC = V \cos \alpha \cdot t_{\text{пол}}$ , время полёта

$$t_{\text{пол}} = 2 \frac{V \sin \alpha}{g} \Rightarrow OD = V \cos \alpha \cdot 2 \frac{V \sin \alpha}{g} - L = \frac{V^2}{g} \cdot \sin \alpha - L.$$

Т. к.  $OD$  максимально, то

$$OD = l = \frac{V^2}{g} \cdot 1 - L$$

при  $\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$ ;

$$\frac{V^2}{g} = l + L \Rightarrow V = \sqrt{g(L + l)}.$$

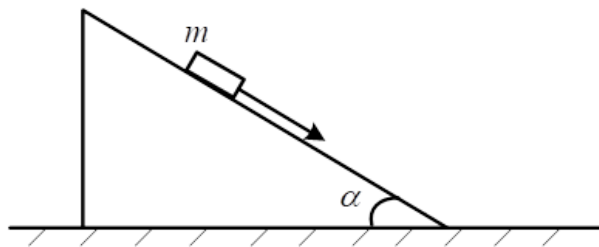
**Ответ:**  $OD$  будет max при  $\alpha = 45^\circ$  и  $V = \sqrt{g(L + l)}$ .

### Критерии оценивания

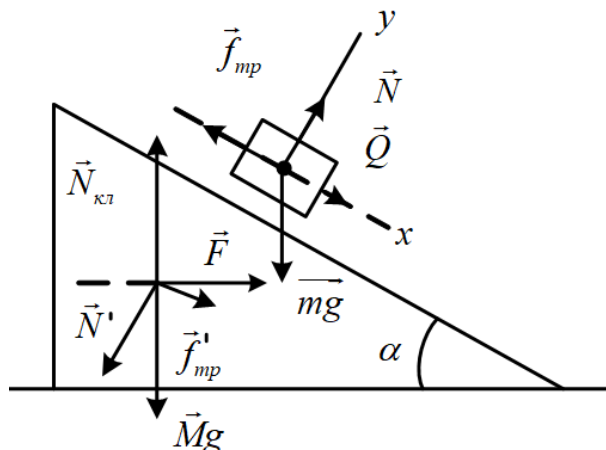
1. Правильно указана и объяснена симметричность траектории относительно стены и найдено интересующее расстояние — 10 баллов.
2. Правильно найден угол, при котором интересующее расстояние будет максимальным — 6 баллов.
3. Правильно найдена скорость мяча — 4 балла.

### Задача VI.1.3.2. Динамика (25 баллов)

На идеально гладкой горизонтальной плоскости находится клин. Брусок массой  $m$  соскальзывает по наклонной плоскости клина, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом. Коэффициент трения скольжения между бруском и поверхностью клина равен  $\mu$ . Определите ускорение бруска при условии, что клин неподвижен. Какую по величине силу в горизонтальном направлении нужно приложить к клину, чтобы он был неподвижен?



### Решение



Для бруска:  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_{\text{тр}}$ ,

$$x: ma = mg \sin \alpha - f_{\text{тр}},$$

$$y: 0 = N - mg \cos \alpha \Rightarrow N = mg \cos \alpha,$$

$$f_{\text{тр}} = f_{\text{тр.ск.}} = \mu N \Rightarrow mg = mg \cdot \sin \alpha - \mu mg \cdot \cos \alpha \Rightarrow a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

Для клина (масса  $M$ ):  $0 = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}_{\text{кл}} + \vec{N}' + \vec{f}'_{\text{тр}}$ ;  $N' = N = mg \cdot \cos \alpha$ ;

$f'_{\text{тр}} = f_{\text{тр}} = \mu mg \cdot \cos \alpha$ ,  $F$  — сила в горизонтальном направлении, прикладываемая, чтобы клин был неподвижен.

$$\text{По горизонтали } 0 = F - N' \sin \alpha + f'_{\text{тр}} \cos \alpha \Rightarrow$$

$$F = N' \sin \alpha - f'_{\text{тр}} \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha - \mu mg \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

**Ответ:**  $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ ,  $F = mg \cdot \cos \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ .

### Критерии оценивания

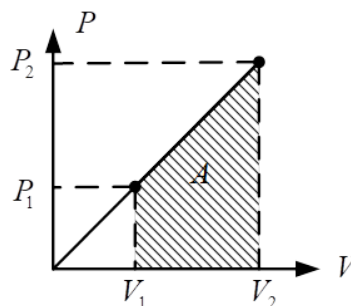
1. Правильно указаны силы, действующие на брусок, и найдено ускорение бруска — 5 баллов.
2. Правильно указаны силы, действующие на клин — 10 баллов.
3. Из условия равновесия клина, правильно найдено выражение для интересующей силы — 10 баллов.

### Задача VI.1.3.3. Термодинамика (20 баллов)

С идеальным одноатомным газом в количестве  $\nu$  молей совершают процесс, в котором давление газа  $P$  изменяется пропорционально корню квадратному из абсолютной температуры  $T$ , т. е.  $P \sim \sqrt{T}$ . Какое количество тепла нужно сообщить газу в этом процессе, чтобы повысить его температуру на  $\Delta T$ ?

#### Решение

$$PV = \nu RT, P = k\sqrt{T} \Rightarrow PV = \nu R \frac{P^2}{k^2} \Rightarrow V = \frac{\nu R}{k^2} P.$$



$Q = A + \Delta U$  — работа, совершаемая газом, равна площади трапеции.

$$A = \frac{P_1 + P_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} (P_2 V_2 + P_1 V_2 - P_2 V_1 - P_1 V_1) = \frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{1}{2} \nu R (T_2 - T_1) =$$

$$= \frac{1}{2} \nu R \Delta T \quad (\text{т. к. } P_1 V_2 - P_2 V_1 = P_1 \frac{\nu R}{k^2} P_2 - P_2 \frac{\nu R}{k^2} P_1 = 0).$$

$$\Delta U = \nu \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow Q = \frac{1}{2} \nu R \Delta T + \frac{3}{2} \nu R \Delta T = 2 \nu R \Delta T.$$

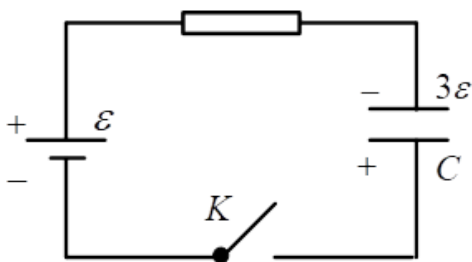
Ответ:  $Q = 2 \nu R \Delta T$ .

### Критерии оценивания

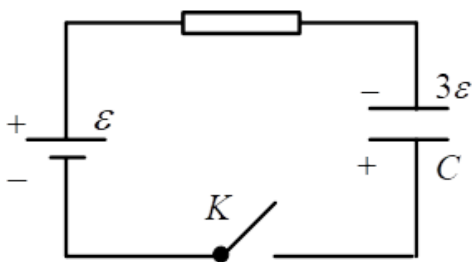
1. Правильно вычислена работа, совершаемая газом — 10 баллов.
2. Правильно вычислено изменение внутренней энергии газа и полученное тепло — 10 баллов.

### Задача VI.1.3.4. Электрические цепи (20 баллов)

К источнику постоянного тока с ЭДС  $\mathcal{E}$  подключён конденсатор ёмкостью  $C$ , заряженный до напряжения  $3\mathcal{E}$ , как показано на рисунке. Какое количество тепла выделится за большой промежуток времени в цепи после замыкания ключа  $K$ ?



### Решение



Через большой промежуток времени ток в цепи прекратится, напряжение на конденсаторе станет равным  $\mathcal{E}$ . Через батарейку протечёт заряд  $q = 4C\mathcal{E}$  и батарейка совершит работу  $A = q\mathcal{E} = 4C\mathcal{E}^2$ , по общезначимому закону сохранения энергии

$$A = W_{\text{к}} - W_{\text{н}} + Q; \quad W_{\text{к}} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}; \quad W_{\text{н}} = \frac{C(3\mathcal{E})^2}{2};$$

$Q$  — тепло, выделившееся в цепи;

$$4C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{9C\mathcal{E}^2}{2} + Q \Rightarrow Q = 8C\mathcal{E}^2.$$

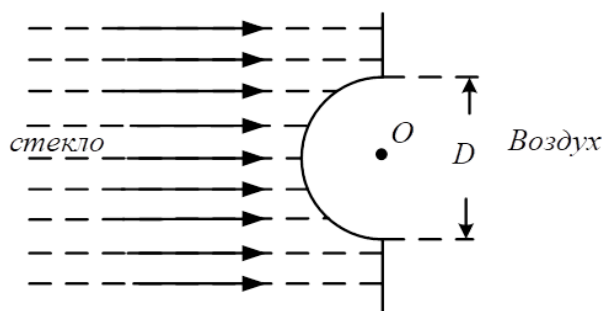
Ответ:  $Q = 8C\mathcal{E}^2$ .

### Критерии оценивания

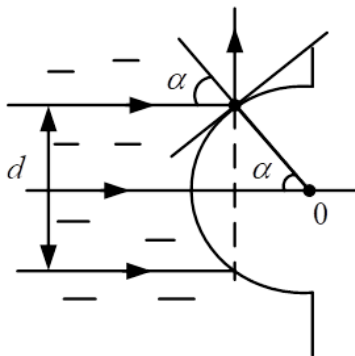
1. Правильно найден заряд, протекший через батарейку — 10 баллов.
2. Правильно записан и решен закон сохранения энергии для процессов в электрической цепи — 10 баллов.

### Задача VI.1.3.5. Отражение и преломление света (15 баллов)

На плоской поверхности стеклянной пластинки сделана лунка в виде полусферы диаметром  $D = 6$  см. На поверхность перпендикулярно к ней падает пучок параллельных световых лучей. Пучок какого максимального диаметра в стекле может выйти через лунку на воздух? Оптический показатель преломления стекла  $n_{ст} = 1,5$ , а воздуха  $n_{в} = 1$ .



### Решение



Диаметр светового пучка в стекле  $d$ , который может выйти на воздух, определяется полным внутренним отражением на грани «стекло-воздух»; угол полного отражения  $\alpha$  находится из условия

$$\sin \alpha = \frac{n_{в}}{n_{ст}}$$

из геометрии

$$\frac{1}{2}d = \frac{1}{2}D \cdot \sin \alpha \Rightarrow d = \frac{n_{в}}{n_{ст}}D.$$

Численно  $d = 6 \cdot 1/1,5 = 4$  см.

**Ответ:** диаметр пучка в стекле  $d = \frac{n_{в}}{n_{ст}}D = 4$  см.

***Критерии оценивания***

1. Правильно указано условие полного отражения — 10 баллов.
2. Правильно найден диаметр пучка — 5 баллов.