Цифровые технологии в архитектуре

2022/23 учебный год

Заключительный этап

Предметный тур

Информатика. 8–11 класс

Задача VI.1.1.1. Золотое сечение (12 баллов)

Золотое сечение — это числовая константа, обозначаемая греческой буквой ϕ, которой приписывают ряд замечательных свойств, как реальных, так и вымышленных. Ее значение можно вычислить по формуле $\phi = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$. В этой задаче от вас требуется написать программу, которая найдет значение выражения $\dfrac{\phi^n}{\sqrt{5}}$, округленное до ближайшего целого числа.

В языке Python для округления вещественного числа до ближайшего целого используется функция *round*. Например, в результате выполнения следующей команды в переменную b будет записано округленное значение из переменной a.

```
b = round(a)
```

Например, $n = 5$ ответ получается в результате следующих вычислений

$$\phi^5 = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^5 \approx 11,090169943749476.$$

Далее $\dfrac{\phi^5}{\sqrt{5}} \approx 4,959674775249769$. После округления до ближайшего целого будет получен окончательный ответ 5.

Формат входных данных

На вход подается одно натуральное число n — показатель степени в формуле, $(1 \leqslant n \leqslant 25)$.

Формат выходных данных

Вывести одно целое число — результат вычислений по формуле.

Методика проверки

Программа проверяется на 12 тестах. Прохождение каждого теста оценивается в 1 балл. Тесты из условия задачи при проверке не используются.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
5

Стандартный вывод
5

Пример №2

Стандартный ввод
25

Стандартный вывод
75025

Решение

В этой задаче требуется записать требуемую формулу в синтаксисе используемого языка программирования. Для извлечения корня в языке Python можно использовать операцию возведения в степень $0,5$.

Пример программы-решения

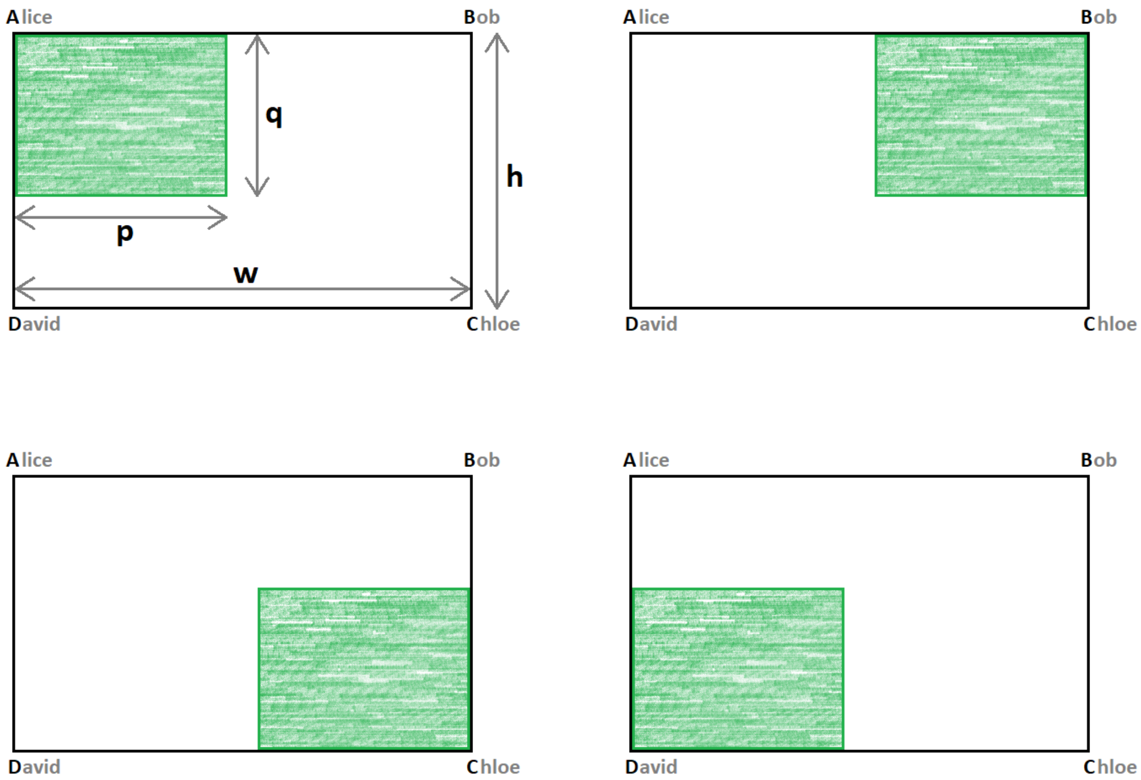
Ниже представлено решение на языке Python 3.

```python
n = int(input())
p = (5 ** 0.5 + 1) / 2
print(round((p ** n) / (5 ** 0.5)))
```

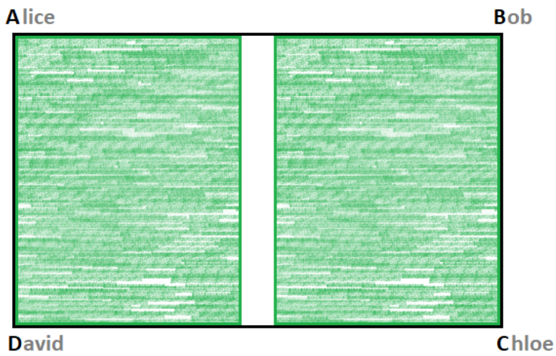
Задача VI.1.1.2. Газон (15 баллов)

Ландшафтные дизайнеры Алиса, Боб, Хлоя и Давид тестируют новую травяную смесь для газона. Участок земли, который они будут оформлять имеет форму прямоугольника размером $w \times h$ метров.

В первый день Алиса отмерила прямоугольник размером $p \times q$, примыкающий к левому верхнему углу участка, и засеяла его травяной смесью. На второй день Боб отмерил прямоугольник такого же размера, примыкающий к правому верхнему углу участка, и тоже засеял его травяной смесью. Аналогично на третий и четвертый день Хлоя и Давид засеяли прямоугольники примыкающие к нижнему правому и нижнему левому углу участка.



Через некоторое время трава выросла на всех участках, где была посеяна, и образовала газон.



Напишите программу, которая определит площадь газона. Обратите внимание, что форма газона будет зависеть от размеров прямоугольника и не обязательно будет совпадать с формой, показанной в примере.

Формат входных данных

На вход в первой строке подается два натуральных числа w и h — размеры участка по горизонтали и по вертикали соответственно, $(1 \leqslant w, h \leqslant 1000)$. Во второй строке записаны два натуральных числа p и q — размеры прямоугольников, засеянных травяной смесью, по горизонтали и по вертикали. Все четыре прямоугольника, засеянных травой, имеют одинаковый размер, $(1 \leqslant p \leqslant w)$, $(1 \leqslant q \leqslant h)$.

Формат выходных данных

Вывести одно целое число — площадь газона.

Методика проверки

Программа проверяется на 15 тестах. Прохождение каждого теста оценивается в 1 балл. Тесты из условия задачи при проверке не используются.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
50 30 23 18
Стандартный вывод
1380

Пример №2

Стандартный ввод
50 30 15 10
Стандартный вывод
600

Решение

При решении этой задачи можно рассмотреть четыре случая: все прямоугольники, засеянные травой, не пересекаются; прямоугольники пересекаются попарно по горизонтали; прямоугольники пересекаются попарно по вертикали; все четыре прямоугольника пересекаются. Но есть и более простое решение. Заметим, что четыре прямоугольника можно объединить в один путем смещения некоторых прямоугольников вверх или влево. Ширина этого единого прямоугольника будет равна минимуму из $2p$ и w, а высота — минимуму из $2q$ и h. Далее просто умножим ширину на высоту.

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python 3.

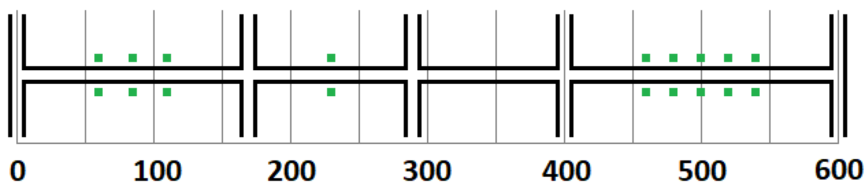
```
w, h = map(int,input().split())
p, q = map(int,input().split())
print(min(2*p,w)*min(2*q,h))
```

Задача VI.1.1.3. Высадка деревьев (18 баллов)

Мэрия города Энска решила высадить деревья вдоль улицы Тенистой, чтобы она наконец-то начала оправдывать свое название. Деревья будут высаживаться с обеих сторон улицы напротив друг друга. Протяженность всей улицы составляет l метров, и на ней расположено n перекрестков, причем первый перекресток расположен в начале улицы, а последний — в конце. Всю улицу мы можем представить как отрезок вещественной прямой с координатами от 0 до l, а перекрестки будем считать точками с координатами $p_1, p_2, \ldots, p_n$. При этом $p_1 = 0$, а $p_n = l$.

По требованиям ГИБДД расстояние от центра перекрестка до ближайшего дерева не должно быть меньше r метров, чтобы не ограничивать видимость. Кроме того, расстояние между соседними деревьями на одной стороне улицы не должно быть меньше s метров, чтобы деревья не мешали друг другу. *Известно, что расстояние s всегда будет меньше или равно чем r.* Напишите программу, которая найдет максимальное количество деревьев, которые можно посадить на улице.

Для лучшего понимания рассмотрим пример. Протяженность улицы составляет 600 метров, центры перекрестков расположены в точках с координатами 0, 170, 290, 400, 600. Величины r и s составляют 60 и 20 метров соответственно. Тогда на участке между первым и вторым перекрестком деревья можно высаживать только на отрезке $[60; 110]$. На этом отрезке на одной стороне улицы можно расположить не более трех деревьев так, чтобы расстояние между ними было не менее 20 метров, например, в точках с координатами $60, 85, 110$. Между вторым и третьим перекрестком можно посадить только одно дерево с координатой 230. Между третьим и четвертым перекрестком ни одного дерева посадить не получится. Наконец, между четвертым и пятым перекрестком деревья можно высаживать на отрезке $[460; 540]$. На этом отрезке получится разместить пять деревьев $460, 480, 500, 520, 540$. Таким образом, на одной стороне улицы можно высадить 9 деревьев, а с обеих сторон — 18.



Формат входных данных

На вход в первой строке через пробел подаются два натуральных числа r и s — минимально возможное расстояние от центра перекрестка до дерева и минимально возможное расстояние между двумя деревьями на одной стороне улицы; ($10 \leqslant s \leqslant$ $\leqslant r \leqslant 1000$).

Во второй строке записано одно натуральное число n — количество перекрестков; ($2 \leqslant n \leqslant 100$).

Далее в третьей строке через пробел записаны координаты перекрестков p_1, p_2, …, p_n; ($0 = p_1 < lt; p_2 < p_3 < \cdots < p_n \leqslant 10000$).

Формат выходных данных

Вывести одно целое число — максимальное количество деревьев, которые можно высадить на улице.

Методика проверки

Программа проверяется на 18 тестах. Прохождение каждого теста оценивается в 1 балл. Тест из условия задачи при проверке не используется.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
60 20 5 0 170 290 400 600

Стандартный вывод
18

Решение

Для решения этой задачи требуется рассмотреть все отрезки улицы между перекрестками и найти количество деревьев для каждого отрезка по отдельности. Полученные величины необходимо сложить, а полученную сумму умножить на два. Отметим, что из условия $s \leqslant r$ следует, что деревья, расположенные с разных сторон перекрестка не будут мешать друг другу.

Для нахождения количества деревьев на одном отрезке требуется найти длину интервала между крайними деревьями по формуле $p_i - p_{i-1} - 2r$. Если полученная величина окажется меньше нуля, то расстояние между перекрестками слишком мало, чтобы посадить даже одно дерево. Иначе полученную длину надо разделить на s и прибавить к результату один.

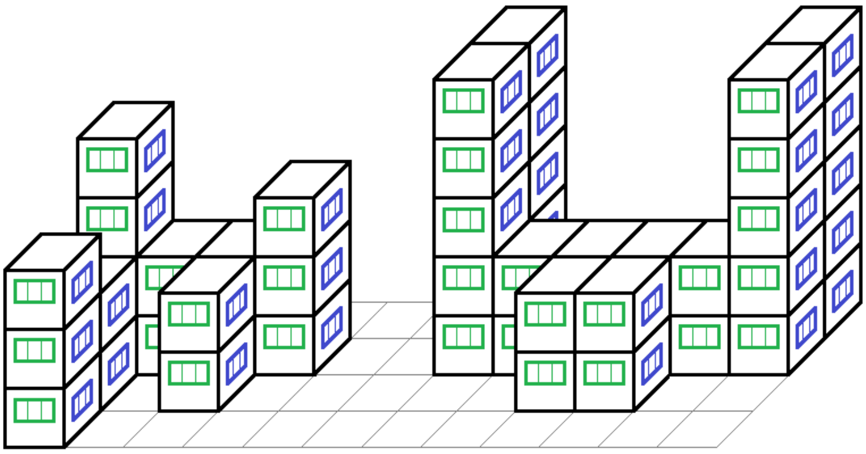
Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python 3.

```python
r, s = map(int,input().split())
n = int(input())
p = [int(x) for x in input().split()]
ans = 0
for i in range(1,n):
    ans += max(0, p[i] - p[i-1] - 2 * r + s) // s
print(ans * 2)
```

Задача VI.1.1.4. Количество окон (22 баллов)

Начинающий архитектор Эдик составляет макет группы зданий. Его макет состоит из кубиков одинакового размера, которые он ставит на прямоугольное поле, расчерченное на клетки. Размер клетки поля совпадает с размером одной грани кубика, каждый кубик можно поставить либо на некоторую клетку поля, либо на другой кубик. После составления макета, Эдик украшает его наклейками, изображающими окна. Эдик наклеивает одну наклейку на каждую боковую грань кубика, которая является внешней для макета здания. Для лучшего понимания рассмотрим пример.



Макет содержит два здания. Будем считать, что фасад выходит на южную сторону. Все окна, выходящие на юг, нарисованы зеленым цветом. Левое здание содержит 12 окон, выходящих на юг, а правое — 18. Окна, выходящие на запад, нарисованы синим цветом. Левое здание также содержит 12 окон, выходящих на запад, а правое — 20. (На изображении макета полностью видно 18 окон, виден уголок еще одного окна, и еще одно окно скрыто другими частями макета.) Аналогично можно посчитать, что на север выходит 12 окон у левого здания и 18 — у правого. На восток выходит 12 окон у левого здания и 20 — у правого. Таким образом, в левом здании всего 48 окон, а в правом — 76.

Вы должны написать программу, которая по описанию макета группы зданий найдет суммарное количество окон в макете.

Формат входных данных

На вход в первой строке через пробел подаются два натуральных числа n и m — размеры прямоугольного поля в основании макета. Число n задает количество строк, а m — количество столбцов; $(1 \leqslant n, m \leqslant 100)$.

Далее в n строках записано по m чисел h_{ij}. Каждое из чисел задает количество кубиков, которые лежат друг на друге в клетке из i-той строки и j-того столбца; $(0 \leqslant h_{ij} \leqslant 100)$.

Формат выходных данных

Вывести одно целое число — суммарное количество окон в макете здания.

Методика проверки

Программа проверяется на 22 тестах. Прохождение каждого теста оценивается в 1 балл. Тест из условия задачи при проверке не используется.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
4 12
0 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 5
4 2 2 3 0 0 5 2 2 2 2 5
2 0 2 0 0 0 0 0 2 2 0 0
3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Стандартный вывод
124

Решение

Заметим, что количество окон, выходящих на север, совпадает с количеством окон, выходящих на юг. Аналогично количество окон, выходящих на запад, совпадает с количеством окон, выходящих на восток. Поэтому посчитаем окна, выходящие на юг и на восток, и удвоим это число. Для упрощения программы будет удобно добавить в матрицу высот один нулевой столбец справа и одну нулевую строку в конец матрицы. Далее для каждой ячейки матрицы $h_{i,j}$ к ответу надо прибавить разность $h_{i,j} - h_{i+1,j}$ и разность $h_{i,j} - h_{i,j+1}$ при условии, что эти разности больше нуля. В предлагаемом решении на языке Python вместо условия используется функция max.

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python 3.

```
n, m = map(int, input().split())
h = [list(map(int, input().split())) + [0] for _ in range(n)]
h.append([0] * (m + 1))
ans = 0
for i in range(n):
  for j in range(m):
    ans += max(h[i][j] - h[i][j+1],0) + max(h[i][j] - h[i+1][j],0)
print(2 * ans)
```

Задача VI.1.1.5. Автобусные маршруты (33 баллов)

В городе Энске есть следующие правила присвоения номеров автобусным маршрутам.

- Каждый маршрут должен иметь уникальный номер в виде натурального числа.
- Прямые и обратные маршруты имеют различные номера, причем, если прямой маршрут имеет номер a, то обратный маршрут имеет номер $2a$.
- Когда мэрия запускает новый автобусный маршрут, она выбирает наименьший незанятый номер x и присваивает его новому маршруту. (Обратный маршрут при этом получает номер $2x$.)

Например, если в городе будет открыто последовательно 10 пар маршрутов, то они получат номера, вычисленные следующим образом. Первая пара маршрутов получит номера $(1, 2)$. (1 — прямой, 2 — обратный). Вторая пара получит номера $(3, 6)$. Третья пара получит номера $(4, 8)$, четвертая — $(5, 10)$. Пятая пара получит номера $(7, 14)$. (Обратите внимание, что номер 6 уже занят.) Следующие пять пар маршрутов получат соответственно номера: $(9, 18)$, $(11, 22)$, $(12, 24)$, $(13, 26)$, $(15, 30)$.

Вы должны написать программу, которая по номеру маршрута определит, каким по счету он был открыт. Ваша программа должна ответить на t независимых запросов.

Формат входных данных

На вход в первой строке подается одно натуральное число t — количество запросов, $(1 \leqslant t \leqslant 100)$. Далее во второй строке через пробел записаны числа $k_1, k_2, \ldots, k_t$ — номера автобусных маршрутов, $(1 \leqslant k_i \leqslant 10^{18}$.

Формат выходных данных

Для каждого из заданных номеров автобусных маршрутов требуется вывести ответ в отдельной строке. Ответом является натуральное число, указывающее, каким по счету был открыт данный маршрут.

Методика проверки

Программа проверяется на 33 тестах. Прохождение каждого теста оценивается в 1 балл. Тест из условия задачи при проверке не используется. При этом в первых 11 тестах все значения k_i не превосходят 10^3. В следующих 11 тестах k_i не превосходят 10^6. В последних 11 тестах значения k_i могут достигать 10^{18}.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
5 2 7 22 13 1

Стандартный вывод
1 5 7 9 1

Решение

Заметим, что все нечетные числа являются номерами прямых маршрутов. То есть все числа вида $2k + 1$ задают номера прямых маршрутов. Тогда все числа вида $2(2k + 1)$ задают номера обратных маршрутов. Далее все числа вида $4(2k + 1)$ будут задавать номера прямых маршрутов, а числа вида $8(2k+1)$ — обратных, и так далее. В общем случае номера прямых маршрутов выражаются формулой $2^{2d}(2k+1)$, а обратных — $2^{2d+1}(2k+1)$

Таким образом, программа будет состоять из двух этапов. На первом этапе требуется определить, какой маршрут задает заданное число: прямой или обратный. Для этого будем делить заданное число x на два до тех пор, пока это возможно, и считать полученную степень. Если она будет нечетной, то маршрут является обратным, и заданное число x надо разделить на два, чтобы получить номер соответствующего прямого маршрута.

Далее для заданного числа x требуется найти количество чисел вида $2^{2d}(2k+1)$, которые будут меньше или равны чем x. Для этого в цикле будем перебирать d и находить количество значений $k \geqslant 0$, при которых имеет место требуемое неравенство

$$2^{2d}(2k+1) \leqslant x$$

Решив неравенство относительно k, получим

$$k \leqslant \frac{x - 2^{2d}}{2^{2d+1}}$$

таким образом, для всех k из закрытого интервала $\left[0; \left\lfloor \frac{x-2^{2d}}{2^{2d+1}} \right\rfloor\right]$ неравенство имеет место, и количество чисел в этом интервале надо прибавить к ответу. В предлагаемом решении величина 2^{2d} хранится в переменной p.

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python 3.

```python
input()
for x in map(int, input().split()):
    d = 0
    r = x
    while r % 2 == 0:
        r //= 2
        d += 1
    if d % 2 == 1:
        x //= 2
    p = 1
    summ = 0
    while p <= x:
        summ += (x - p) // (2 * p) + 1
        p *= 4
    print(summ)
```

Тестовые наборы для задач представленны по ссылке — https://disk.yandex.ru/d/p92VkLQb3v22OA.

Физика. 8–9 классы

Задача VI.1.2.1. Изогнутый провод (15 баллов)

Темы: последовательное и параллельное соединение проводников.

Для создания резистора с заданным сопротивлением Незнайка взял кусок провода сопротивлением $R = 10$ Ом и сделал из него прямоугольный треугольник с отношением катетов $3 : 1$. Найти сопротивление этого треугольника, подключенного за концы короткого катета.

Решение

Сопротивление короткого катета равно $r = R/(4 + \sqrt{10})$. Тогда сопротивление этого треугольника, подключенного за концы короткого катета, равно

$$(3 + \sqrt{10})R/(4 + \sqrt{10})^2 = 1,2 \text{ Ом}.$$

Ответ: сопротивление треугольника, подключенного за концы короткого катета, равно $1,2 \pm 0,1$ Ом.

Критерии оценивания

1. Сопротивление сторон треугольника — 5 баллов.
2. Сопротивление всего треугольника — 5 баллов
3. Правильное численное значение — 5 баллов.

Задача VI.1.2.2. Идеальный источник тока (20 баллов)

Темы: закон Ома, закон Джоуля – Ленца.

Идеальный источник тока выдает неизменный по величине ток при разных значениях сопротивления нагрузки. К одному и тому же идеальному источнику тока по очереди подключают различные резисторы и измеряют тепловую мощность на этих резисторах. При подключении резистора R_1 выделяется тепловая мощность $3P$, при подключении резистора R_2 выделяется тепловая мощность P, а при подключении резистора R_3 выделяется тепловая мощность $2P$. Затем резисторы R_1, R_2 и R_3 соединяют в цепь (рисунок VI.1.3) и клеммами a и b подключают к тому же идеальному источнику тока. Какая тепловая мощность будет выделяться теперь на каждом сопротивлении?

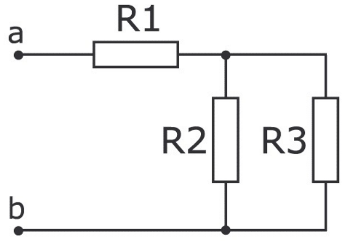


Рис. VI.1.1

Решение

Если источник идеального тока выдает ток I, то на первом сопротивлении выделяется тепловая мощность $3P = I^2R_1$, на втором сопротивлении выделяется тепловая мощность $P = I^2R_2$, на третьем сопротивлении выделяется тепловая мощность $2P = I^2R_3$. Тогда в цепи на первом сопротивлении будет выделяется тепловая мощность $P_1' = I^2R_1 = 3P$, на втором сопротивлении выделяется тепловая мощность $P_2' = I_2^2R_2 = \frac{4}{9}P$, на третьем сопротивлении выделяется тепловая мощность $P_3' = I_3^2R_3 = \frac{2}{9}P$.

Ответ: $P_1' = 3P$, $P_2' = \frac{4}{9}P$, $P_3' = \frac{2}{9}P$.

Критерии оценивания

1. Мощность на каждом сопротивлении — 5 баллов.
2. Токи через каждое сопротивление цепи — 5 баллов.
3. Мощность на каждом сопротивлении в цепи — 5 баллов.
4. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.

Задача VI.1.2.3. Цилиндр с цепочкой (25 баллов)

Темы: кинетическая и потенциальная энергии.

Неподвижный горизонтальный гладкий цилиндр имеет радиус R. На цилиндр намотана в один слой цепочка массы m (рисунок VI.1.2). Длина свешивающейся вертикальной части цепочки равна l. В начальный момент времени цепочку перестают удерживать, и цепочка начинает сматываться с цилиндра без трения. Найти скорость цепочки в тот момент времени, когда она отделится от цилиндра.

$g = 10$ м/с^2 — ускорение свободного падения.

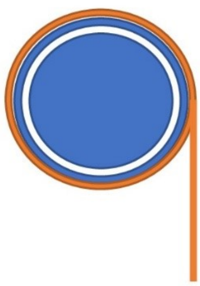


Рис. VI.1.2

Решение

Так как масса свешивающейся вертикальной части цепочки равна $\dfrac{ml}{(l + 2\pi R)}$, то в начальный момент времени центр масс цепочки находится ниже центра цилиндра

на расстоянии
$$x = \frac{l^2}{2(l+2\pi R)}.$$
Цепочка покоится. В тот момент времени, когда цепочка отделится от цилиндра, центр масс цепочки находится ниже центра цилиндра на расстоянии
$$\frac{l+2\pi R}{2}.$$
Цепочка движется вниз со скоростью V. Запишем закон сохранения энергии для цепочки.
$$0 - mgx = \frac{mV^2}{2} - mg\frac{l+2\pi R}{2}.$$

Отсюда найдем скорость цепочки
$$V = \left\{g\frac{4\pi R(l+\pi R)}{l+2\pi R}\right\}^{1/2}.$$
Ответ: $V = \left\{g\frac{4\pi R(l+\pi R)}{l+2\pi R}\right\}^{1/2}.$

Критерии оценивания

1. Центр масс цепочки вначале — 10 баллов.
2. Центр масс цепочки в конце — 5 баллов
3. Кинетическая энергия цепочки — 5 баллов.
4. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.

Задача VI.1.2.4. Горячие кубики (20 баллов)

Темы: тепловой баланс.

Какое минимальное количество горячих кубиков (температура $t_1 = 500$ °C) нужно положить в ведро с холодной водой (температура $t_0 = 20$ °C) для того, чтобы вся вода массой $M = 0,3$ кг полностью испарилась? Каждый кубик со стороной $l = 18$ мм сделан из камня змеевика с плотностью $\rho_1 = 2500$ кг/м^3 и удельной теплоемкостью $C_1 = 910$ Дж/(кг·°C). Удельная теплоемкость воды $C_0 = 4200$ Дж/(кг·°C), а удельная теплота парообразования $L = 2,3$ МДж/кг. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Решение

Уравнение теплового баланса (число кубиков N):
$$N\rho_1 l^3 C_1(t_1 - 100) = MC_0(100 - t_0) + ML$$
имеет решение
$$N = \frac{MC_0(100-t_0)+ML}{\rho_1 l^3 C_1(t_1-100)} = 149,007.$$

Минимальное количество горячих кубиков равно $N + 1 = 150$.

Ответ: 150 ± 1.

Критерии оценивания

1. Уравнение теплового баланса — 10 баллов.
2. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.
3. Правильный численный ответ — 5 баллов.

Задача VI.1.2.5. Мяч подо льдом (20 баллов)

Темы: сила Архимеда, давление.

Зимой озеро замерзло и подо льдом в воде оказался мяч массы $m = 0,7$ кг и объемом $V = 1250$ см^3. Найти давление мяча на лед, если площадь пятна контакта мяча со льдом составляет $S = 25$ см^2. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, $g = 10$ м/с^2 — ускорение свободного падения.

Решение

Со стороны льда на мяч действует разность сил Архимеда и тяжести $\rho gV - mg$. Тогда давление мяча на лед равно:

$$p = \frac{g}{S}(\rho V - m) = 2200\,\text{Па}.$$

Ответ: 2200 ± 1.

Критерии оценивания

1. Сила Архимеда — 5 баллов.
2. Сила давления льда — 5 баллов.
3. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.
4. Правильный численный ответ — 5 баллов.

Физика. 10–11 классы

Задача VI.1.3.1. Коротышки на качелях (25 баллов)

Темы: равновесие тел, второй закон Ньютона.

Качели на игровой площадке в Солнечном городе состоят из невесомой доски длинной l и неподвижной опоры под доской на расстоянии $l/3$ от левого конца доски. На концах доски сидят с левой стороны Незнайка и Знайка, а с правой стороны сидит Сиропчик. Размеры коротышек малы по сравнению с длиной доски. Массы Незнайки и Знайки одинаковы, а масса Сиропчика в 2 раза больше массы Знайки. Внезапно Незнайка спрыгивает с качелей. Найти ускорения Знайки и Сиропчика в этот момент времени.

$g = 10$ м/с^2 — ускорение свободного падения.

Решение

Сумма сил и моментов сил, действующих на невесомую доску, равна нулю. Тогда силы реакций доски, действующие на Знайку и Сиропчика равны соответственно $2N$

и N. Ускорения Сиропчика $2a$ направим вниз, а ускорение Знайки a направим вверх. Запишем 2 закон Ньютона для Сиропчика и Знайки в проекциях на направленную вниз вертикальную ось:

$$2m2a = 2mg - N,$$

$$-ma = mg - 2N,$$

где m — масса Знайки.

Отсюда ускорение Сиропчика равно $2a = 2g/3 = 6,7$ м/с^2, а ускорение Знайки равно $a = -g/3 = -3,3$ м/с^2.

Ответ: ускорение Сиропчика равно $6,7$ м/с^2, ускорение Знайки равно $-3,3$ м/с^2.

Критерии оценивания

1. Использование моментов сил — 5 баллов.
2. Соотношение между ускорениями — 5 баллов
3. Использование 2 закона Ньютона — 5 баллов.
4. Правильные направления ускорений — 5 баллов.
5. Правильное численное значение — 5 баллов.

Задача VI.1.3.2. Идеальный источник тока (20 баллов)

Темы: закон Ома, закон Джоуля – Ленца.

Идеальный источник тока выдает неизменный по величине ток при разных значениях сопротивления нагрузки. К одному и тому же идеальному источнику тока по очереди подключают различные резисторы и измеряют тепловую мощность на этих резисторах. При подключении резистора R_1 выделяется тепловая мощность $2P$, при подключении резистора R_2 выделяется тепловая мощность $2P$, а при подключении резистора R_3 выделяется тепловая мощность $2P$. Затем резисторы R_1, R_2 и R_3 соединяют в цепь (рисунок VI.1.3) и клеммами a и b подключают к тому же идеальному источнику тока. Какая тепловая мощность будет выделяться теперь на каждом сопротивлении?

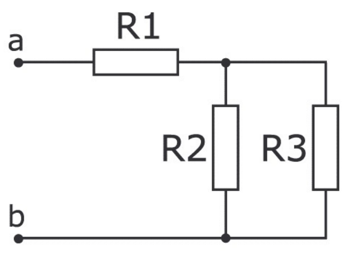


Рис. VI.1.3

Решение

Если источник идеального тока выдает ток I, то на первом сопротивлении выделяется тепловая мощность $2P = I^2R_1$, на втором сопротивлении выделяется тепловая мощность $2P = I^2R_2$, на третьем сопротивлении выделяется тепловая мощность $2P = I^2R_3$. Тогда в цепи на первом сопротивлении будет выделяется тепловая мощность $P_1' = I^2R_1 = 2P$, на втором сопротивлении выделяется тепловая мощность $P_2' = I_2^2R_2 = \frac{2}{9}P$, на третьем сопротивлении выделяется тепловая мощность $P_3' = I_3^2R_3 = \frac{4}{9}P$.

Ответ: $P_1' = 3P$, $P_2' = \frac{2}{9}P$, $P_3' = \frac{4}{9}P$.

Критерии оценивания

1. Мощность на каждом сопротивлении — 5 баллов.
2. Токи через каждое сопротивление цепи — 5 баллов.
3. Мощность на каждом сопротивлении в цепи — 5 баллов.
4. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.

Задача VI.1.3.3. Изогнутый провод (15 баллов)

Темы: последовательное и параллельное соединение проводников.

Для создания резистора с заданным сопротивлением Знайка взял кусок провода сопротивлением $R = 100$ Ом и сделал из него прямоугольный треугольник с отношением катетов $2 : 1$. Найти сопротивление этого треугольника, подключенного за концы короткого катета.

Решение

Сопротивление короткого катета равно $r = R/(3+\sqrt{5})$. Тогда сопротивление этого треугольника, подключенного за концы короткого катета, равно

$$(3 + \sqrt{5})R/(3 + \sqrt{5})^2 = 24,5 \text{ Ом}.$$

Ответ: сопротивление треугольника, подключенного за концы гипотенузы, равно $24,5 \pm 1$ Ом.

Критерии оценивания

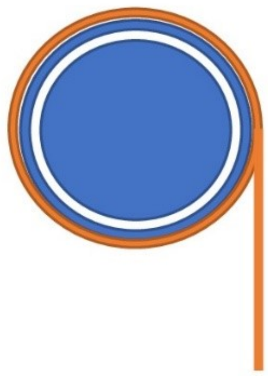
1. Сопротивление сторон треугольника — 5 баллов.
2. Сопротивление всего треугольника — 5 баллов
3. Правильное численное значение — 5 баллов.

Задача VI.1.3.4. Труба с цепочкой (25 баллов)

Темы: законы сохранения.

На неподвижном горизонтальном цилиндре может вращаться без трения тонкостенная труба массы M и радиуса R. На трубу намотана в один слой цепочка массы m. Длина свешивающейся вертикальной части цепочки равна l. В начальный момент времени трубу перестают удерживать, и цепочка начинает сматываться с трубы без проскальзывания относительно трубы. Найти скорость цепочки в тот момент времени, когда она отделится от трубы и труба совершит один оборот.

$g = 10$ м/с^2 — ускорение свободного падения.



Решение

Так как масса свешивающейся вертикальной части цепочки равна $\dfrac{ml}{(l+2\pi R)}$, то в начальный момент времени центр масс цепочки находится ниже центра цилиндра на расстоянии по вертикали:

$$x = \frac{l^2}{2(l+2\pi R)}.$$

Цепочка и труба покоятся. В тот момент времени, когда цепочка отделится от трубы, центр масс цепочки находится ниже центра цилиндра на расстоянии по вертикали:

$$\frac{l+2\pi R}{2}.$$

Цепочка движется вниз и тонкостенная труба вращается с одной скоростью V. Запишем закон сохранения энергии для трубы и цепочки.

$$0 - mgx = \frac{(m+M)V^2}{2} - mg\frac{l+2\pi R}{2}.$$

Отсюда найдем скорость цепочки:

$$V = \left\{\frac{mg}{m+M}\frac{4\pi R(l+\pi R)}{l+2\pi R}\right\}^{1/2}.$$

Ответ: скорость цепочки $V = \left\{\dfrac{mg}{m+M}\dfrac{4\pi R(l+\pi R)}{l+2\pi R}\right\}^{1/2}$.

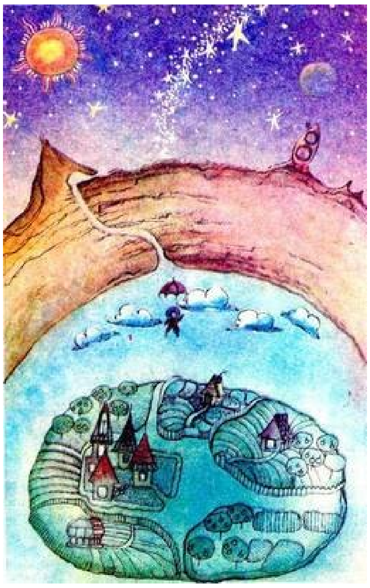
Критерии оценивания

1. Центр масс цепочки вначале — 10 баллов.
2. Центр масс цепочки в конце — 5 баллов
3. Кинетическая энергия трубы и цепочки — 5 баллов.
4. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.

Задача VI.1.3.5. Незнайка на Луне (15 баллов)

Темы: потенциал электрического поля.

В сказке «Незнайка на Луне» Луна состоит из внешнего тонкого шарового слоя радиуса R_1, внутри которого находится шар радиуса $R_2 < R_1$, на котором в городах живут лунные коротышки. Пусть по шаровому слою равномерно распределен заряд q_1, а по поверхности шара равномерно распределен заряд q_2. На расстоянии r от центра шара между поверхностью шара и шаровым слоем находится Незнайка в скафандре. Заряд скафандра равен q. Найти энергию взаимодействия скафандра с лунным электрическим полем. k — электрическая постоянная в законе Кулона.



Решение

Электрический потенциал заряда q_1 внутри шарового слоя равен kq_1/R_1 в силу сферической симметрии. Электрический потенциал заряда q_2 на расстоянии r от центра шара равен kq_2/r. Тогда энергия взаимодействия скафандра с лунным электрическим полем равна $W = kq(q_1/R_1 + q_2/r)$.

Ответ: $W = kq(q_1/R_1 + q_2/r)$.

Критерии оценивания

1. Электрический потенциал заряда — 5 баллов.
2. Электрический потенциал заряда — 5 баллов.
3. Энергия взаимодействия — 5 баллов.