

# СПУТНИКОВЫЕ СИСТЕМЫ

2022/23 учебный год

## ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

### Предметный тур

Информатика. 8–11 класс

#### *Задача VI.1.1.1. Космические треугольники (10 баллов)*

Однажды астроном сфотографировал звездное небо и, посмотрев на фотографии, увидел много треугольников из звёзд.

Вершина каждого треугольника находится в точках  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  и  $(x_3, y_3)$ . Ваша задача помочь астроному определить, можно ли провести прямую, которая будет делить треугольник **ровно на два невырожденных треугольника** (невырожденным называется треугольник, площадь которого не равна нулю). Помимо того, эта прямая должна быть либо горизонтальной, либо вертикальной, то есть быть **параллельной либо оси  $x$ , либо оси  $y$** .

#### *Формат входных данных*

В первой строке задано число  $n$  — количество наборов входных данных ( $1 \leq n \leq 10^4$ ).

Затем идут  $n$  наборов, каждый из которых состоит из трёх строк. В  $i$ -й из трёх строк заданы два целых числа  $x_i$  и  $y_i$  ( $1 \leq x_i, y_i \leq 10^8$ ) — координаты  $i$ -й вершины.

Все треугольники не вырожденные, то есть площадь каждого не равна нулю.

#### *Формат выходных данных*

Для каждого набора координат треугольника вывести сообщение «YES» в случае, если провести разделение можно и «NO», если этого сделать нельзя.

## Примеры

### Пример №1

Стандартный ввод
2
0 2
0 0
2 0
2 0
4 2
8 0

Стандартный вывод
NO
YES

### Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <iostream>
2
3  using namespace std;
4
5  int main() {
6      int n, ya, yb, yc, xa, xb, xc;
7      cin >> n;
8      for (int i = 0; i < n; i++) {
9          cin >> xa >> ya >> xb >> yb >> xc >> yc;
10         if (((ya == yb) || ((yb == yc) || (yc == ya))) &&
11             ((xa == xb) || (xb == xc) || (xc == xa)))
12             cout << "NO" << endl;
13         else
14             cout << "YES" << endl;
15     }
16 }
```

### Задача VI.1.1.2. Помехи в сигнале (20 баллов)

На космическом аппарате была замечена ошибка в виде неверной работы передатчика. Передача сигналов была с определенной помехой: в массив данных постоянно вмешивалась цифра другой четности. Необходимо определить, какая из цифр в массиве лишняя и выписать её.

#### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — количество чисел в массиве ( $3 \leq n \leq 100$ ). В следующей строке через пробел записан массив натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 100.

---

## Формат выходных данных

Выведите число, являющимся лишним в последовательности.

## Примеры

### Пример №1

Стандартный ввод
6 46 32 76 75 28 98
Стандартный вывод
75

## Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <iostream>
2
3  using namespace std;
4
5  int main() {
6      int n;
7      cin >> n;
8      int a[n], even = 0, odd = 0;
9      for (int i = 0; i < n; i++) {
10         cin >> a[i];
11         if (a[i] % 2 == 0)
12             even++;
13         else
14             odd++;
15     }
16     if (even == 1)
17         for (int i = 0; i < n; i++)
18             if (a[i] % 2 == 0) {
19                 cout << a[i];
20                 return 0;
21             } else
22                 for (int i = 0; i < n; i++)
23                     if (a[i] % 2 != 0) {
24                         cout << a[i];
25                         return 0;
26                     }
27 }
```

## Задача VI.1.1.3. Движение марсохода (20 баллов)

Марсоход передвигается по поверхности Марса и изучает образцы с целью доставки их на Землю.

Поверхность, по которой он двигается, представляет собой поле  $N \times M$ , состоящее из квадратов. Обозначим квадрат в  $i$ -й ( $1 \leq i \leq N$ ) строке и  $j$ -м ( $1 \leq j \leq M$ ) столбце через  $(i, j)$ . Все числа в квадратах равны 1 или  $-1$ . Двигаться Марсоход начинает с

квадрата  $(1, 1)$  и за один раз может перемещаться на один квадрат вниз или вправо. В конце концов, ему нужно оказаться в квадрате  $(N, M)$ .

Можно ли двигаться так, чтобы сумма записанных по дороге значений (включая первый и последний квадрат) была равна 0?

1	-1	-1	-1	1	1
1	1	-1	1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1

### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — количество входных данных  $t$  ( $1 \leq t \leq 10^4$ ). Далее записаны входные данные каждого набора.

Первая строка каждого набора состоит из двух чисел  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 1000$ ) — количество строк и столбцов в наборе.

Далее следуют  $N$  строк, в каждой из которых  $M$  целых чисел, где  $j$ -е число в  $i$ -й строке — число (1 или -1) в квадрате  $(i, j)$ .

### Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите «YES», если существует дорога из  $(1, 1)$  в  $(N, M)$ , сумма которой равна 0, и «NO», если не существует.

### Примеры

#### Пример №1

<b>Стандартный ввод</b>
1
3 1
-1
1
-1
<b>Стандартный вывод</b>
NO

### Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1 #include <iostream>
2
3 using namespace std;
4
5 #define N 1000
6
```

```

7  int mas[N][N], mn[N][N], mx[N][N];
8
9  int main() {
10     int t, n, m;
11     cin >> t;
12     for (int t1 = 0; t1 < t; t1++) {
13         cin >> n >> m;
14         for (int i = 0; i < n; i++)
15             for (int j = 0; j < m; j++) cin >> mas[i][j];
16         mn[0][0] = mx[0][0] = mas[0][0];
17         for (int i = 1; i < n; i++)
18             mx[i][0] = mn[i][0] = mx[i - 1][0] + mas[i][0];
19         for (int j = 1; j < m; j++)
20             mx[0][j] = mn[0][j] = mx[0][j - 1] + mas[0][j];
21         for (int i = 1; i < n; i++)
22             for (int j = 1; j < m; j++) {
23                 mx[i][j] = max(mx[i - 1][j], mx[i][j - 1]) + mas[i][j];
24                 mn[i][j] = min(mn[i - 1][j], mn[i][j - 1]) + mas[i][j];
25             }
26         if (mx[n - 1][m - 1] % 2 || mn[n - 1][m - 1] > 0 ||
27             mx[n - 1][m - 1] < 0)
28             cout << "NO" << endl;
29         else
30             cout << "YES" << endl;
31     }
32 }

```

### *Задача VI.1.1.4. Восстанови сигнал (20 баллов)*

Представим, что общение между центром управления полётов (ЦУП) и спутником — это последовательность скобочек «(» и «)». Правильный сигнал — это последовательность скобочек «(» и «)», которую можно преобразовать в нормальное арифметическое выражение, используя «1» и «+». Например, если поступил сигнал (), то его можно преобразовать в (1+1). Ещё один пример: из последовательности (( )) можно получить сигнал (1+(1+1)+1).

Проблема в том, что при очередной передаче сообщения в ЦУП часть скобочек потерялась. Необходимо понять, можно ли однозначно восстановить правильный сигнал.

#### *Формат входных данных*

В первой строке записано число  $t$  — количество сигналов  $1 \leq t \leq 5 \cdot 10^4$ .

Далее некоторые скобочки заменены на знаки вопроса. Каждый символ — это «(», «)» или «?». Из каждого сигнала можно восстановить хотя бы 1 правильный сигнал.

Суммарная длина последовательности по всем наборам составляет не более  $2 \cdot 10^5$ .

#### *Формат выходных данных*

На каждый набор входных данных выведите «YES», если способ заменить знаки вопроса на скобки так, чтобы получился сигнал, единственный. Если существует

---

больше одного способа, то выведите «NO»

## Примеры

### Пример №1

Стандартный ввод
2 (?) ??????
Стандартный вывод
YES NO

### Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <iostream>
2  #include <string>
3  #include <vector>
4
5  using namespace std;
6
7  int main() {
8      auto check = [](const string &s) {
9          int bal = 0;
10         for (char c : s) {
11             if (c == '(') bal++;
12             if (c == ')') bal--;
13             if (bal < 0) return false;
14         }
15         return bal == 0;
16     };
17     int t;
18     cin >> t;
19     while (t > 0) {
20         string s;
21         cin >> s;
22         vector<int> p;
23         int open = s.size() / 2, close = s.size() / 2;
24         for (int i = 0; i < s.size(); ++i) {
25             if (s[i] == '?') p.push_back(i);
26             if (s[i] == '(') open--;
27             if (s[i] == ')') close--;
28         }
29         for (int i = 0; i < p.size(); ++i) {
30             if (i < open)
31                 s[p[i]] = '(';
32             else
33                 s[p[i]] = ')';
34         }
35         bool flag = true;
36         if (open > 0 && close > 0) {
37             swap(s[p[open - 1]], s[p[open]]);
38             if (check(s)) flag = false;

```

```

39     }
40     if (flag == true)
41         cout << "YES" << endl;
42     else
43         cout << "NO" << endl;
44     t--;
45 }
46 }

```

### Задача VI.1.1.5. Спутниковые передатчики (30 баллов)

Перед изготовлением аппаратуры спутника тестируют его аппаратуру, например, передатчики информации.

Даны  $n$  передатчиков и  $m$  проводов между ними. Между двумя передатчиками  $A$  и  $B$  может быть:

- ни одного провода;
- провод из передатчика  $A$  в передатчик  $B$ ;
- провод из передатчика  $B$  в передатчик  $A$ ;
- провод из передатчика  $A$  в передатчик  $B$  и провод в обратную сторону.

Задача покрасить провода в  $k$  цветов так, чтобы не существовало циклов, состоящих из проводов одного цвета.

Найдите минимально возможное значение  $k$ .

#### Формат входных данных

В первой строке записаны два целых числа  $n$  и  $m$  ( $2 \leq n \leq 5000$ ,  $1 \leq m \leq 5000$ ) — количество передатчиков и проводов, соответственно.

Затем следуют  $m$  строк. В каждой строке два целых числа  $u$  и  $v$  ( $1 \leq u, v \leq n$ ,  $u \neq v$ ) — провод из передатчика  $u$  в передатчик  $v$ .

#### Формат выходных данных

В одной единственной строке выведите одно целое число  $k$  — минимальное количество цветов.

#### Примеры

##### Пример №1

Стандартный ввод
4 4
2 4
2 3
1 3
2 1
Стандартный вывод
1

---

## Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  const int N = 1000000;
6
7  int n, m;
8  vector<int> g[N];
9  int col[N];
10 bool flag;
11 void dfs(int v) {
12     col[v] = 1;
13     for (int k = 0; k < g[v].size(); k++) {
14         int to = g[v][k];
15         if (col[to] == 0)
16             dfs(to);
17         else if (col[to] == 1)
18             flag = true;
19     }
20     col[v] = 2;
21 }
22
23 int main() {
24     cin >> n >> m;
25     for (int i = 0; i < m; i++) {
26         int u, v;
27         cin >> u >> v;
28         --u, --v;
29         g[u].push_back(v);
30     }
31     flag = false;
32     for (int i = 0; i < n; ++i)
33         if (col[i] == 0) dfs(i);
34     cout << (flag ? 2 : 1);
35     return 0;
36 }
```

Тестовые наборы для задач представлены по ссылке — <https://disk.yandex.ru/d/j86RMCIK8t41dA>.



---

## Физика. 8–9 классы

### Задача VI.1.2.1. (30 баллов)

Малый космический аппарат, который выведен на орбиту, совершает вращения вокруг неопределенной планеты со скоростью 30 км/с на орбите. Высота орбиты малого космического аппарата, который вращается вокруг неизвестной планеты составляет 9000 км. Масса малого космического аппарата 100 кг, а масса неизвестной планеты в 1,5 раза больше массы Земли. Необходимо найти радиус неизвестной планеты.

Масса земли  $5,9722 \times 10^{24}$  кг.

#### Решение

Необходимо воспользоваться формулой центростремительного ускорения.

$$a = v^2/r.$$

Далее необходимо найти массу планеты, которая больше массы Земли.

Используя закон всемирного тяготения.

$$F = GmM/(R_{\text{пл}} + H)^2.$$

Используем второй закон Ньютона для искусственного спутника.

$$ma = F.$$

Выполним подстановку. Далее выразим из полученного уравнения  $R_{\text{пл}}$  — радиус, который необходимо найти

$$R_{\text{пл}} = (Gm/v^2) - H.$$

**Ответ:**  $R_{\text{пл}} = (Gm/v^2) - H.$

#### Критерии оценивания

1. Правильно выведенная формула используя закон всемирного тяготения — 10 баллов.
2. Корректно найдена масса планеты — 10 баллов.
3. Правильно посчитан итоговый ответ используя полученные уравнения — 10 баллов.

### Задача VI.1.2.2. (30 баллов)

На неопределенной планете была построена специальная станция, где живут астронавты и проводят различные эксперименты по изучению этой планеты. В одном из экспериментов необходимо было налить в сосуд 3 литра воды при температуре 20 °С. Но перед учеными встал вопрос: сколько воды при температуре 45 °С надо добавить в сосуд, чтобы в нём установилась температура 30 °С? Необходимый свободный объём в сосуде имеется. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

---

### Решение

Для решения данной задачи необходимо воспользоваться уравнением теплового баланса: количество теплоты  $Q_1$ , полученное холодным телом, равно по модулю количеству теплоты  $Q_2$ , отданному горячим телом:

$$|Q_1| = |Q_2| \text{ или } Q_1 = -Q_2.$$

Тогда

$$Q_1 = cm_1(t - t_1), \quad m_1 = \rho V_1.$$

$$Q_2 = cm_2(t - t_2), \quad m_2 = \rho V_2.$$

Согласно уравнению теплового баланса

$$c\rho V_1(t - t_1) = -c\rho V_2(t - t_2) \rightarrow V_1(t - t_1) = V_2(t_2 - t).$$

Следовательно,  $V_2 = V_1 \frac{t - t_1}{t_2 - t}$ .

В итоге необходимо установить наименование полученной величины  $[V_2] = \text{м}^3 \cdot \text{°C}/\text{°C} = \text{м}^3$ .

Данное наименование соответствует наименованию единицы объема.

Подставив числовые значения, получим

$$V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{30 - 20}{45 - 30} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \text{ (2л)}.$$

**Ответ:** 2 л.

### Критерии оценивания

1. Правильно выведенное уравнение теплового баланса — 10 баллов.
2. Корректно определены величины — 10 баллов.
3. Правильно посчитан ответ — 10 баллов.

### Задача VI.1.2.3. (20 баллов)

Университетский малый космический аппарат был запущен на орбиту Земли. Высота орбиты малого космического аппарата  $h = 2500$  км. Необходимо определить скорость малого космического аппарата и период обращения.

### Решение

Движение по круговой орбите происходит под действием только силы тяготения со стороны Земли:

$$F = G \frac{M_3 m_c}{(R_3 + h)^2}.$$

Необходимо записать для спутника второй закон Ньютона

$$F = ma_{\text{ц}} = m \frac{V^2}{R_3 + h}.$$

---

С учетом этого, получаем

$$G \frac{M_3 m_c}{(R_3 + h)^2} = m \frac{V^2}{R_3 + h}.$$

Откуда

$$V^2 = G \frac{M_3}{R_3} \frac{R_3^2}{R_3 + h} = g_0 \frac{R_3^2}{R_3 + h},$$

где  $g_0 = G \frac{M_3}{R_3}$  — ускорение свободного падения у поверхности Земли.

Следовательно,

$$V = R_3 \sqrt{\frac{g_0}{R_3 + h}} = 6,7 \text{ км/с}.$$

Период обращения спутника по круговой орбите радиусом  $R_3 + h$  находим по формуле

$$T = \frac{2\pi(R_3 + h)}{v}.$$

Отсюда получается  $T = 7,9 \cdot 10^3$  с.

**Ответ:**  $7,9 \cdot 10^3$  с.

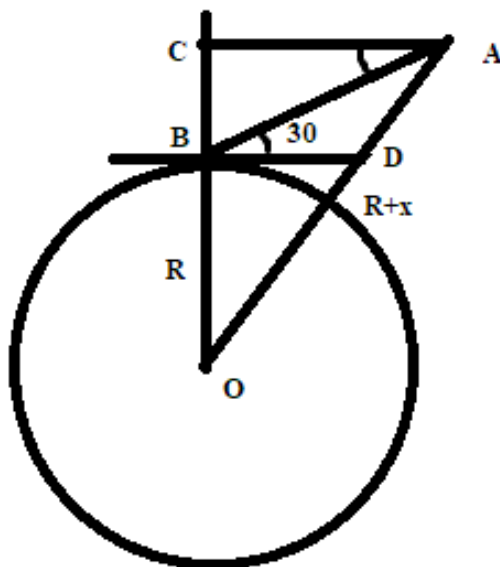
### ***Критерии оценивания***

1. Корректно выведена формула расчета скорости — 5 баллов.
2. Правильно посчитана скорость — 5 баллов.
3. Корректно посчитан период используя корректную формулу — 10 баллов.

### ***Задача VI.1.2.4. (20 баллов)***

Малый космический аппарат, выведенный ракетносителем, вращается вокруг астероида радиусом 5 и находится на высоте  $30^\circ$  над горизонтом от наблюдателя, высота орбиты малого космического аппарата 3 км. Определите расстояние от аппарата до наблюдателя. Запишите ответ с точностью до десятых долей.

*Решение*



1. Угол  $\angle ABD = \angle BAC \Rightarrow AC = BA \cos 30$ ,  $BC = BA \sin 30$ .
2. По теореме Пифагора для

$$OAC \quad OA^2 = AC^2 + BC^2 \Leftrightarrow$$

$$(R + x)^2 = (R + BA \sin 30)^2 + (BA \cos 30)^2$$

$$R^2 + 2Rx + x^2 = R^2 + BA \cdot R + \frac{1}{4}BA^2 + \frac{3}{4}BA^2$$

$$(R + x)^2 = R^2 + BA \cdot R + \frac{1}{4}BA^2 + \frac{3}{4}BA^2$$

$$BA^2 + BA \cdot R - 2Rx - x^2 = 0$$

$$BA^2 + 5 \cdot BA - 29 = 0$$

Ответ: 3,4.

*Критерии оценивания*

1. Правильно выполнен чертеж — 5 баллов.
2. Корректно записана теорема Пифагора — 5 баллов.
3. Корректно посчитано расстояние — 10 баллов.

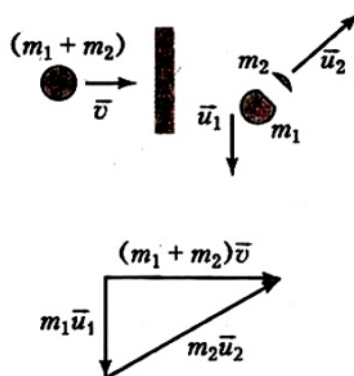
## Физика. 10–11 классы

### Задача VI.1.3.1. (30 баллов)

На сегодняшний день очень популярна тема изучения неизвестных планет. Учеными был разработан малый космический аппарат с полезной нагрузкой в виде спускаемого на поверхность зонда для изучения неизвестных планет. Малый космический

аппарат, приближаясь к планете, производит отстыковку полезной нагрузки в виде спускаемого на поверхность зонда. Скорость малого космического аппарата после отстыковки по величине равна начальной скорости малого космического аппарата и направлена перпендикулярно к ней. Скорость спускаемого на поверхность зонда по величине в  $n$  раз больше начальной скорости спутника. Необходимо найти отношение масс малого космического аппарата и спускаемого на поверхность зонда. В ответ запишите число.

*Решение*



Для решения данной задачи необходимо записать закон сохранения импульса в векторной форме:

$$(m_1 + m_2)\vec{V} = m_1\vec{U}_1 + m_2\vec{U}_2.$$

На рисунке векторное равенство. В итоге получим прямоугольный треугольник, стороны которого связаны теоремой Пифагора

$$(m_1 + m_2)^2\vec{V}^2 + m_1^2\vec{U}_2^2 = m_2^2\vec{U}_2^2.$$

Подставим сюда  $U_1 = V$  и  $U_2 = 5V$ , получим уравнение, связывающее между собой массы осколков

$$m_1^2 + m_1m_2 - 12m_2^2 = 0.$$

Разделив то уравнение на  $m_2^2$ , получим квадратное уравнение для искомой величины  $x = m_1/m_2$

$$X^2 + X - 12 = 0.$$

Сохраняя только положительный корень, получаем  $x = 3$ .

**Ответ:** 3.

### *Критерии оценивания*

1. Выполнен правильный рисунок для решения данной задачи — 10 баллов.
2. Корректно записана теорема Пифагора — 10 баллов.
3. Правильно посчитано квадратное уравнение и дан корректный ответ — 10 баллов.

### Задача VI.1.3.2. (30 баллов)

В море находится плавучий космодром, следующий курсом на север, на котором находится площадка для старта ракеты. Этот плавучий космодром обнаружен в северо-западном направлении от яхты со спутниками, которые необходимо доставить на плавучий космодром. Под каким углом к меридиану нужно направить яхту для доставки спутников на плавучий космодром, если скорость яхты в 2 раза превышает скорость плавучего космодрома?

Дано: скорость яхты в два раза больше скорости плавучего космодрома; угол к меридиану —  $45^\circ$ , под которым обнаружен плавучий космодром (северо-западное направление).

*Решение*

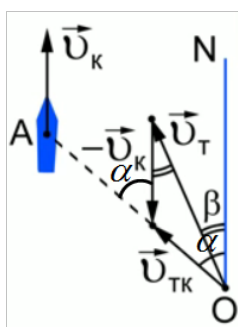


Рис. VI.1.1

Для того, чтобы яхта смогла доплыть до  $\vec{v}_{\text{тк}}$  плавучего космодрома необходимо, чтобы относительная скорость яхты (по отношению к космодрому) была направлена прямо от места нахождения яхты к тому месту, где находится плавучий космодром в начальный момент времени.

Относительная скорость яхты по отношению к плавучему космодрому равна:

$$\vec{v}_{\text{тк}} = \vec{v}_{\text{т}} - \vec{v}_{\text{к}}.$$

В результате построения получается треугольник скоростей (см. рис. VI.1.1). На рисунке видно, что тупой угол в этом треугольнике равен  $180^\circ - \alpha = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ , также в этом треугольнике  $v_{\text{т}} = 2v_{\text{к}}$ .

Запишем теорему косинусов для  $v_{\text{т}}$ , приняв  $\vec{v}_{\text{тк}}$  за  $x$ :

$$|\vec{v}_{\text{тк}}| \equiv x.$$

$$v_{\text{т}}^2 = x^2 + v_{\text{к}}^2 - 2v_{\text{к}}x \cdot \cos 135^\circ.$$

Так как  $v_{\text{т}} = 2v_{\text{к}}$ , то  $v_{\text{т}}^2 = 4v_{\text{к}}^2$ :

$$4v_{\text{к}}^2 = x^2 + v_{\text{к}}^2 + 2\frac{\sqrt{2}}{2}v_{\text{к}}x.$$

$$x^2 + \sqrt{2}v_{\text{к}}x - 3v_{\text{к}}^2 = 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2+12}}{2} v_k > 0.$$

$$x = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{7}-1)}{2} v_k.$$

Искомый угол  $\beta$  равен, как накрест лежащий, углу между  $v_T$  и  $v_K$ . Все стороны данного треугольника выражены через  $v_k$  (см. рис. VI.1.2).

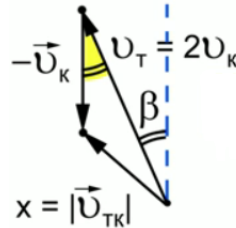


Рис. VI.1.2

Согласно теореме косинусов:

$$x^2 = v_T^2 + v_K^2 - 2v_T v_K \cdot \cos \beta.$$

$$\left( \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{7}-1)}{2} \right)^2 v_k^2 = 4v_k^2 + v_k^2 - 2 \cdot v_k \cdot v_k \cdot \cos \beta.$$

$$\frac{(\sqrt{7}-1)^2}{2} = 4 + 1 - 4 \cdot \cos \beta.$$

$$\cos \beta = \frac{5 - \frac{(\sqrt{7}-1)^2}{2}}{4} = \frac{10 - 7 + 2\sqrt{7} - 1}{8} = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} = 0,91144.$$

$$\beta = 24^\circ 18'.$$

Ответ:  $\beta = 24^\circ 18'$ .

### Критерии оценивания

1. Выполнен правильный рисунок для решения данной задачи — 10 баллов.
2. Корректно записана теорема косинусов — 10 баллов.
3. Правильно посчитана ответ — 10 баллов..

### Задача VI.1.3.3. (20 баллов)

Университетский малый космический аппарат был запущен на круговую орбиту с высотой 100 км над поверхностью Земли. Необходимо найти какую скорость должен иметь малый космический аппарат, а также период его обращения вокруг Земли?

---

### Решение

На малый космический аппарат действует сила притяжения Земли, под действием которой он обращается по круговой орбите с центростремительным ускорением. Векторы силы и ускорения направлены к центру окружности по радиусу. Малый космический аппарат находится на высоте  $h$  над Землей, поэтому радиус орбиты можно определить, как  $R = R_3 + h$ .

Согласно закону Ньютона

$$F = ma, \text{ где } a_{\text{ц}} = \frac{V^2}{R}.$$

По закону всемирного тяготения:

$$F = G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2}.$$

Следовательно,

$$F = G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2} = \frac{mV^2}{R_3 + h}.$$

$$V = \sqrt{G \frac{M_3 m}{R_3 + h}}; \quad V = \left[ \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}^2 \cdot (\text{м} + \text{м})}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}} \right].$$

Период обращения малого космического аппарата

$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi(R_3 + h)}{v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (6,4 \cdot 10^6 + 0,9 \cdot 10^6)}{7,4 \cdot 10^3} = 6195 \text{ с} = 103 \text{ мин} = 1,72 \text{ ч}.$$

**Ответ:**  $V = 7,4 \text{ км/с}$ ;  $T = 1,72 \text{ ч}$ .

### Критерии оценивания

1. Корректно выведена формула для скорости – 5 баллов
2. Корректно посчитана скорость – 5 баллов
3. Правильно посчитан период и дан корректный ответ – 10 баллов.

### Задача VI.1.3.4. (20 баллов)

Университет запустил свой собственный малый космический аппарат на орбиту неизвестной планеты для изучения различных её свойств для последующего анализа ситуации на этой планете. Высота орбиты  $H = 5000 \text{ км}$  от центра этой неопределенной планеты. Известно, что масса планеты  $M = 1,086 \cdot 10^{25}$ . Малый космический аппарат переходит на такую же по высоте орбиту, пересекающую изначальную под углом  $\alpha = 5^\circ$ . Необходимо найти силу, с которой действовали двигатели, которые необходимы для выполнения маневров, если нам известно, что поворот занял  $t = 30 \text{ с}$ , а масса спутника  $m = 150 \text{ кг}$ . Ответ необходимо указать в Ньютонах с точностью до целых.



---

### *Решение*

1. Сначала найдем скорость малого космического аппарата:

$$V = \sqrt{\frac{GM}{H}}.$$

2. Теперь найдем скорость поправки к движению (основание равностороннего треугольника):

$$\Delta V = V \sin \alpha.$$

3. Т. к. время маневра крайне мало по сравнению с периодом обращения можно оценить среднюю силу так:

$$F = m \frac{\Delta V}{t} = m \frac{\sqrt{\frac{GM}{H}} \sin \alpha}{t}.$$

### *Критерии оценивания*

1. Корректно выведена формула для скорости — 5 баллов.
2. Корректно посчитана скорость поправки к движению — 5 баллов.
3. Правильно посчитан период и дан корректный ответ — 10 баллов.