

Ядерные технологии

2022/23 учебный год

Заключительный этап

Предметный тур

Информатика. 8–11 класс

Задача VI.1.1.1. Анализатор вещества (10 баллов)

Во время исследований в ускорителе тяжелых ионов были получены атомы различных элементов. Всего было получено N видов атомов, для каждого из которых было определено количество содержащихся в них электронов. После этого ученым пришел запрос на анализ неизвестного вещества. В его состав входят некоторые из N атомов (не обязательно все). Рядом с названием каждого атома записано число — количество атомов данного вида в веществе.

Необходимо определить количество электронов в веществе.

Формат входных данных

На первой строке вводится число N ($1 \leq N \leq 10^5$).

В следующих N строках дается описание частицы: s — название $1 \leq \text{len}(s) \leq 100$ и e — количество электронов $1 \leq e \leq 100$.

В $(N + 1)$ -й строке содержится описание вещества. Вещество задается набором атомов. Описания атомов, входящих в набор, разделяются пробелами. Для каждого атома, входящего в набор, задаются его название s и число электронов e , которые разделяются пробелом. Количество атомов в одном веществе не более 10^5 .

Формат выходных данных

В единственной строке выведите одно число — количество электронов в веществе.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
3 A 1 B 2 C 4 A 1 B 1 C 1 A 1 B 2 C 3
Стандартный вывод
24

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4  using namespace std::chrono;
5  using ll = long long;
6
7  #define iom cin.tie(0); cout.tie(0); ios_base::sync_with_stdio(0);
8  #define out cout.flush();
9  #define endl "\n"
10
11 void solve(istream &cin, ostream &cout) {
12     int n; cin >> n;
13
14     map<string, int> particles;
15     for (int i = 0; i < n; ++i) {
16         string name; int electrons;
17         cin >> name >> electrons;
18         particles[name] = electrons;
19     }
20
21     string cur_name; int cur_count;
22
23     int ans = 0;
24     while (cin >> cur_name && cin >> cur_count) {
25         ans += particles[cur_name] * cur_count;
26     }
27
28     cout << ans << endl;
29 }
30
31 int32_t main() {
32     iom;
33     solve(std::cin, std::cout);
34     out;
35     return 0;
36 }
```

Задача VI.1.1.2. Энергоснабжение (15 баллов)

Глава небольшого государства решил заняться развитием системы энергоснабжения своей страны. Он разрабатывает план на ближайшие 5 лет по размещению электростанций в N различных городах. Для каждого города известна стоимость постройки электростанции и стоимость её содержания за один год. Итоговая цена электростанции складывается из стоимости её постройки и содержания за 5 лет.

Составьте упорядоченный список городов, из которого будет видна экономическая целесообразность постройки электростанции в городе.

Формат входных данных

Вводится число N ($1 \leq N \leq 10^5$).

Далее в N строках вводится по 2 числа, разделенных пробелом: a, b ($1 \leq a, b \leq 10^5$), где a — стоимость постройки, b — стоимость содержания за год.

Формат выходных данных

Вывести индексы городов в порядке убывания итоговой цены. Индекс города совпадает с его позицией во входных данных (индексация с единицы). Если итоговая цена постройки электростанции в некоторых городах будет одинаковой, вывести индексы для этих городов по их возрастанию.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
3 1298 1360 1620 1907 579 1739
Стандартный вывод
2 3 1

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4  using namespace std::chrono;
5  using ll = long long;
6
7  #define iom cin.tie(0); cout.tie(0); ios_base::sync_with_stdio(0);
8  #define out cout.flush();
9  #define endl "\n"
10
11 void solve(istream &cin, ostream &cout) {
12     int n; cin >> n;
13
14     vector<pair<ll, size_t>> towns;
15     for (int i = 0; i < n; ++i) {
16         ll build_cost, maintance_cost;
17         cin >> build_cost >> maintance_cost;
18         towns.emplace_back(build_cost + 5 * maintance_cost, i + 1);
19     }
20
21     sort(towns.begin(), towns.end(), [](const pair<ll, size_t> &a, const pair<ll,
22     ↪ size_t> &b){
23         if (a.first != b.first) {
24             return a.first > b.first;
25         } else {
26             return a.second < b.second;
27         }
28     });
29 }
```

```
28
29     for (const auto &i : towns) {
30         cout << i.second << " ";
31     }
32     cout << endl;
33 }
34
35 int32_t main() {
36     iom;
37     solve(std::cin, std::cout);
38     out;
39     return 0;
40 }
```

Задача VI.1.1.3. Новые открытия (20 баллов)

Для некоторого набора из N частиц ученые просчитали изменение энергии системы при взаимодействии частиц i и j , которое может быть как положительным, так и отрицательным.

В лаборатории имеется экспериментальное устройство, которое может создать любую частицу из этого набора и поместить её в закрытое пространство. Все созданные частицы в закрытом пространстве попарно взаимодействуют с соответствующим изменением энергии системы. Необходимо определить, при каком наборе значение энергии системы будет максимальным.

Формат входных данных

Вводится число N ($1 \leq N \leq 18$).

В следующих N строках вводятся через пробел по N чисел a_{ij} (i — номер строки, j — номер числа в строке), соответствующих изменению энергии системы при взаимодействии частиц i и j . ($-20 \leq a_{ij} \leq 20$).

Гарантируется, что $a_{ij} = 0$ при $i = j$, а также $a_{ij} = a_{ji}$.

Формат выходных данных

В первой строке необходимо вывести число M — максимально возможное изменение энергии системы.

Во второй строке через пробел нужно вывести индексы оставшихся частиц (индексация с 1).

Гарантируется, что набор, дающий максимальное изменение, всего один.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
3 0 2 -3 2 0 5 -3 5 0
Стандартный вывод
5 2 3

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4  using namespace std::chrono;
5  using ll = long long;
6
7  #define iom cin.tie(0); cout.tie(0); ios_base::sync_with_stdio(0);
8  #define out cout.flush();
9  #define endl "\n"
10
11 void solve(istream &cin, ostream &cout) {
12     size_t n; cin >> n;
13
14     vector<vector<ll>> v(n, vector<ll>(n));
15     for (size_t i = 0; i < n; ++i) {
16         for (size_t j = 0; j < n; ++j) {
17             cin >> v[i][j];
18         }
19     }
20
21     const size_t MAX_MASK = (1LL << n);
22
23     ll ans = INT64_MIN, mask_ans = -1;
24     for (size_t mask = 0; mask < MAX_MASK; ++mask) {
25         ll cur_ans = 0;
26
27         for (size_t particle = 0; particle < n; ++particle) {
28             if (mask & (1LL << particle)) {
29                 for (size_t another_particle = particle + 1; another_particle < n;
30                     ↪ ++another_particle) {
31                     if (mask & (1LL << another_particle)) {
32                         cur_ans += v[particle][another_particle];
33                     }
34                 }
35             }
36
37             if (cur_ans > ans) {
38                 ans = cur_ans; mask_ans = mask;
39             }

```

```

40     }
41
42     cout << ans << endl;
43     for (size_t particle = 0; particle < n; ++particle) {
44         if (mask_ans & (1LL << particle)) {
45             cout << particle + 1 << " ";
46         }
47     }
48     cout << endl;
49 }
50
51 int32_t main() {
52     iom;
53     solve(std::cin, std::cout);
54     out;
55     return 0;
56 }

```

Задача VI.1.1.4. Ядерный реактор (25 баллов)

Ученые занимаются изучением нейтронов внутри ядерного реактора.

В нашей модели активная зона реактора представляет собой закрытый куб размера $M \times M \times M$.

Активной зоне реактора соответствуют точка $\langle x, y, z \rangle$, если для неё выполняется $1 \leq x, y, z \leq M$.

Вам необходимо выяснить, может ли нейтрон, находящийся изначально в точке $\langle 1, 1, 1 \rangle$, переместиться в точку $\langle A, B, C \rangle$ за некоторое количество перемещений, каждое из которых является одним из N векторов, которые будут заданы во входных данных.

То есть, если нейтрон, находясь в позиции $\langle x_0, y_0, z_0 \rangle$, перемещается на вектор $\langle a_i, b_i, c_i \rangle$, он окажется в позиции $\langle x_0 + a_i, y_0 + b_i, z_0 + c_i \rangle$.

Формат входных данных

В первой строке вводятся через пробел 2 числа — N, M ($1 \leq N \leq 10$, $1 \leq M \leq 100$).

В следующих N строках через пробел вводятся по три числа для каждого вектора a_i, b_i, c_i ($-3 \leq a_i, b_i, c_i \leq 3$).

В $(N+2)$ -ой строке вводится 3 числа $\langle A, B, C \rangle$ — конечное положение нейтрона.

Формат выходных данных

Необходимо вывести «NO», если электрон не может достичь заданного конечного положения.

В противном случае необходимо на первой строке вывести «YES», а на второй — минимальное количество перемещений, с помощью которых можно дойти из позиции $\langle 1, 1, 1 \rangle$ в позицию $\langle A, B, C \rangle$.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
6 12 -1 -3 2 1 -2 -2 2 -1 3 -1 1 -2 3 -1 -3 2 -1 -3 12 10 10
Стандартный вывод
NO

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4  using namespace std::chrono;
5  using ll = long long;
6
7  #define iom cin.tie(0); cout.tie(0); ios_base::sync_with_stdio(0);
8  #define out cout.flush();
9  #define endl "\n"
10
11 size_t n, m;
12 int A, B, C;
13 vector<vector<int>> vectors;
14 vector<vector<vector<int>>> used;
15
16 bool check_coord(int val) {
17     return (1 <= val && val <= m);
18 }
19
20 bool check_pos(int x, int y, int z) {
21     return (check_coord(x) && check_coord(y) && check_coord(z));
22 }
23
24 void bfs(int x, int y, int z) {
25     queue<pair<pair<int, int>, int>> q;
26
27     used[x][y][z] = 0;
28     q.emplace(make_pair(x, y), z);
29     while (!q.empty()) {
30         auto tmp = q.front();
31         q.pop();
32
33         int c_x = tmp.first.first, c_y = tmp.first.second, c_z = tmp.second,
34             ↪ cur_dist = used[c_x][c_y][c_z];
35
36         if ((c_x == A && c_y == B && c_z == C) || !check_pos(c_x, c_y, c_z)) {
37             ↪ break; }
38     }
```

```

36
37     for (auto &vec : vectors) {
38         int n_x = c_x + vec[0], n_y = c_y + vec[1], n_z = c_z + vec[2];
39
40         if (check_pos(n_x, n_y, n_z) && used[n_x][n_y][n_z] > cur_dist + 1) {
41             used[n_x][n_y][n_z] = cur_dist + 1;
42             q.emplace(make_pair(n_x, n_y), n_z);
43         }
44     }
45 }
46 }
47
48 void solve(istream &cin, ostream &cout) {
49     cin >> n >> m;
50
51     used.resize(m + 1, vector<vector<int>>(m + 1, vector<int>(m + 1, INT_MAX)));
52
53     vectors.resize(n, vector<int>(3));
54     for (size_t i = 0; i < n; ++i) {
55         int a, b, c; cin >> a >> b >> c;
56         vectors[i][0] = a;
57         vectors[i][1] = b;
58         vectors[i][2] = c;
59     }
60     cin >> A >> B >> C;
61
62     bfs(1, 1, 1);
63
64     if (used[A][B][C] == INT_MAX) {
65         cout << "NO\n";
66     } else {
67         cout << "YES\n" << used[A][B][C] << endl;
68     }
69 }
70
71 int32_t main() {
72     iom;
73     solve(std::cin, std::cout);
74     out;
75     return 0;
76 }

```

Задача VI.1.1.5. Ядербург (30 баллов)

В Ядербурге совсем не боятся большого количества ядерных реакторов, но очень переживают за эстетический вид города.

Связи между N ядерными станциями представляют собой граф на M ребрах.

Каждый двунаправленный провод задан тремя числами: u, v, w , где u, v — номера двух станций, которые он соединяет и w — вред красоте города.

Вам необходимо утилизировать некоторые провода, чтобы максимально улучшить эстетику города, но при этом оставить все станции попарно достижимыми друг из друга.

Формат входных данных

В первой строке содержатся целые числа N и M ($2 \leq N, M \leq 10^5$), где N — кол-во вершин; M — количество ребер в графе. Далее в M строках содержится информация о самих ребрах, по одному в строке.

Каждое ребро через пробел задается тремя числами u_i, v_i, w_i $1 \leq u_i, v_i \leq N$, $1 \leq w_i \leq 10^6$, где u_i, v_i — концы ребра, а w_i — вред, который провод наносит красоте города.

Формат выходных данных

Вывести одно число — минимально возможный вред красоте города, которого можно достичь при удалении некоторых ребер.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
6 5 1 6 812211 2 3 630662 4 1 421506 4 2 665181 5 2 53315
Стандартный вывод
2582875

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке C++.

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4  using ll = long long;
5
6  #define iom cin.tie(0); cout.tie(0); ios_base::sync_with_stdio(0);
7  #define out cout.flush();
8  #define endl "\n"
9
10 #define edge pair<ll, pair<int, int>>
11 vector<int> p;
12
13 int getParent(int v) {
14     if (p[v] == v) {
15         return v;
16     } else {
17         p[v] = getParent(p[v]);
18         return p[v];
19     }
20 }
```

```

21 void merge(int v, int u) {
22     int p_v = getParent(v);
23     int p_u = getParent(u);
24
25     if (p_v == p_u) { return; }
26     p[p_v] = p_u;
27 }
28 void solve(istream &cin, ostream &cout) {
29     p.clear();
30
31     size_t n, m; cin >> n >> m;
32
33     p.resize(n);
34     for (size_t i = 0; i < n; ++i) {
35         p[i] = i;
36     }
37
38     vector<edge> gr;
39     for (size_t i = 0; i < m; ++i) {
40         ll u, v, w; cin >> u >> v >> w;
41         --u, --v;
42
43         if (u == v) { continue; }
44         gr.emplace_back(w, make_pair(u, v));
45     }
46     sort(gr.begin(), gr.end());
47
48     ll ans = 0;
49     for (auto &e : gr) {
50         int w = e.first, u = e.second.first, v = e.second.second;
51         if (getParent(u) != getParent(v)) {
52             ans += w;
53             merge(u, v);
54         }
55     }
56     cout << ans << endl;
57 }
58
59 int32_t main() {
60     iom;
61     solve(std::cin, std::cout);
62     out;
63     return 0;
64 }

```

Тестовые наборы для задач представлены по ссылке — https://disk.yandex.ru/d/wTf_Gt7MHHj6Wg.

Физика. 8–9 классы

Задача VI.1.2.1. Незнайка на карусели (15 баллов)

Темы: сила тяжести и вес.

Незнайка вращается в лодочке на карусели радиуса $R = 80$ см с постоянной скоростью $V = 220$ см/с. Масса Незнайки $m = 100$ г. С какой силой Незнайка действует на лодочку карусели?

$g = 10$ м/с² — ускорение свободного падения.



Решение

На Незнайку кроме силы тяжести mg действует центробежная сила mV^2/R . Тогда сила равна $F = m\sqrt{(V^2/R^2) + g^2} = 1,17$ Н.

Ответ: $1,17 \pm 0,02$ Н.

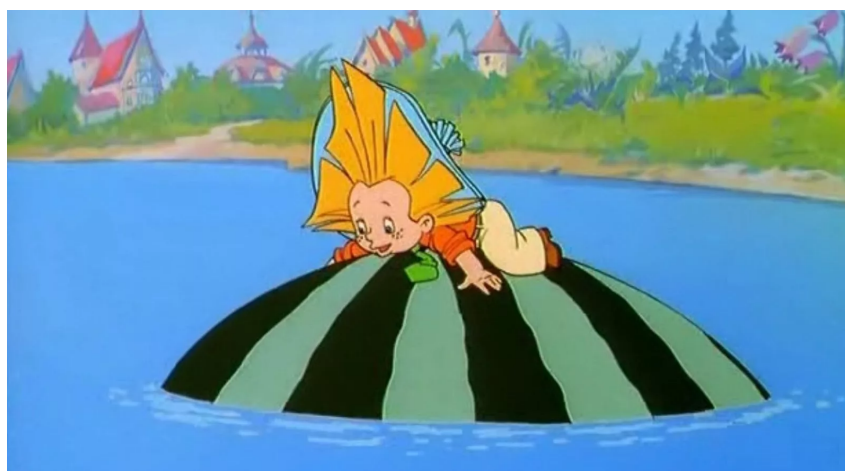
Критерии оценивания

1. Центробежная сила — 5 баллов.
2. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.
3. Правильное численное значение — 5 баллов.

Задача VI.1.2.2. Незнайка на арбузе (20 баллов)

Темы: сила Архимеда, плотность.

Незнайка лег на арбуз так, что над водой находится $k = 0,1$ часть объема арбуза. Масса Незнайки $m = 100$ г. Объем арбуза равен $V = 3$ л. Найти плотность арбуза. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³.



Решение

На покоящийся арбуз действуют силы тяжести Незнайки и арбуза и сила Архимеда $\rho g(1 - k)V$. Приравнявая эти силы получим плотность арбуза:

$$\rho_{\text{ар}} = (1 - k)\rho - m/V = 867 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $867 \pm 5 \text{ кг/м}^3$.

Критерии оценивания

1. Сила Архимеда — 5 баллов.
2. Сила тяжести — 5 баллов.
3. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Задача VI.1.2.3. Знайка и арбуз (20 баллов)

Темы: параллельное соединение сопротивлений.

Знайка проверяет арбузы на спелость, измеряя их электрическое сопротивление. Он установил, что сопротивление параллельно соединенных спелого и незрелого арбузов в 1,2 раза больше, чем сопротивление параллельно соединенных незрелого и незрелого арбузов. Найти отношение k сопротивления спелого арбуза к сопротивлению незрелого арбуза.

Решение

Сопротивление параллельно соединенных спелого и незрелого арбузов равно

$$RkR/(R + kR),$$

где R — сопротивление незрелого арбуза.

Сопротивление параллельно соединенных незрелого и незрелого арбузов равно $R/2$. Их отношение равно $\frac{2k}{1+k} = 1,2$. Отсюда $k = 1,5$.

Ответ: 1,5.

Критерии оценивания

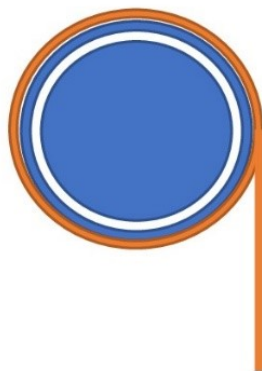
1. Сопротивление параллельно соединенных спелого и незрелого арбузов — 5 баллов.
2. Сопротивление параллельно соединенных незрелого и незрелого арбузов — 5 баллов.
3. Отношение сопротивлений — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Задача VI.1.2.4. Цилиндр с цепочкой (25 баллов)

Темы: кинетическая и потенциальная энергии.

Неподвижный горизонтальный гладкий цилиндр имеет радиус R . На цилиндр намотана в один слой и удерживается цепочка массы m . Длина свешивающейся вертикальной части цепочки равна $l > \pi R$. В начальный момент времени цепочку перестают удерживать, и цепочка начинает соскальзывать с цилиндра без трения. Найти скорость цепочки в тот момент времени, когда она отделится от цилиндра.

$g = 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.



Решение

Так как масса свешивающейся вертикальной части цепочки равна $\frac{ml}{(l + 2\pi R)}$, то в начальный момент времени центр масс цепочки находится ниже центра цилиндра на расстоянии:

$$x = \frac{l^2}{2(l + 2\pi R)}.$$

Цепочка покоится. В тот момент времени, когда цепочка отделится от цилиндра, центр масс цепочки находится ниже центра цилиндра на расстоянии:

$$\frac{l + 2\pi R}{2}.$$

Цепочка движется вниз со скоростью V . Запишем закон сохранения энергии для цепочки.

$$0 - mgx = \frac{mV^2}{2} - mg\frac{l + 2\pi R}{2}.$$

Отсюда найдем скорость цепочки:

$$V = \left\{ g \frac{4\pi R(l + \pi R)}{l + 2\pi R} \right\}^{1/2}.$$

Ответ: скорость цепочки $V = \left\{ g \frac{4\pi R(l + \pi R)}{l + 2\pi R} \right\}^{1/2}$.

Критерии оценивания

1. Центр масс цепочки в начале — 10 баллов.
2. Центр масс цепочки в конце — 5 баллов
3. Кинетическая энергия цепочки — 5 баллов.
4. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.

Задача VI.1.2.5. Внутренняя теплота (20 баллов)

Темы: удельная теплоемкость, тепловой баланс.

Для хранения отработанное ядерное топливо включают в расплавленное стекло, то есть остекловывают в форме цилиндров. Внутри цилиндров идут ядерные реакции с выделением тепла равномерно по объему: плотность выделившейся теплоты в единицу времени постоянна и равна q (измеряется в Вт/м³). Плотность остеклованного топлива ρ и удельная теплоемкость C . За какое время T температура цилиндра увеличится на 5%? Начальная температура t_0 . Потери тепла составляют 20%.

Решение

Уравнение теплового баланса:

$$0,8qVT = mC(t - t_0),$$

где m — масса и V — объем цилиндра, t — температура.

Отсюда время $T = \frac{0,05\rho Ct_0}{0,8q} = 0,0625\frac{\rho Ct_0}{q}$, где плотность $\rho = \frac{m}{V}$.

Ответ: $T = 0,0625\frac{\rho Ct_0}{q}$.

Критерии оценивания

1. Теплота внутри цилиндра — 5 баллов.
2. Тепловой баланс — 5 баллов.
3. Решение уравнения — 5 баллов.
4. Правильное время — 5 баллов.

Физика. 10–11 классы

Задача VI.1.3.1. Коротышки на качалке (20 баллов)

Темы: равновесие тел, второй закон Ньютона.

Качалка балансир состоит из доски массы $M = 500$ г и неподвижной опоры под серединой доски. На концах доски сидят с одной стороны Незнайка и Знайка, а с другой стороны сидит Пончик. Размеры коротышек малы по сравнению с длиной доски. Массы Незнайки и Знайки одинаковы и каждая равна $m = 100$ г, а масса Пончика в 2 раза больше массы Знайки. Доска с коротышками неподвижна и расположена горизонтально. Затем, когда Незнайка спрыгивает с доски, Пончик начинает двигаться с ускорением $a = 2,40$ м/с². Найти силу реакции N неподвижной опоры в этот момент времени.

$$g = 10 \text{ м/с}^2 \text{ — ускорение свободного падения.}$$

Решение

После того как Незнайка спрыгивает с доски, центр масс доски и остальных коротышек смещается в сторону Пончика на расстояние $x = \frac{ml}{2(3m + M)}$ от середины доски, где l — длина доски. Тогда ускорение центра масс доски с двумя коротышками равно $a_c = 2ax/l$. Запишем 2 закон Ньютона для доски с двумя коротышками в проекции на направленную вниз вертикальную ось:

$$(3m + M)a_c = (3m + M)g - N.$$

Отсюда сила реакции N неподвижной опоры равна:

$$N = (3m + M)g - ma = 7,76 \text{ Н.}$$

Ответ: $7,76 \pm 0,02$ Н.

Критерии оценивания

1. Центр масс доски с двумя коротышками — 5 баллов.
2. Ускорения центра масс — 5 баллов.
3. Сила реакции — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Задача VI.1.3.2. Незнайка на карусели (20 баллов)

Темы: вес, ускорение.

Незнайка вращается в лодочке на карусели радиуса $R = 1,2$ м с скоростью, растущей со временем по линейному закону $V = at$, где постоянная величина $a = 3,5$ м/с². Масса Незнайки $m = 100$ г. С какой силой Незнайка действует на лодочку карусели в момент времени $t = 0,75$ с.

$g = 10$ м/с² — ускорение свободного падения.



Решение

На Незнайку кроме силы тяжести действует центробежная сила mV^2/R . Скорость лодочки растет с ускорением a . Тогда сила равна:

$$F = m\sqrt{((at)^2/R)^2 + g^2 + a^2} = 1,21 \text{ Н.}$$

Ответ: $1,21 \pm 0,02$ Н.

Критерии оценивания

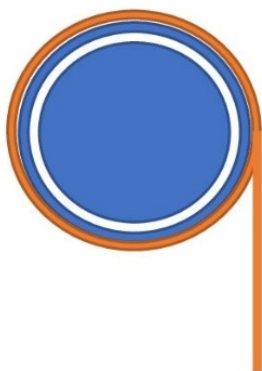
1. Центробежная сила — 5 баллов.
2. Ускорение лодочки — 5 баллов.
3. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.
4. Правильное численное значение — 5 баллов.

Задача VI.1.3.3. Труба с цепочкой (20 баллов)

Темы: законы сохранения.

На неподвижном горизонтальном цилиндре может вращаться без трения тонкостенная труба массы M и радиуса R (на рисунке труба отделена от цилиндра небольшим светлым промежутком). На трубу намотана в один слой цепочка массы m . Длина свешивающейся вертикальной части цепочки равна $l > \pi R$. В начальный момент времени трубу перестают удерживать, и цепочка начинает сматываться с трубы без проскальзывания относительно трубы. Найти скорость цепочки в тот момент времени, когда она отделится от трубы и труба совершит один оборот.

$g = 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.



Решение

Так как масса свешивающейся вертикальной части цепочки равна $\frac{ml}{l + 2\pi R}$, то в начальный момент времени центр масс цепочки находится ниже центра цилиндра на расстоянии по вертикали:

$$x = \frac{l^2}{2(l + 2\pi R)}.$$

Цепочка и труба покоятся. В тот момент времени, когда цепочка отделится от трубы, центр масс цепочки находится ниже центра цилиндра на расстоянии по вертикали:

$$\frac{l + 2\pi R}{2}.$$

Цепочка движется вниз и тонкостенная труба вращается с одной скоростью V . Запишем закон сохранения энергии для трубы и цепочки.

$$0 - mgx = \frac{(m + M)V^2}{2} - mg \frac{l + 2\pi R}{2}.$$

Отсюда найдем скорость цепочки:

$$V = \left\{ \frac{mg}{m + M} \frac{4\pi R(l + \pi R)}{l + 2\pi R} \right\}^{1/2}.$$

Ответ: скорость цепочки $V = \left\{ \frac{mg}{m + M} \frac{4\pi R(l + \pi R)}{l + 2\pi R} \right\}^{1/2}.$

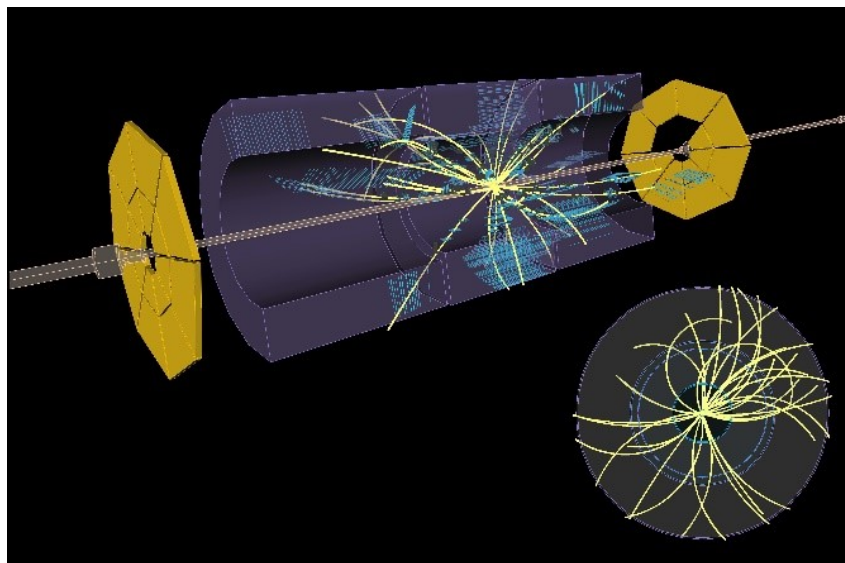
Критерии оценивания

1. Центр масс цепочки вначале — 5 баллов.
2. Центр масс цепочки в конце — 5 баллов
3. Кинетическая энергия трубы и цепочки — 5 баллов.
4. Правильный ответ в общем виде — 5 баллов.

Задача VI.1.3.4. Импульс электрона (25 баллов)

Темы: импульс, магнитное поле.

В результате столкновений протонов в Большом адронном коллайдере рождаются разнообразные элементарные частицы. Рассмотрим электрон массой m и зарядом e , который движется со скоростью V очень близкой к скорости света c в магнитном поле детектора с индукцией B . При таких скоростях классический импульс электрона mV следует заменить на его релятивистское значение $mV/\sqrt{1 - (V/c)^2}$. Найти разницу скоростей электрона и скорости света ($c - V$), если электрон движется по дуге окружности радиуса R .



Решение

При движении электрона в магнитном поле радиус окружности равен $\frac{mV}{eB}$ в том случае, когда скорость электрона много меньше скорости света. В релятивистском случае

$$R = \frac{mV}{eB\sqrt{1 - (V/c)^2}}$$

и скорость V очень близка к скорости света c . Отсюда находим ($c + V = 2c$ и $V = c$):

$$(c - V) = \frac{m^2 c^3}{2e^2 B^2 R^2}.$$

Ответ: $(c - V) = \frac{m^2 c^3}{2e^2 B^2 R^2}.$

Критерии оценивания

1. Движение электрона в магнитном поле — 5 баллов.
2. Классический радиус орбиты — 5 баллов.
3. Переход к релятивистскому импульсу — 5 баллов.
4. Релятивистский радиус орбиты — 5 баллов.
5. Правильный ответ для $(c - V)$ — 5 баллов.

Задача VI.1.3.5. Внутренняя теплота (15 баллов)

Темы: удельная теплоемкость, тепловой баланс.

Для хранения отработанное ядерное топливо включают в расплавленное стекло, то есть остекловывают в форме цилиндров. Внутри цилиндров идут ядерные реакции с выделением тепла равномерно по объему: плотность выделившейся теплоты в единицу времени постоянна и равна q (измеряется в Вт/м³). Плотность остеклованного топлива ρ и удельная теплоемкость C . За какое время T температура цилиндра увеличится на 5%. Начальная температура t_0 . Потерями тепла пренебречь.

Решение

Уравнение теплового баланса:

$$qVT = mC(t - t_0),$$

где m — масса и V — объем цилиндра, t — температура.

Отсюда время $T = \frac{0,05\rho Ct_0}{q}$, где плотность $\rho = \frac{m}{V}$.

Ответ: $T = \frac{0,05\rho Ct_0}{q}$.

Критерии оценивания

1. Теплота внутри цилиндра — 5 баллов.
2. Тепловой баланс — 5 баллов.
3. Правильное время T — 5 баллов.