Аэрокосмические системы

Заключительный этап

Предметный тур

Информатика. 8–11 класс

Задача VI.1.1.1. Квадратный аккумулятор (10 баллов)

Условие

Иван обустраивает электрическую распределительную коробку. Она представляет собой прямоугольный короб, закрепленный к стене одним болтом. Болт крепит коробку к стене за её заднюю стенку и выступает внутрь коробки. Для опеределённости представим коробку в виде клетчатого прямоугольника со сторонами n и m. Болт занимает ровно одну единичную клетку внутри коробки.

На всякий случай Иван хочет разместить внутри коробки один аккумулятор максимального размера. Он может заказать только квадратный аккумулятор, при этом размер стороны аккумулятора может быть любым натуральным числом. Длина стороны аккумулятора измеряется в тех же единицах, что и стороны коробки. Аккумулятор внутри коробки должен плотно прилегать к её задней стенке. Если аккумулятор наложится на головку болта, коробка не закроется. Таким образом, нужно найти наибольшую возможную сторону квадратного аккумулятора, который можно разместить внутри коробки так, что он не будет накладываться на головку болта.

Формат входных данных

В первой строке указаны два числа n и m через пробел — размеры распределительной коробки. $2 \leqslant n, m \leqslant 10^{18}$.

Во второй строке указаны координаты x, y единичной ячейки, занятой болтом. $1 \leqslant x \leqslant n$, $1 \leqslant y \leqslant m$.

Формат выходных данных

Вывести одно число — максимальную сторону квадратного аккумулятора, который можно разместить в коробке без наложения на клетку с болтом.

Примеры

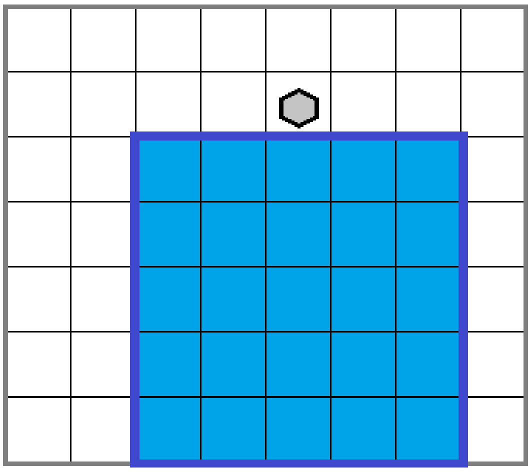
Пример №1

Стандартный ввод
7 8
2 5

Стандартный вывод
5

Пояснения к примеру

На рисунке представлен случай из примера к задаче.



Видно, что максимальная возможная сторона квадратного аккумулятора равна 5.

Задача VI.1.1.2. Разметка клипа (15 баллов)

Условие

Лаврентий подготовил большой видеоклип для показа во время своего выступления. В частности, при работе над клипом он разметил специальным образом каждый кадр клипа, номер которого кратен числу a. Однако в ночь перед выступлением он понял, что для всех кадров, находящихся в промежутке между номерами от L до R включительно, ему придется поменять выделение: те кадры, что были отмечены ранее, нужно вернуть в исходное неотмеченное состояние, но зато нужно разметить внутри этого промежутка аналогичным образом каждый кадр, номер которого кратен числу b.

Нужно найти минимальное число кадров, для которых придется изменить их статус. Например, если был отмечен каждый пятый кадр, и с десятого по тридцатый нужно отменить разметку этих кадров, то нужно отменить разметку у кадров номер 10, 15, 20, 25 и 30. Если при этом нужно разметить на этом отрезке каждый третий кадр, то придется отметить кадры номер 12, 15, 18, 21, 24, 27 и 30. Так как кадры номер 15 и 30 будут размечены и в том и в другом случае, их статус менять не нужно. Итого Лаврентию потребуется отменить разметку у трех кадров и дополнительно разметить пять кадров, что в сумме даст 8 кадров с измененным статусом.

Формат входных данных

В первой строке указано число a — периодичность старой разметки. Во второй строке через пробел указаны два числа L и R — границы отрезка, на котором нужно изменить разметку, $L \leqslant R$. В третьей строке указано число b — периодичность новой разметки в указанном отрезке. Все числа в пределах от 1 до 10^{18}. Наименьшее общее кратное чисел a и b также не превосходит 10^{18}.

Формат выходных данных

Вывести одно число — количество кадров, для которых придется изменить их статус.

Примеры

Пример №1

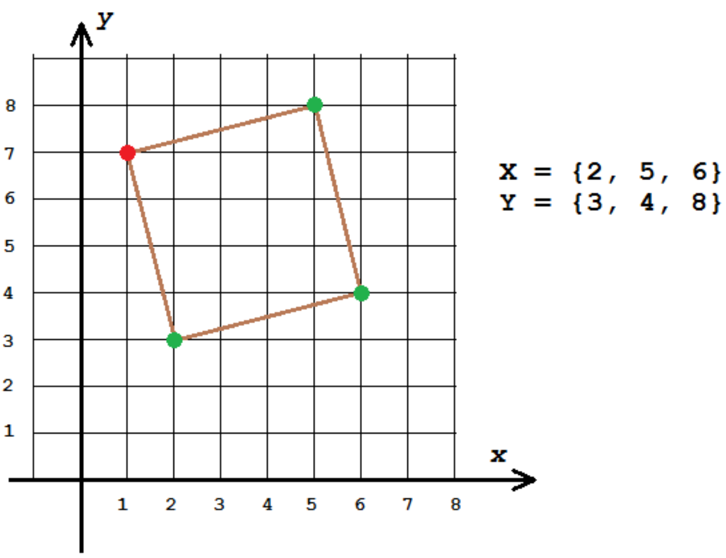
Стандартный ввод
5 10 30 3
Стандартный вывод
8

Задача VI.1.1.3. Геодезия участка (20 баллов)

Условие

Леонид изучает геодезическое дело. Одним из важных мероприятий в этой отрасли является геодезия земельного участка. В частности эта задача подразумевает нахождение координат углов участка. В задачнике по геодезии предложена следующая задача: для участка квадратной формы нашли координаты трех его углов. Все полученные координаты оказались целыми числами. Далее координаты по оси x собрали в одно множество X, координаты по оси y — в другое множество Y и упорядочили внутри каждого множества по неубыванию. По полученным в итоге множествам X и Y требуется определить координаты недостающего четвертого угла участка. Необходимо помочь Леониду в решении этой задачи.

Для примера рассмотрим план следующего участка.



Зеленым обозначены углы, координаты которых входят в множества X и Y, красным — угол, координаты которого нужно определить. В итоге $X = \{2, 5, 6\}$, $Y = \{3, 4, 8\}$, а координаты недостающего угла равны $(1, 7)$.

Формат входных данных

В первой строке задаются три числа в порядке неубывания — координаты по оси x для трех известных углов квадратного участка. Во второй строке также в порядке неубывания заданы координаты этих же углов по оси y. Все координаты — целые числа в пределах от -10^6 до 10^6.

Формат выходных данных

Вывести в одну строку через пробел координаты недостающего угла. Первой вывести координату по оси x, второй — координату по оси y. Если существует несколько правильных ответов, нужно вывести один любой.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
`2 5 6` `3 4 8`
Стандартный вывод
`1 7`

Пример №2

Стандартный ввод
`0 0 4` `0 4 4`
Стандартный вывод
`4 0`

Задача VI.1.1.4. Книжный шифр (25 баллов)

Условие

Широко известен способ шифрования информации при помощи книг. Для его использования необходим большой ключ-текст, содержащий множество вхождений каждой буквы шифруемого сообщения, например, некоторый рассказ или книга. Для каждой буквы шифруемого сообщения выбирается некоторая такая же буква в ключ-тексте и далее вместо буквы записывается обозначенная некоторым образом позиция выбранного вхождения этой буквы в ключ-тексте. Поскольку таких вхождений много, одна и та же буква обозначается разными способами, что практически исключает возможность взлома шифра при помощи частотного метода.

Степан решил усовершенствовать книжный шифр. Он взял некоторый текст на английском языке, удалил из него все знаки, не являющиеся буквами латиницы, все оставшиеся буквы привел к строчному виду, и получил ключ-текст для своего шифра. Так как шифруемое им сообщение состоит из заданных k букв алфавита, далее он применяет следующий метод: выбирает некоторый непрерывный отрезок ключ-текста, содержащий все заданные k букв алфавита (назовем его актуальным), и вместо очередной шифруемой буквы записывает номер этого отрезка и номер буквы в этом отрезке. Наверное, вы подумали, что сейчас вас попросят зашифровать или дешифровать какое-нибудь сообщение по этому методу, но это не так. Степану важно узнать, сколько отрезков в выбранном им ключ-тексте можно взять в качестве актуальных. Чем их больше, тем разнообразнее можно зашифровать сообщение, что придаст дополнительную надежность шифрованию.

По выбранному Степаном исходному тексту и заданному множеству из k букв необходимо найти число непрерывных отрезков ключ-текста, получаемого из заданного, таких, что все они содержат заданные k букв латиницы.

Формат входных данных

В первой строке задано число k — количество различных букв в шифруемом сообщении. $1 \leqslant k \leqslant 26$. Во второй строке содержится строка, включающая эти k букв, все они попарно различны. Далее содержится исходный текст, который был выбран для создания ключ-текста. Текст состоит не более, чем из 250000 символов с ASCII-кодами от 32 до 126. Для получения ключ-текста нужно удалить из него все символы, не являющиеся буквами латиницы, все буквы привести к нижнему регистру.

Формат выходных данных

Для полученного ключ-текста требуется определить количество непрерывных отрезков символов, содержащих все k символов, заданных во второй строке. Два отрезка символов считаются различными, если у них различаются позиции начала и/или различаются позиции конца в ключ-тексте.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
2 ab abbab

Стандартный вывод
9

Пример №2

Стандартный ввод
3 abz abbab

Стандартный вывод
0

Пример №3

Стандартный ввод
3 lae "Twelve," she said, and a little later, "eleven;"

Стандартный вывод
350

Пояснения к примерам

В первом примере в слове «abbab» содержится 9 отрезков, содержащих букву «a» и букву «b»: «ab», «abb», «abba», «abbab», «bba», «bbab», «ba», «bab», «ab». Первый и последний из этих отрезков являются различными, так как находятся в разных позициях в исходной строке.

Во втором примере в слове «abbab» нет ни одного отрезка, содержащего буквы «a», «b» и «z» одновременно.

В третьем примере получаемый ключ-текст имеет вид «twelveshesaidandalittlelater eleven», в нем содержится 350 отрезков, включающих буквы «l», «a», «e». Среди них, например, есть следующие: «latereleven», «ela», «alittle», «welveshesaidandalit» и много других.

Задача VI.1.1.5. Справедливый делёж (30 баллов)

Условие

Три брата участвуют в одном из шоу, и выиграли большое количество призов. Ведущий расставил эти призы по кругу и сказал, что каждый брат должен выбрать себе некоторый непустой отрезок из подряд идущих призов. При этом каждый приз должен достаться кому-то из братьев. Таким образом, весь набор призов должен быть разбит на три непересекающихся отрезка.

Для каждого приза известна его стоимость p_i. Братья посовещались и решили, что самое важное в этом деле — справедливость. Поэтому они хотят выбрать призы так, чтобы разница между самым большим по стоимости и самым маленьким по стоимости отрезками разбиения была как можно меньше. Требуется помочь братьям и определить эту минимальную возможную разницу.

Формат входных данных

В первой строке указано число n — количество призов, расставленных по кругу. $3 \leqslant n \leqslant 2500$.

Во второй строке указаны n чисел p_i — стоимости призов. $1 \leqslant p_i \leqslant 10^6$.

Формат выходных данных

Вывести одно число – минимальную возможную разницу между отрезком, сумма стоимости призов в котором максимальна, и отрезком с минимальной стоимостью призов.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
7 8 12 15 1 1 1 10

Стандартный вывод
6

Пояснения к примеру

7 призов расставлены **по кругу**. Их стоимости $8, 12, 15, 1, 1, 1, 10$.

Допустим, один брат возьмет себе приз со стоимостью 15. Тогда остальным лучше поделить так: $8 + 12 = 20$ и $1 + 1 + 1 + 10 = 13$. В этом случае искомая разница равна $20 - 13 = 7$.

Если первый возьмет себе призы $15+1$ общей стоимостью 16, то оставшийся набор можо поделить на $1+1+10 = 12$ и $8+12 = 20$. В этом случае искомая разница равна $20 - 12 = 8$.

Далее рассмотрим вариант, когда первый возьмет $15 + 1 + 1 = 17$. Тогда оставшуюся часть лучше разделить на $1 + 10 + 8 = 19$ и 12. В этом случае искомая разница равна $19 - 12 = 7$.

Наконец попробуем, что будет, если первый возьмет $15+1+1+1 = 18$. Тогда двум другим достанется $10+8 = 18$ и 12, и получим самую маленькую разницу $18-12 = 6$.

Есть и другие способы разбиения на три отрезка, но меньшей разницы добиться не получится.

Аэрокосмические системы

Заключительный этап Предметный тур

Физика. 8–9 классы

Задача VI.1.2.1. Углеволокно (15 баллов)

Условие

Одним из перспективных типов современных материалов являются аэрогели, фактически представляющие собой композит газа и твёрдого оксида. Одним из их примечательных свойств является чрезвычайно низкая плотность. Брусок из аэрогеля взвесили под колоколом в нормальных условиях при плотности воздуха $\rho_0 = 1,2\,\text{г}/\text{м}^3$. Затем половину воздуха откачали и взвесили тот же брусок снова. Определите плотность ρ этого материала, если весы стали показывать на $\eta = 2,5\%$ больший вес. Микроскопические поры в аэрогеле можно считать закрытыми.

Задача VI.1.2.2. Аэрогель (18 баллов)

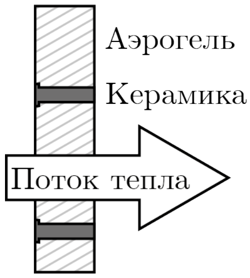
Условие

Следствием низкой плотности аэрогелей является также их рекордно малая теплопроводность. Теплоизоляционная обшивка лабораторной установки выполнена из аэрогеля с теплопроводностью $\kappa_\text{а} = 25\,\text{мВт}/(\text{м}{\cdot}\text{К})$. Однако для крепления блоков аэрогеля приходится использовать керамические штифты с теплопроводностью $\kappa_\text{к} = 1\,\text{Вт}/(\text{м}{\cdot}\text{К})$ и площадью сечения $S = 1\,\text{см}^2$, пронзающие аэрогель перпендикулярно изолируемой поверхности (см. рисунок). Какое максимальное число таких штифтов можно использовать на квадратный метр покрытия, чтобы поток тепла через покрытие в целом не превышал $\alpha = 11/10$ от потока тепла только через аэрогель? Длина штифтов равна толщине блоков аэрогеля.

Задача VI.1.2.3. Теплоизоляция (22 баллов)

Условие

Следствием низкой плотности аэрогелей является также их рекордно малая теплопроводность. Теплоизоляционная обшивка лабораторной установки выполнена из аэрогеля с теплопроводностью $\kappa_\text{а} = 25\,\text{мВт}/(\text{м}{\cdot}\text{К})$. Однако для крепления блоков аэрогеля приходится использовать керамические штифты с теплопроводностью $\kappa_\text{к} = 1\,\text{Вт}/(\text{м}{\cdot}\text{К})$ и площадью сечения $S = 1\,\text{см}^2$, пронзающие аэрогель перпендикулярно изолируемой поверхности (см. рисунок). Какое максимальное число таких штифтов можно использовать на квадратный метр покрытия, чтобы поток тепла через покрытие в целом не превышал $\alpha = 11/10$ от потока тепла только через аэрогель? Длина штифтов равна толщине блоков аэрогеля.



Задача VI.1.2.4. Хрустальный шар (25 баллов)

Условие

Тонкое серебряное напыление на оптических стёклах позволяет изготавливать материалы, при падении света на которые 50% световой энергии отражается от границы раздела, а 50% преломляется в ней. На шар из такого стекла падает узкий в сравнении с радиусом шара пучок света, середина которого направлена ровно на центр шара, а ширина значительно меньше радиуса этого шара. Каким должен быть показатель преломления n материала шара, чтобы действительное и мнимое изображения этого пучка оказались расположены на одинаковых расстояниях от центра шара?

Указание: используйте соотношение $\sin\alpha \approx \alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$ для малых углов.

Задача VI.1.2.5. Напыление (20 баллов)

Условие

В вакуумной камере на медную пластинку тонким слоем напыляется серебро. Для этого ионы серебра Ag^+, масса каждого из которых равна $m = 1,8 \cdot 10^{-25}$ кг, осаждаются на неё из газообразного состояния. Для равномерного осаждения на пластинке необходимо поддерживать постоянный отрицательный заряд, для чего она включена в одну цепь с источником ионов серебра. Сколько времени уйдёт на напыление $M = 2$ мг серебра если ток, проходящий в этой цепи, равен $I = 1,5$ А? Модуль заряда электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, иону Ag^+ недостаёт до нейтрального атома одного электрона.

Аэрокосмические системы

Заключительный этап Предметный тур

Физика. 10–11 классы

Задача VI.1.3.1. Ионная пушка (15 баллов)

Условие

В установке ионного травления пучок ионов F^+ ($\mu = 19$ г/моль) разгоняется разностью потенциалов $U = 5$ кВ. Во сколько раз энергия ионов после разгона превышает их среднюю тепловую энергию при комнатной температуре $T = 300$ К? Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Задача VI.1.3.2. Тонкая плёнка (20 баллов)

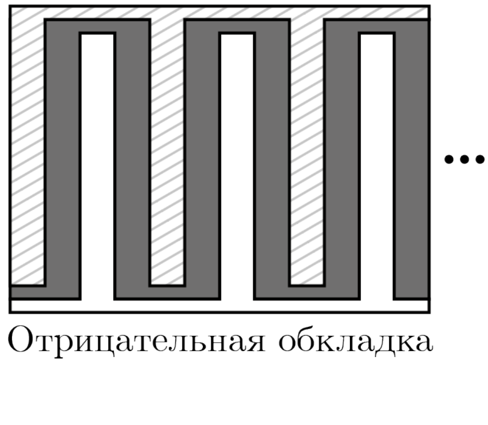
Условие

Вакуумная камера представляет собой сферу радиуса $r = 40$ см. Из камеры откачан воздух, после чего внутри испарён небольшой образец золота ($\mu = 197$ г/моль). Какой толщины плёнка металла осядет на поверхности камеры после её охлаждения, если в начале осаждения пары золота имели парциальное давление $p = 10$ Па и температуру $T = 1500$ К? Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К); плотность твёрдого золота $\rho = 19,3$ г/см^3.

Задача VI.1.3.3. Конденсатор (20 баллов)

Условие

Композитный конденсатор изготовлен при помощи чередования большого числа тонко нанесённых слоёв диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 100$ и металла, каждый из которых имеет толщину $d = 150$ мкм. Все чётные слои металла соединены друг с другом проводником с малой паразитной ёмкостью; так же соединены все нечётные слои металла. Определите объёмную плотность электрической ёмкости куба, выполненного из этого композита (слои располагаются параллельно одной из пар граней куба). Диэлектрическая проницаемость вакуума $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.



Задача VI.1.3.4. Эффект Поккельса (18 баллов)

Условие

Электрооптический эффект Поккельса состоит в изменении показателя преломления некоторых кристаллов при приложении к ним электрического поля. Композиты, содержащие такие кристаллы, используются в лазерных резонаторах. При этом величина изменения Δn показателя преломления прямо пропорциональна напряжённости поля: $\Delta n = \alpha E$. Узкий луч света падает нормально на пластинку толщиной $l = 20$ см из такого кристалла, зажатую между обкладками плоского конденсатора. Известно, что в отсутствие напряжения на конденсаторе свет проходит пластинку за время $\tau_0 = 10^{-9}$ с, а при напряжённости поля $E = 6$ кВ/м — за время $\tau = 1,1 \cdot 10^{-9}$ с. Определите значение коэффициента α. Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Задача VI.1.3.5. Гребёнка (27 баллов)

Условие

На листе металла вытравлена микроразмерная гребёнка, благодаря которой коэффициент трения скольжения бруска по этому листу равен $\mu_+ = 0,15$, если брусок проскальзывает направо, и $\mu_- = 0,1$, если он скользит налево. Такие же значения имеют коэффициенты трения покоя при попытке привести брусок в движение в соответствующем направлении. Брусок массы $m = 2$кг укреплён на пружине жёсткостью $k = 80$ Н/м, растянутой на $x_0 = 10$ см длиннее своего расслабленного состояния как изображено на рисунке. Брусок отпускают без начальной скорости. Каково будет растяжение пружины x после прекращения колебаний бруска? Считать ускорение свободного падения $g \approx 10$ Н/м. Полное решение в общем виде не обязательно.