

Искусственный интеллект

2022/23 учебный год

Заключительный этап

Предметный тур

Информатика. 8–11 класс

Задача VI.1.1.1. Покупка серверов (10 баллов)

Условие

Для обучения искусственного интеллекта (ИИ) требуются вычислительные мощности. Компания, в которой вы работаете, поручила вам купить K серверов, на которых будут обучаться нейросети.

На выбор есть N различных серверов, про каждый известна его цена C_i и его мощность B_i . Выберите K наилучших серверов по соотношению мощность/цена. Можно купить не более одного сервера каждого вида.

Формат входных данных

В первой строке даны 2 числа — N и K , про которые известно, что $(1 \leq N \leq 100000)$, $(1 \leq K \leq N)$.

В следующей строке даны N чисел B_i — мощности серверов, про которые известно, что $(1 \leq B_i \leq 10000)$.

В третьей строке даны N чисел C_i — цены серверов, про которые известно, что $(1 \leq C_i \leq 10000)$.

Формат выходных данных

Выведите **по возрастанию** K различных чисел из диапазона $[1..N]$ — номера купленных серверов. Если оптимальных ответов несколько, вывести любой.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
5 4 1 2 3 3 2 2 4 6 9 1
Стандартный вывод
1 2 3 5

Задача VI.1.1.2. Подбор картинки (15 баллов)

Условие

Ученые загадочной страны Берляндии разработали новую модель ИИ, предсказывающую насколько картинка понравится пользователю. Согласно разработанной теории, картинка — это набор пикселей на плоскости, а удовольствие от ее просмотра прямо пропорционально количеству одноцветных тупоугольных треугольников. Помогите ученым в написании этой модели. Ваша задача состоит в том, чтобы посчитать, сколько одноцветных тупоугольных треугольников есть в изображении.

В данной задаче мы считаем, что пиксели настолько малы, что они не воспринимаются как точки на плоскости. Считаем координатами точки-пикселя номер строки и столбца, в которых он находится.

Треугольник называется одноцветным, если во всех трех его вершинах стоят одинаковые цвета.

Треугольник называется тупоугольным, если один из его углов строго больше 90° .

Треугольник называется вырожденным, если все три его вершины расположены на одной прямой.

Вырожденные треугольники считать не нужно.

Формат входных данных

В первой строке даны 2 числа — N и M , про которые известно, что $(1 \leq N \leq 10)$, $(1 \leq M \leq 10)$.

В следующих N строках дано по M чисел через пробел — цвета соответствующих пикселей на картинке.

Каждый пиксель — это число X , про которое известно, что $(0 \leq X \leq 256^3)$.

Формат выходных данных

Выведите одно число — количество тупоугольных треугольников на картинке. Если их нет — вывести 0.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
2 3
2 2 1
2 3 2
Стандартный вывод
1

Пояснения к примеру

На картинке всего один пиксель цвета 1 и один пиксель цвета 3, треугольников они не образуют.

Пиксели цвета 2 имеют координаты:

(0, 0) — левый верхний (1).

(1, 0) — левый нижний (2).

(0, 1) — средний столбцей верхний (3).

Задача VI.1.1.3. Голосовой помощник (20 баллов)

Условие

В современных городах очень легко заблудиться без навигатора. Развязки, ремонты, стройки — все это надо учитывать при выборе маршрута. Вы работаете в компании, которая поддерживает текущее состояние дорог и тротуаров. На сервере хранится карта города, разбитая на маленькие прямоугольники. Про каждый из них известно, есть через него проход или нет.

Вам поручили разработать логику голосового помощника, который будет строить маршрут по данным карты и возвращать текст для озвучки пользователю.

Формат входных данных

В первой строке даны 2 числа — N и M , про которые известно, что $(1 \leq N \leq 100)$, $(1 \leq M \leq 100)$.

Затем вводится N строк, в каждой из которых M символов, описывающих возможность прохода через ту или иную клетку. Каждый символ является либо точкой («.»), обозначающей наличие прохода, либо решеткой («#»), обозначающий преграду. Отдельными символами обозначается стартовая клетка («S») и финишная («F»). Необходимо проложить и озвучить кратчайший маршрут из точки S в точку F. длиной маршрута считается число шагов. Исходим из того, что повороты происходят моментально. Гарантируется, что на карте есть ровно один символ S и ровно один символ F.

Формат выходных данных

Выведите не более 1000 действий следующего вида:

«MOVE RIGHT» — поворот направо,

«MOVE LEFT» — поворот налево,

«GO» — движение прямо,

«FINISH» — сообщение пользователю о том, что он добрался до точки назначения.

Изначально вы смотрите вниз. Если первым шагом сделать GO, пользователь опустится на строку ниже в лабиринте.

Поле по периметру окружено решетками, т. е. случайно выйти за пределы поля не получится.

Если во время движения вы дойдете до стены и попытаетесь продолжить движение в стену, то получите вердикт «Wrong answer».

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
5 6 ##### #S...# ##.#.# ###F.# #####
Стандартный вывод
MOVE LEFT GO GO GO MOVE RIGHT GO GO MOVE RIGHT GO FINISH

Задача VI.1.1.4. Работа с вероятностью (25 баллов)

Условие

В моделях машинного обучения для характеристик различных сущностей применяют теорию вероятности и многомерные векторы.

Например $\{1, 2\}$ — двумерный вектор, у которого число 1 — первая координата, $\{4, 3, 2, 5, 4\}$ — пятимерный вектор, первая координата которого равняется 4.

Вы работаете с некой сложной моделью ИИ, в которой координаты векторов — случайные целые числа из интервала $[0, K]$. K — некоторое целое число, которое заранее известно. Разработчики алгоритма попросили написать программу, которая вычислит важный коэффициент, необходимый для работы нейросети.

Его значение определяется как вероятность события, при котором среднее арифметическое первых координат N векторов будет равно дроби вида M/N , где M — некоторое число, значение которого вы знаете. Выведите ответ ровно с 6 знаками после запятой.

Напишите программу, которая рассчитает его значение.

Формат входных данных

В единственной строке даны 3 числа через пробел — N, M, K , про которые известно, что $(2 \leq N \leq 100)$, $(0 \leq M \leq 1000)$, $(1 \leq k \leq 100)$.

Формат выходных данных

Выведите единственное число — значение коэффициента ровно с 6 знаками после запятой.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
2 2 2
Стандартный вывод
0.333333

Пример №2

Стандартный ввод
3 5 4
Стандартный вывод
0.144000

Пояснения к примеру

Пример №1

У первого вектора координата — случайное число из набора $\{0, 1, 2\}$. У второго также. Итого есть 9 случаев — $\{0, 0\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 0\}, \{1, 1\}, \{1, 2\}, \{2, 0\}, \{2, 1\}, \{2, 2\}$. Вероятность каждого случая — $\frac{1}{9}$. Всего у нас 3 случая, когда сумма равняется двум — $\{0, 2\}, \{1, 1\}, \{2, 0\}$. Поэтому искомая вероятность равняется $\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$.

Пример №2

Координата — случайное число из набора $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Всего есть 125 вариантов — $\{0, 0, 0\}, \{0, 0, 1\}, \dots, \{4, 4, 3\}, \{4, 4, 4\}$. Вероятность каждого случая — $\frac{1}{125}$. Из них 18 имеют сумму 5 — $\{0, 1, 4\}, \{0, 2, 3\}, \{0, 3, 2\}, \{0, 4, 1\}, \{1, 0, 4\}, \{1, 1, 3\}, \{1, 2, 2\}, \{1, 3, 1\}, \{1, 4, 0\}, \{2, 0, 3\}, \{2, 1, 2\}, \{2, 2, 1\}, \{2, 3, 0\}, \{3, 0, 2\}, \{3, 1, 1\}, \{3, 2, 0\}, \{4, 0, 1\}, \{4, 1, 0\}$. Поэтому искомая вероятность равняется $\frac{18}{125}$.

Задача VI.1.1.5. Подбор музыки (30 баллов)

Условие

Одной из сфер применения ИИ является подбор музыки в музыкальных сервисах.

В данной задаче известна мелодия и музыкальные фрагменты, которые нравятся пользователю. Мелодия представляет собой числовую последовательность. Фрагменты — также числовые последовательности. Если фрагмент встречается единожды, он приносит 1^2 единицу удовольствия, дважды — 2^2 удовольствия. N раз встречающийся фрагмент приносит N^2 единиц удовольствия. Посчитайте, сколько единиц удовольствия принесет данная песня конкретному пользователю.

Формат входных данных

В первой строке дано 2 числа N, M — размер последовательности и число музыкальных фрагментов, ($1 \leq N \leq 3 \cdot 10^5$), ($1 \leq M \leq 10^5$).

В следующей строке задано N чисел B_i через пробел — частоты проигрываемой мелодии ($1 \leq B_i \leq 50$). Частоты усреднены, чтобы повысить шанс совпадения мелодии и вкусов пользователя.

Следующие M строк описывают фрагменты, которые нравятся пользователю. В начале каждой строки записано число S_i , ($1 \leq S_i \leq 10^5$) — длина очередного фрагмента. Затем в этой же строке идут S_i чисел — частоты фрагмента T_{ij} , ($1 \leq T_{ij} \leq 50$). Известно, что в базе на одного пользователя отводится не очень много места, из-за чего суммарная длина всех фрагментов также не превышает $3 \cdot 10^5$ символов. Формально говоря $S_1 + S_2 + \dots + S_N \leq 3 \cdot 10^5$.

Один и тот же фрагмент может встретиться несколько раз.

Формат выходных данных

Выведите одно число — сколько единиц удовольствия принесет данная песня конкретному пользователю.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
10 5
2 9 24 28 24 21 7 11 24 21
3 27 1 39
3 37 4 47
3 20 5 18
4 24 21 7 11
4 2 9 24 28
Стандартный вывод
2

Пояснения к примеру

Начало мелодии (первые 4 частоты) [2, 9, 24, 28] совпадают с фрагментом 5.

Также отрезок мелодии с 5-го по 8-й ноту [24, 21, 7, 11] совпадает с фрагментом 4.

Можно убедиться, что других полных совпадений фрагментов с мелодией нет.

Математика. 8–9 классы

Задача VI.1.2.1. (15 баллов)

Условие

Момент времени будем называть *красивым*, если после выписывания даты в формате «год.месяц.день» и приписывания далее точного времени в 24-часовом формате получается симметричная последовательность цифр, то есть такая, которая слева направо читается так же, как и справа налево. Например, 2020.01.10.02:02. Определите последний в этом тысячелетии красивый момент.

Задача VI.1.2.2. (15 баллов)

Условие

Петя, Вика, Толя, Чулпан, Потап, Шарлотта стоят в указанном порядке по кругу, считая по часовой стрелке, и смотрят в центр круга (то есть по правую руку от Пети стоит Шарлотта, а по левую — Вика). Каждый мальчик загадал число и сообщил его шёпотом обоим соседкам. Каждая девочка умножила число от своего соседа против часовой стрелки на 2, и к этому результату прибавила число от соседа по часовой стрелке. В результате у Вики получилось число 57, у Чулпан — число 53, а у Шарлотты — число 31. Какое число загадал Петя?

Задача VI.1.2.3. (20 баллов)

Условие

Площадь трапеции $ABCD$ равна 164 см^2 , длина её высоты равна 8 см, боковые стороны AB и CD равны 10 см и 17 см соответственно. Чему равна длина основания BC ?

Задача VI.1.2.4. (25 баллов)

Условие

Функция $P(x)$ определяется как $P(x) = x^2 - 38x - 80$.

Решите уравнение $P(x) = P\left(\frac{x+4}{x+1}\right)$.

Задача VI.1.2.5. (25 баллов)

Условие

Сферическим кодом будем называть несколько точек в четырёхмерном пространстве (то есть с четырьмя координатами), каждая из координат которых равна либо 0, либо 1, при условии, что все попарные расстояния между этими точками одинаковы. Какое максимальное количество точек может быть в сферическом коде?

Напоминание: расстояние между двумя точками 4-мерного пространства вычисляется по четырёхмерной теореме Пифагора: расстояние между (a, b, c, d) и (x, y, z, t) равно $\sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2 + (d-t)^2}$.

Математика. 10–11 классы

Задача VI.1.3.1. (15 баллов)

Условие

Определите количество решений уравнения $\cos^2 x + (x - 1) \sin x = \sin x + 1$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Задача VI.1.3.2. (15 баллов)

Условие

Каждый день перед сном Коля смотрит юмористические шоу с кружечкой любимого напитка: чай, кофе или какао. Для этого каждый раз он случайно и равновероятно выбирает напиток. Найдите вероятность, что за неделю он выпьет каждого любимого напитка хотя бы один раз.

Задача VI.1.3.3. (20 баллов)

Условие

Дан равносторонний треугольник PQR . Внутри угла PRQ взята точка T . Найдите $\angle PRT$, если $\angle PTR = 20^\circ$ и $\angle QTR = 30^\circ$.

Задача VI.1.3.4. (25 баллов)

Условие

Произведением двух матриц размера 2×2 , записанных в виде $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$, называется матрица $\begin{pmatrix} ax + bz & ay + bt \\ cx + dz & cy + dt \end{pmatrix}$. k -ой степенью квадратной матрицы M (размера $t \times t$) называется выражение $M \cdot M \cdot \dots \cdot M$ с k множителями (умножения в такой ситуации выполняются по очереди). Найдите 20-ю степень матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача VI.1.3.5. (25 баллов)

Условие

Клетки клетчатой полосы $n \times 1$ изначально покрашены в два цвета. Разрешается выбрать любую клетку вместе с соседними с ней по сторонам, и перекрасить в противоположный цвет каждую из выбранных клеток. Сколько различных покрасок этой полосы можно получить таким образом?