

Разработка компьютерных игр

2022/23 учебный год

Заключительный этап

Предметный тур

Информатика. 8–11 класс

Задача VI.1.1.1. Космические треугольники (10 баллов)

Однажды астроном сфотографировал звездное небо и, посмотрев на фотографии, увидел много треугольников из звёзд.

Вершина каждого треугольника находится в точках (x_1, y_1) , (x_2, y_2) и (x_3, y_3) . Ваша задача помочь астроному определить, можно ли провести прямую, которая будет делить треугольник **ровно на два невырожденных треугольника** (невырожденным называется треугольник, площадь которого не равна нулю). Помимо того, эта прямая должна быть либо горизонтальной, либо вертикальной, то есть быть **параллельной либо оси x , либо оси y** .

Формат входных данных

В первой строке задано число n — количество наборов входных данных ($1 \leq n \leq 10^4$).

Затем идут n наборов, каждый из которых состоит из трёх строк. В i -й из трёх строк заданы два целых числа x_i и y_i ($1 \leq x_i, y_i \leq 10^8$) — координаты i -й вершины.

Все треугольники не вырожденные, то есть площадь каждого не равна нулю.

Формат выходных данных

Для каждого набора координат треугольника вывести сообщение «YES» в случае, если провести разделение можно и «NO», если этого сделать нельзя.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
2
0 2
0 0
2 0
2 0
4 2
8 0

Стандартный вывод
NO
YES

Задача VI.1.1.2. Помехи в сигнале (20 баллов)

На космическом аппарате была замечена ошибка в виде неверной работы передатчика. Передача сигналов была с определенной помехой: в массив данных постоянно вмешивалась цифра другой четности. Необходимо определить, какая из цифр в массиве лишняя и выписать её.

Формат входных данных

В первой строке записано целое число n — количество чисел в массиве ($3 \leq n \leq 100$). В следующей строке через пробел записан массив натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 100.

Формат выходных данных

Выведите число, являющимся лишним в последовательности.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
6
46 32 76 75 28 98
Стандартный вывод
75

Задача VI.1.1.3. Движение марсохода (20 баллов)

Марсоход передвигается по поверхности Марса и изучает образцы с целью доставки их на Землю.

Поверхность, по которой он двигается, представляет собой поле $N \times M$, состоящее из квадратов. Обозначим квадрат в i -й ($1 \leq i \leq N$) строке и j -м ($1 \leq j \leq M$) столбце через (i, j) . Все числа в квадратах равны 1 или -1 . Двигаться Марсоход начинает с квадрата $(1, 1)$ и за один раз может перемещаться на один квадрат вниз или вправо. В конце концов, ему нужно оказаться в квадрате (N, M) .

Можно ли двигаться так, чтобы сумма записанных по дороге значений (включая первый и последний квадрат) была равна 0?

1	-1	-1	-1	1	1
1	1	-1	1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1

Формат входных данных

В первой строке записано целое число n — количество входных данных t ($1 \leq t \leq 10^4$). Далее записаны входные данные каждого набора.

Первая строка каждого набора состоит из двух чисел N и M ($1 \leq N, M \leq 1000$) — количество строк и столбцов в наборе.

Далее следуют N строк, в каждой из которых M целых чисел, где j -е число в i -й строке — число (1 или -1) в квадрате (i, j) .

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите «YES», если существует дорога из $(1, 1)$ в (N, M) , сумма которой равна 0, и «NO», если не существует.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
1
3 1
-1
1
-1

Стандартный вывод
NO

Задача VI.1.1.4. Восстанови сигнал (20 баллов)

Представим, что общение между центром управления полётов (ЦУП) и спутником — это последовательность скобочек «(» и «)». Правильный сигнал — это последовательность скобочек «(» и «)», которую можно преобразовать в нормальное арифметическое выражение, используя «1» и «+». Например, если поступил сигнал $()$, то его можно преобразовать в $(1+1)$. Ещё один пример: из последовательности $(())$ можно получить сигнал $(1+(1+1)+1)$.

Проблема в том, что при очередной передаче сообщения в ЦУП часть скобочек потерялась. Необходимо понять, можно ли однозначно восстановить правильный сигнал.

Формат входных данных

В первой строке записано число t — количество сигналов $1 \leq t \leq 5 \cdot 10^4$.

Далее некоторые скобочки заменены на знаки вопроса. Каждый символ — это «(», «)» или «?». Из каждого сигнала можно восстановить хотя бы 1 правильный сигнал.

Суммарная длина последовательности по всем наборам составляет не более $2 \cdot 10^5$.

Формат выходных данных

На каждый набор входных данных выведите «YES», если способ заменить знаки вопроса на скобки так, чтобы получился сигнал, единственный. Если существует больше одного способа, то выведите «NO»

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
2 (?) ??????
Стандартный вывод
YES NO

Задача VI.1.1.5. Спутниковые передатчики (30 баллов)

Перед изготовлением аппаратуры спутника тестируют его аппаратуру, например, передатчики информации.

Даны n передатчиков и m проводов между ними. Между двумя передатчиками A и B может быть:

- ни одного провода;
- провод из передатчика A в передатчик B ;
- провод из передатчика B в передатчик A ;
- провод из передатчика A в передатчик B и провод в обратную сторону.

Задача покрасить провода в k цветов так, чтобы не существовало циклов, состоящих из проводов одного цвета.

Найдите минимально возможное значение k .

Формат входных данных

В первой строке записаны два целых числа n и m ($2 \leq n \leq 5000$, $1 \leq m \leq 5000$) — количество передатчиков и проводов, соответственно.

Затем следуют m строк. В каждой строке два целых числа u и v ($1 \leq u, v \leq n$, $u \neq v$) — провод из передатчика u в передатчик v .

Формат выходных данных

В одной единственной строке выведите одно целое число k — минимальное количество цветов.

Примеры

Пример №1

Стандартный ввод
4 4
2 4
2 3
1 3
2 1
Стандартный вывод
1

Математика. 8–9 классы

Задача VI.1.2.1. (10 баллов)

Условие

Вася нашёл странную программу: после первого нажатия на клавишу Enter на экране появилось число 1234567654321. После второго нажатия это число заменилось на 1234567654321234567654321 и так далее: каждое новое нажатие предыдущее число заменяется на такое же, к которому в конце дополнительно приписано 234567654321. Сколько пятёрок содержится в таком числе, количество цифр которого равно 6001?

Задача VI.1.2.2. (20 баллов)

Условие

За круглым столом сидят 500 рыцарей и лжецов. Любая (законченная) фраза лжеца — ложь, а рыцаря — правда. На вопрос: «Сколько лжецов сидит рядом?» каждый из присутствующих ответил «два». Какое максимальное количество лжецов могло быть за столом?

Задача VI.1.2.3. (20 баллов)

Условие

10-угольной призмой в пространстве называется тело, содержащее два равных многоугольника $A_1A_2 \dots A_{10}$ и $B_1B_2 \dots B_{10}$, расположенные в пространстве так, что они во-первых, параллельны, во-вторых, не лежат в одной плоскости, в третьих — все четырёхугольники $A_iB_iB_{i+1}A_{i+1}$ являются параллелограммами и являются боковыми гранями этого многогранника (номер вершины 11 приравнивается к номеру 1).

Жук ползёт по проволочному каркасу десятиугольной призмы (то есть содержащему только точки — вершины многогранника и одномерные рёбра-отрезки между вершинами), нигде не разворачиваясь обратно и не проходя никакой участок дважды в одном направлении. Какой максимальный путь может совершить жук, если каждое из рёбер этой призмы по длине равно 10 см?

Задача VI.1.2.4. (25 баллов)

Условие

На доске записано число 123456789. Петя придумал математическую игру под названием «117»: он расставляет между некоторыми цифрами изначального числа знаки «плюс», а затем вычисляет записанное выражение. Например, одно из выражений, записанных Петей: $123 + 4 + 56 + 7 + 89 = 279$. Цель Пети, найти все способы, как получить в результате вычисления число 117. Помогите Пете найти все такие варианты (и докажите, что других нет).

Задача VI.1.2.5. (25 баллов)

Условие

Рассмотрим равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = AC$ и $\angle A = 20^\circ$. На стороне AC отмечена точка D такая, что $AD = BC$. Определите $\angle BDC$.

Математика. 10–11 классы

Задача VI.1.3.1. (15 баллов)

Условие

Найдите площадь фигуры, состоящей из таких точек (x, y) , что их координаты удовлетворяют условию

$$\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} \geq xy.$$

Задача VI.1.3.2. (15 баллов)

Условие

Решите все натуральные решения уравнения $n + [\sqrt{n}] + [\sqrt[3]{n}] = 2023$.

Задача VI.1.3.3. (20 баллов)

Условие

Вася нашёл странную программу: после первого нажатия на клавишу Enter на экране появилось число 123454321. После второго нажатия к этому числу вместо последней единицы приписывается 12345432123454321 (то есть получается 1234543212345432123454321) и так далее: при каждом новом нажатии к предыдущему числу A вместо последней единицы приписывается число A , к которому к самому дополнительно приписано 23454321. Сколько четвёрок содержится в числе на экране после 100 нажатий на кнопку?

Задача VI.1.3.4. (25 баллов)

Условие

Двое — Петя и Витя, играют в игру: в начале на столе лежат две кучки монет, в каждой по 2024 монеты. Игроки ходят по очереди, за свой ход можно либо взять из любой кучки произвольное (натуральное) количество монет, либо из обеих кучек ровно по одной монете. Тот, кто забирает последнюю монету со стола, выигрывает. Кто выиграет при правильной игре и как ему это следует сделать?

Задача VI.1.3.5. (25 баллов)

Условие

Коля изобрёл новый вид рыболовецкой сети: сначала берётся заготовка из 2023 узлов, каждые 2 из которых соединены одной отдельной нитью. Затем Коля выбирает 4 узла, которые соединены друг с другом нитями по кругу (то есть можно так назвать узлы буквами Y_1, Y_2, Y_3 и Y_4 , что между ними найдутся нити $Y_1Y_2, Y_2Y_3, Y_3Y_4, Y_4Y_1$) и перерезает одну из этих четырёх нитей. Далее Коля продолжает перерезать нити по этому же правилу, пока в заготовке не останется минимально возможное количество целых нитей. Такую конструкцию Коля и называет сетью. Какое количество целых нитей содержится в Колиной сети?