

# Технологии виртуальной реальности

2022/23 учебный год

## Заключительный этап

### Предметный тур

#### Информатика. 8–11 класс

##### *Задача VI.1.1.1. Поиск трапеции (100 баллов)*

Имя входного файла: стандартный ввод.

Имя выходного файла: стандартный вывод.

Ограничение по времени выполнения программы: 1 с.

Ограничение по памяти: 512 Мбайт.

##### *Условие*

Ваня купил себе VR-гарнитуру и решил поиграть. Для начала ему необходимо разметить VR-зону в комнате. Для этого Ваня хочет использовать изоленду. У него уже есть  $N$  отрезанных кусков длиной  $a_i$ . VR-зона должна иметь форму *прямоугольной трапеции*. Каждая сторона трапеции должна быть образована ровно одним куском изоленды.

##### *Формат входных данных*

Первая строка содержит единственное число  $N$ . Следующие  $N$  строк содержат целые числа — длины отрезков  $a_i$ .

##### *Формат выходных данных*

Выведите 4 индекса отрезков в порядке возрастания или  $-1$ , если невозможно получить прямоугольную трапецию. Индексация начинается с нуля.

Если существует несколько ответов, выведите трапецию с максимальной площадью, а среди таких — с минимальным первым индексом.

##### *Ограничения*

$$1 \leq N \leq 40, 1 \leq a_i \leq 100.$$

---

## Примеры

### Пример №1

<b>Стандартный ввод</b>
5 12 10 3 7 23
<b>Стандартный вывод</b>
-1

### Пример №2

<b>Стандартный ввод</b>
6 14 12 16 21 15 25
<b>Стандартный вывод</b>
1 2 4 5

## Задача VI.1.1.2. Экзамен (100 баллов)

**Имя входного файла:** стандартный ввод.

**Имя выходного файла:** стандартный вывод.

**Ограничение по времени выполнения программы:** 1 с.

**Ограничение по памяти:** 256 Мбайт.

### Условие

Артему предстоит сложный экзамен по алгебре, геометрии и физике. Преподаватель на лекции сообщил, что студентам на выбор будет предложено  $n$  билетов и скинул всем их на электронную почту. Артем оценил каждый билет по трем параметрам: сложность его по алгебре, геометрии и физике. Сам Артем оценил свои силы следующим образом: если сложность билета по алгебре, геометрии и физике меньше чем  $a$ ,  $b$  и  $c$  соответственно, он способен к нему подготовиться и сдать.

Так как Артем был прилежным студентом, преподаватель готов принять у него экзамен, пропустив один из предметов по его выбору: алгебру, геометрию или физику. Студент не против воспользоваться такой возможностью, поэтому просит у вас узнать, какой предмет ему стоит пропустить, чтобы можно было решить как можно больше билетов.

---

### Формат входных данных

В первой строке записано три целых числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  — предельные пороги сложности по алгебре, геометрии и физике соответственно.

Во второй строке целое число  $n$  — количество билетов на экзамене.

Во следующих  $n$  строках записано по три целых числа  $a_i$ ,  $g_i$ ,  $p_i$  — сложность билета по алгебре, геометрии и физике соответственно.

### Формат выходных данных

Выведите `Algebra`, `Geometry` или `Physics` в соответствии с тем, какой экзамен выгоднее пропустить. Если существует несколько вариантов ответа, выведите любой.

### Ограничения

$$1 \leq n \leq 10^5.$$

$$1 \leq a, b, c, a_i, b_i, c_i \leq 10^9.$$

### Примеры

#### Пример №1

Стандартный ввод
3 3 3
3
2 4 5
2 2 5
1 1 4

Стандартный вывод
Physics

#### Пример №2

Стандартный ввод
5 2 4
5
1 1 1
2 2 2
3 3 3
4 4 4
5 5 5

Стандартный вывод
Geometry

---

### *Задача VI.1.1.3. Радостные студенты (100 баллов)*

**Имя входного файла:** стандартный ввод.

**Имя выходного файла:** стандартный вывод.

**Ограничение по времени выполнения программы:** 1 с.

**Ограничение по памяти:** 512 Мбайт.

#### *Условие*

На лекции по высшей математике в ДВФУ преподаватель собрал  $n$  студентов в ряд и задал простой вопрос: «*Кто сейчас грустит, поднимите руку*». На это предложение несколько (возможно, ноль) студентов подняли руки.

После этого он решил выбрать из этой последовательности студентов некоторый отрезок `[left, right]`, на котором он добавит грустным студентам по 5 баллов к экзамену просто так. При этом он понимает, что студенты, которые были радостные на этом отрезке, поменяют своё настроение. Если ни один студент не является грустным, преподаватель не будет выбирать никакой отрезок. Он хочет получить наибольшее количество радостных студентов на лекции, поэтому просит вас написать программу, которая рассчитает максимальное их количество после применения ранее описанной операции.

#### *Формат входных данных*

В первой строке записано целое число  $n$  — количество студентов.

Во второй строке записано  $n$  цифр 0 и 1, где 0 — грустный студент, а 1 — радостный.

#### *Формат выходных данных*

Выведите максимально возможное количество радостный студентов.

#### *Ограничения*

$$1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5.$$

#### *Критерии оценивания*

Баллы начисляются за каждый тест независимо. Тесты поделены по подзадачам, описанным ниже.

Подзадача	Количество тестов	Баллы	Дополнительные ограничения	Информация о проверке
			$n$	
1	5 тестов	5 баллов за тест	$1 \leq n \leq 200$	полная
2	5 тестов	5 баллов за тест	$1 \leq n \leq 2000$	полная
3	10 тестов	5 баллов за тест	$1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$	полная

### Примеры

#### Пример №1

Стандартный ввод
7 1 1 1 0 0 1 0
Стандартный вывод
6

#### Пример №2

Стандартный ввод
5 1 1 1 1 1
Стандартный вывод
5

### Задача VI.1.1.4. Подготовка к ЕГЭ (100 баллов)

Имя входного файла: стандартный ввод.

Имя выходного файла: стандартный вывод.

Ограничение по времени выполнения программы: 1 с.

Ограничение по памяти: 512 Мбайт.

#### Условие

Мальчик Миша готовится к экзаменам. На это у него осталось  $N$  дней. В  $i$ -ый день у Миши вдохновение решить  $a_i$  задач. Но он не сверхчеловек, поэтому ему необходимо спать. В  $i$ -ый день у Миши есть выбор:

- Поспать, не решив ни одной задачки.
- Выпить чай с лимонником и не спать, решив все задачи.
- Не спать, решив все задачи.

Не спать он может только в том случае, если у него достаточно сил, то есть если в предыдущий день он поспал.

Также у него есть замечательный напиток — чай с лимонником, который даст ему сил не спать. Но при этом Миша знает, что избыток чая вреден для здоровья, поэтому он не станет его пить, если делал это в предыдущий день.

### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $N$ .

Во второй строке находится  $N$  целых чисел  $a_i$ .

### Формат выходных данных

Выведите одно целое число: максимальное количество задач, которые может решить Миша.

### Ограничения

$$1 \leq N \leq 2 \cdot 10^5.$$

$$1 \leq a_i \leq 10^6.$$

### Критерии оценивания

Баллы начисляются за каждый тест независимо. Тесты поделены по подзадачам, описанным ниже.

Подзадача	Количество тестов	Баллы	Дополнительные ограничения	Информация о проверке
			N	
1	5 тестов	4 балла за тест	$1 \leq N \leq 20$	полная
2	5 тестов	4 балла за тест	$1 \leq N \leq 5 \cdot 10^4$	полная
3	10 тестов	4 балла за тест	$1 \leq N \leq 2 \cdot 10^5$	полная

### Примеры

#### Пример №1

Стандартный ввод
3
1 2 3
Стандартный вывод
5

#### Пример №2

Стандартный ввод
5
1 1 1 1 1
Стандартный вывод
4

---

## Задача VI.1.1.5. Путешествие (100 баллов)

Имя входного файла: стандартный ввод.

Имя выходного файла: стандартный вывод.

Ограничение по времени выполнения программы: 1 с.

Ограничение по памяти: 512 Мбайт.

### Условие

Утенок Даки только выпустился из университета и устроился на работу разработчиком игр. Ему поручили создание новой игры SpaceWar. Игра заключается в сражениях с космическим флотом противника путём отправки флотов кораблей между планетами.

Даки закончил разработку и решил проверить качество игры самостоятельно. В ходе проверки утенок понял, что в игре играет роль не только мощь флота, но и распределение его между планетами, чтобы вражеский флот не смог захватывать территории. Даки решил опробовать новую тактику и, несмотря на опасность потери планет, не разделять свой флот. Так он сможет с легкостью захватывать планеты. Но такая тактика имеет большой недостаток: во время нападения на новые планеты собственные территории беззащитны. Поэтому утенок хочет рассчитывать время, за которое его флот сможет добраться до планеты.

В этой игре между двумя планетами иногда появляются «кротовые норы» (англ. wormholes), пройдя через которые, флот может переместиться вперед во времени и оказаться у следующей планеты. В то же время может также существовать «обычный» путь между планетами, который флот может преодолеть за некоторое время. Существование кротовых нор и обычного пути не связаны между собой. Кротовые норы появляются не сразу и, если флот окажется у планеты, нора около которой еще не образовалась, он не сможет ею воспользоваться. Воспользоваться норой в обратном направлении невозможно. Даки хочет определить, в какой самый ранний момент времени его флот, находящийся у планеты  $A$ , может оказаться у планеты  $B$ .

### Формат входных данных

Первая строка содержит 3 целых числа:  $N$ ,  $A$ ,  $B$  — количество планет, планету с флотом и планету-цель, соответственно.

Далее следует строка с 2 целыми числами:  $M$  — количество кротовых нор и  $K$  — количество обычных путей.

Последующие  $M$  строк содержат 4 целых числа:  $A_i$ ,  $B_i$  — две планеты, между которыми появляется нора,  $t_i$  — время её появления и  $dt_i$  — насколько изменится время при перемещении по ней из  $A_i$  в  $B_i$ .

Далее идут  $K$  строк в таком формате:  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $t_j$  — две планеты и время пути между ними.

Считаем, что изначально время равно 0. Все планеты нумеруются от 1 до  $N$  включительно. Обычные пути существуют в любое время.

---

### Формат выходных данных

Выведите единственное число — самое раннее время в которое флот сможет оказаться у планеты  $B$ . Гарантируется, что путь существует.

### Ограничения

$$1 \leq A, B, A_i, B_i, A_j, B_j \leq N \leq 10^4$$

$$N \leq M + K \leq 10^5$$

$$0 \leq t_i, dt_i, t_j \leq 10^9$$

### Примеры

#### Пример №1

Стандартный ввод
6 3 5
3 6
6 3 0 0
1 3 2 3
2 1 0 1
3 5 3
1 6 2
5 1 4
3 6 0
5 2 1
2 4 2

Стандартный вывод
3

#### Пример №2

Стандартный ввод
5 3 2
0 8
3 2 4
1 4 1
5 2 2
5 3 5
1 5 3
2 4 1
4 1 3
4 3 2

Стандартный вывод
4



---

## Математика. 8–9 классы

### Задача VI.1.2.1. (15 баллов)

Темы: графы, задача на минимум.

Под застройку жилого массива выделен участок земли, на котором по плану необходимо построить 10 жилых кварталов и 12 общественных мест (поликлиники, школы, места отдыха и т. д.). Также по плану в новом районе не будет перекрёстков: с одной улицы на другую можно будет попасть только через жилой квартал или общественное место. Какое минимальное количество улиц необходимо проложить, чтобы любой житель этого района мог попасть из своего квартала в любое общественное место не посещая других кварталов, и при этом имел возможность сходить в гости в любой из кварталов не посещая общественных мест?

### Задача VI.1.2.2. (20 баллов)

Темы: теория чисел, остатки.

На какую цифру оканчивается сумма тридцати произвольно выбранных последовательных натуральных чисел, возведенных в восьмую степень?

### Задача VI.1.2.3. (20 баллов)

Темы: планиметрия, геометрическая вероятность.

В прямоугольнике  $ABCD$  биссектрисы углов  $C$  и  $D$  пересекают сторону  $AB$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите вероятность того, что точка, случайным образом брошенная в прямоугольник  $ABCD$ , попадет в четырехугольник  $AEGD$ , если  $G$  — точка пересечения биссектрис  $CE$  и  $DF$ , а сторона прямоугольника  $AB$  в 1,5 раза больше отрезка  $EF$ .

### Задача VI.1.2.4. (20 баллов)

Темы: алгебра, текстовая задача.

Для нормальной работы бензопилы требуется заправлять её топливной смесью из масла и бензина в пропорции 1 : 34 (1 л масла на 34 л бензина). Объем бака бензопилы — 729 мл. Перед первым использованием бензопилу полностью заправили такой смесью, после чего израсходовали треть топлива в баке при распилке брёвен. Перед каждым следующим использованием бензопилу заправляли до полного бака чистым бензином, после чего снова расходовали треть бака при распилке. Перед 7-м использованием было решено заправить бензопилу до полного бака так, чтобы восстановить правильную пропорцию масла и бензина. Какой объем масла для этого потребуется?

### Задача VI.1.2.5. (25 баллов)

Темы: комбинаторика, арифметика.

Из цифр 0, 2, 3, 5 составляют всевозможные четырёхзначные числа так, что цифры в каждом из них не повторяются. Найдите разность средних арифметических чётных и нечётных чисел.

---

## Математика. 10–11 классы

### Задача VI.1.3.1. (15 баллов)

Темы: текстовая задача, система уравнений.

Для создания анимационных роликов используется два компьютера. Рендеринг ролика можно запустить как на одном из компьютеров, так и одновременно на обоих (параллельно). При параллельной работе производительность каждого компьютера уменьшается на 30% по сравнению с одиночным режимом.

Рендеринг ролика начали параллельно, но через 8 часов один из компьютеров забрали для других задач. До завершения рендеринга другой компьютер проработал ещё 12 часов. Если бы весь процесс шёл параллельно до конца, то было бы потрачено 16 часов. За какое время рендеринг ролика проходил бы на каждом из компьютеров в одиночном режиме?

### Задача VI.1.3.2. (20 баллов)

Темы: графы, комбинаторика.

Сеть оросительных каналов берёт начало от полноводной реки и заканчивается большим водоёмом для стока лишней воды во время паводка. Кроме каналов в сети есть 7 шлюзов, направляющих воду в тот или иной канал, связанный с данным шлюзом. Если считать нулевым шлюзом реку, а восьмым шлюзом — водоём, то справедливо следующее утверждение: вода может течь от шлюза  $i$  к шлюзу  $j$ , если и только если  $0 < j - i \leq 4$ . Сколько путей для воды проходит через шлюз 5?

### Задача VI.1.3.3. (20 баллов)

Темы: теория вероятностей, теорема умножения.

Два игрока поочередно бросают игральный кубик. Тот, у которого первым выпадает число очков кратное трем, делает два независимых выстрела по мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле для игрока, бросившего кубик первым, равна 0,4, а для второго игрока — 0,8. Выигрывает тот, кто попадет в мишень хотя бы один раз. Если стреляющий промахивается оба раза, то игра заканчивается без победителей. У какого из игроков шанс выиграть выше (вероятность победы больше)?

### Задача VI.1.3.4. (20 баллов)

Темы: планиметрия, геометрическая вероятность.

В окружность радиуса  $R$  вписан треугольник, основанием которого является диаметр окружности, а одна из его боковых сторон равна 20. Высота, проведенная к основанию, равна 16 и разбивает треугольник на 2 прямоугольных треугольника, в меньший из которых вписана окружность радиуса  $r$ . В круг радиуса  $R$  случайным образом бросают точку. Найдите вероятность того, что она попадет в круг меньшего радиуса  $r$ .

---

**Задача VI.1.3.5. (25 баллов)**

*Темы: теория чисел, основная теорема арифметики, остатки.*

Начиная с числа  $x$  берётся несколько последовательных чисел, дающих остаток 2 при делении на 3 (каждое следующее число отличается от предыдущего на 3). При каком наименьшем  $x$  сумма этих чисел может равняться 2023?