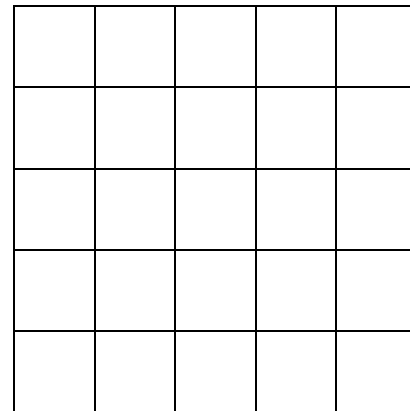


10 класс

1. На каждой странице книги написан её номер. Нумерация страниц начинается с единицы. Вася вырвал из книги все чётные по счёту листы (на каждом листе книги по две страницы). Номера оставшихся в книге страниц все вместе содержат ровно 845 цифр. Сколько страниц могло быть в книге изначально? Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет. (20 баллов)

2. На бумаге отметили 25 точек – центры клеток квадрата 5×5 . Точки покрашены в несколько цветов. Известно, что ни на одной прямой (вертикальной, горизонтальной, или идущей под любым наклоном) нет трёх точек одинакового цвета. Какое наименьшее число цветов могло быть использовано? (20 баллов)



3. Назовём натуральное число *особенным*, если в нём можно поменять одну цифру на другую так, чтобы в полученном числе все цифры были различными. Числа, в которых все цифры различны, тоже считаются особенными. Сколько существует особенных десятизначных чисел? (20 баллов)

4. Найдите все решения системы уравнений

$$\begin{cases} a^2 = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}, \\ b^2 = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}, \\ c^2 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d}, \\ d^2 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}. \end{cases} \quad (20 \text{ баллов})$$

5. Существует ли выпуклый многоугольник, не имеющий центра симметрии, который можно разрезать на два выпуклых многоугольника, каждый из которых имеет центр симметрии? (20 баллов)