

Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (20 баллов) Можно ли в клетках квадрата 6×6 расставить числа от 1 до 36 (каждое по одному разу) так, чтобы 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали в некотором порядке являлись 12 последовательными числами?

Задание 2. (20 баллов) Вася расставил в ряд 2023 действительных числа $a_1, a_2, \dots, a_{2023}$ (именно в таком порядке). Оказалось, что $a_{2023}^2 \leq 2a_1 - 1$.

Докажите, что существует номер i такой, что $1 \leq i \leq 2022$ и $a_i^2 \geq 2a_{i+1} - 1$.

Задание 3. (20 баллов) Вписанная окружность треугольника ABC касается сторон BC, AC, AB соответственно в точках D, E, F . Точки M и N симметричны вершине A относительно прямых DE и DF соответственно. Докажите, что $MENF$ – параллелограмм.

Задание 4. (20 баллов) Фигура *вампир* бьёт все клетки, находящиеся от неё через клетку по диагонали слева-сверху, справа-сверху, слева-снизу или справа-снизу, а также бьёт клетку, на которой стоит (см. рисунок). Какое наименьшее количество вампиров необходимо поставить на клетчатую доску 8×8 , чтобы эти фигуры били все клетки доски?

x				x
		В		
x				x

Задание 5. (20 баллов) Антону очень нравятся нечётные цифры, поэтому все числа, состоящие из нечётного количества цифр, и не содержащие в своей записи чётных цифр, он называет *приятными*. Остальные числа Антон приятными не считает. Докажите, что существует бесконечно много пар приятных чисел a и b , состоящих из одинакового количества цифр, произведение которых является приятным числом.