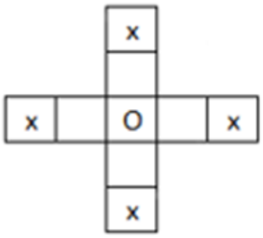
Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (20 баллов) Можно ли в клетках квадрата 6×6 расставить числа от 1 до 36 (каждое по одному разу) так, чтобы 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали в некотором порядке являлись 12 последовательными числами?

Задание 2. (20 баллов) Положительные числа a, b, c таковы, что $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$. Докажите, что $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$.

Задание 3. (20 баллов) Натуральные числа от 1 до 8 расставили по кругу так, что каждое число делится на разность своих соседей. Известно, что числа 2 и 5 стоят рядом. Докажите, что числа 4 и 6 стоят рядом.

Задание 4. (20 баллов) Фигура *оборотень* бьёт все клетки, находящиеся от неё через клетку слева, справа, сверху или снизу, а также бьёт клетку, на которой стоит (см. рисунок). Какое наименьшее количество оборотней необходимо поставить на клетчатую доску 8×8, чтобы эти фигуры били все клетки доски?



Задание 5. (20 баллов) Вписанная окружность треугольника ABC с центром в точке I касается сторон BC, AC, AB соответственно в точках D, E, F. Точки M и N симметричны вершине A относительно прямых DE и DF соответственно. Окружности, построенные на отрезках IE и IF как на диаметрах, вторично пересекаются в точке K. Докажите, что K лежит на прямой MN.