

Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

**Задание 1.** (20 баллов)

Одновременно навстречу друг другу вышли Илья Муромец из Мурома и Настасья Микулишна из Киева. Они встретились через несколько часов. Сразу после этого Илья Муромец сел на камень и затужил на 6 часов, а Настасья Микулишна пошла дальше. Илья Муромец, опомнившись, пошёл дальше в Киев, причём ему оставалось пройти такое же расстояние, как и Настасье до Мурома. Уже через час Илья оказался на месте, а Настасья ещё не дошла. Сколько времени осталось идти Настасье Микулишне до Мурома?

**Задание 2.** (20 баллов)

Последовательность положительных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2023}$  удовлетворяет равенству

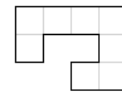
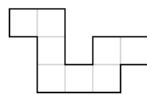
$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} + \dots + \sqrt{a_n} = \sqrt{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n}$$

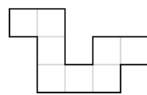
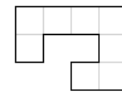
при всех натуральных  $n \leq 2023$ . Найдите отношение  $\frac{a_{2023}}{a_1}$ .

**Задание 3.** (20 баллов)

У бизнесмена Васи Пупкина на карте лежит четырёхзначная сумма рублей. Он пошёл в киоск за шаурмой и после покупки на его карте осталось четырёхзначное число рублей, в котором первые три цифры совпадают. Однако одной шаурмой он не наелся, поэтому пошёл за второй, и после покупки на его карте осталось четырёхзначное число рублей, в котором последние три цифры совпадают. Сколько денег было на карте у Васи Пупкина изначально, если известно, что каждая шаурма обошлась ему в 229 рублей, а между покупками Вася не пополнял деньги на карте и не расплачивался в других местах? Приведите все возможные варианты и докажите, что других нет.

**Задание 4.** (20 баллов)



Клетчатая фигура *червяк* – это , а клетчатая фигура *червяшка* – это . Существует ли клетчатый квадрат, который можно разрезать на части без остатка так, что каждая из частей – это червяк или червяшка? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

**Задание 5.** (20 баллов)

В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Точка  $I$  – центр вписанной окружности  $\omega$  треугольника  $ABC$ , касающейся стороны  $BC$  в точке  $H$ . Отрезок  $A_1B_1$  касается окружности  $\omega$ . Прямая  $HI$  пересекает прямую  $AC$  в точке  $K$ . Найдите длину отрезка  $CK$ , если периметр треугольника  $ABC$  равен 22.