

Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (20 баллов) В остроугольном треугольнике ABC отметили точку M – середину стороны BC , и точку H пересечения высот. Оказалось, что четырёхугольник $AHMB$ – вписанный. В каком отношении высота AH делит сторону BC ?

Задание 2. (20 баллов) В шахматном турнире, состоящем из нескольких туров, приняли участие 8 шахматистов. Перед каждым туром всех игроков случайным образом делят на 4 пары, определяя тем самым каждому из шахматистов его противника в этом туре. При этом шахматисты, уже сыгравшие друг с другом ранее, обязательно распределяются в разные пары. Может ли случиться так, что после проведённых 5 туров будет невозможным провести шестой?

Задание 3. (20 баллов) Андрей выставил на пустую шахматную доску 8×8 ферзя и сделал им последовательно несколько ходов (по шахматным правилам), закрашивая в красный цвет те клетки, через которые прошёл ферзь (включая конечную и начальную). Для каждого хода Андрей вычислили расстояние между центрами начального и конечного положения ферзя и оказалось, что все эти расстояния различны. Какое наибольшее количество красных клеток может быть сейчас на доске?

Задание 4. (20 баллов) Положительные числа a, b, c, d составляют в указанном порядке возрастающую арифметическую прогрессию, причём $a^2 + d^2 = b^3 + c^3$. Докажите, что $d < 3$.

Задание 5. (20 баллов) Император планеты Кибертрон приказал создать календарь наподобие земного, то есть разбить год на месяцы так, чтобы один месяц содержал 28 дней, а все остальные – либо 30, либо 31. Кроме того, он пожелал, чтобы среди любых трёх последовательных месяцев был хотя бы один 31-дневный: «лишние» 31-е дни император планировал сделать всепланетными праздниками, а праздников хотелось побольше. Однако Мудрейший математик Кибертрона установил, что приказ Императора выполнить невозможно. Каким наибольшим числом может быть количество дней в году на планете Кибертрон, если известно, что это число – целое?