

Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (25 баллов) Черная дыра в газовом облаке

Черная дыра массы $M = 2 \cdot 10^{31}$ кг, которую можно рассматривать как точечный источник гравитационного поля, движется через однородное облако молекулярного водорода с постоянной скоростью, равной 20 км/с. Какую массу вещества сможет поглотить эта черная дыра на пути длиной в один световой год (расстояние, которое свет проходит за год), если она захватывает молекулы водорода, приближающиеся на расстояния менее 300 км? Потенциальную энергию молекулы водорода массы m в гравитационном поле «дыры» рассчитывать по формуле $E_{\text{пот}} = -G \cdot M \cdot m / R$, где R – расстояние до её центра, $G = 6.67430 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$ – гравитационная постоянная. Скорость света принять равной $3 \cdot 10^8$ м/с. Концентрация молекул водорода в облаке равна 10^4 частиц/см³. Изменением гравитационного поля, связанным с увеличением массы черной дыры, пренебречь.

Задание 2. (25 баллов) Яркость Венеры

Принять, что Земля и Венера вращаются вокруг Солнца по круговым орбитам с радиусами $R_3 = 147 \cdot 10^6$ км, $R_B = 108 \cdot 10^6$ км. Считать, что яркость Венеры пропорциональна освещенной площади её диска, видимого с Земли. Построить график зависимости яркости Венеры от её расстояния до Земли, позволяющий определить положение максимума яркости. Оценить положение этого максимума с точностью, не худшей, чем 0.1 астрономической единицы ($0.1 \cdot R_3$). Считать, что освещенная часть поверхности Венеры, как и часть поверхности, видимая с Земли, представляют собой полусферы, ограниченные плоскими сечениями α и β , проходящими через центр Венеры. Освещенную площадь диска Венеры, видимого с Земли, рассчитывать по формуле $S = \pi \cdot r^2 \cdot (1 - \cos(\varphi)) / 2$, где φ – угол между сечениями α и β , r – радиус видимого диска.

Задание 3. (25 баллов) Неисправное устройство связи

Туристическая группа попала в нештатную ситуацию, для выхода из которой потребовалась срочно связаться с органами МЧС. Штатное устройство связи средневолнового (160м) диапазона вышло из строя. Радиоловитель, входивший в состав группы, определил неисправность – вышел из строя конденсатор переменной емкости с диапазоном регулировки 0.2-2 нФ. С собой такой запчастей не оказалось. В рюкзаках туристической группы ему удалось найти рулон фольги для запекания, широкий скотч, рулон стрейч-пленки, линейку, нож, ножницы, плоскогубцы, отвертку, синюю изоленту и несколько кусков проводов. Предложите туристу-радиоловителю конструкцию конденсатора переменной емкости, изготовленную с применением перечисленных выше материалов и инструментов. Оцените электрические параметры получившегося изделия, учитывая электрическую постоянную ($8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$), относительные диэлектрические проницаемости воздуха (~ 1.00) и полиэтилена (2.25), другие данные для расчётов можно взять из общих соображений.

Задание 4. (25 баллов) Световая волна на плоской границе

Космическая вспышка порождает световую волну, фронт которой имеет форму сферы и распространяется во все стороны со скоростью света c . Эта волна пересекает плоскую границу пылевого облака, при этом линия пересечения границы облака сферическим фронтом волны представляет собой кольцо радиуса r . С какой скоростью будет увеличиваться значение r в момент, когда r станет равным 0.1 от радиуса сферического фронта волны?