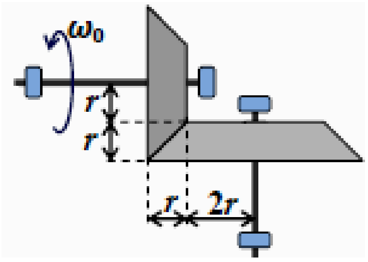
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2024 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР
БИЛЕТ № 01 (11 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

Задание 1:

Вопрос: По горизонтальной поверхности скользит тонкий однородный стержень длины L с массой m. В некоторый момент времени мгновенная ось вращения этого стержня пересекает его в точке расстоянии $L/3$ от одного из его концов. Коэффициент трения между стержнем и поверхностью равен μ = 0,36. Найдите величину момента сил трения, действующих на стержень со стороны поверхности в этот момент времени. Ускорение свободного падения равно g.



Задача: Для поворота оси вращения можно использовать *фрикционную передачу* (за счет трения). В конструкции, показанной на рисунке, два валика с шероховатой боковой поверхностью, имеющие форму усеченных конусов, равномерно прижаты друг к другу по линии соприкосновения. Оси вращения валиков взаимно-перпендикулярны и зафиксированы в этом положению с помощью шарикоподшипников. Конус с меньшим радиусом основания $2r$ вращают равномерно с помощью внешнего привода с угловой скоростью ω_0, конус с большим радиусом основания $3r$ не нагружен и в установившемся режиме вращается с некоторой постоянной угловой скоростью. Найдите эту угловую скорость.

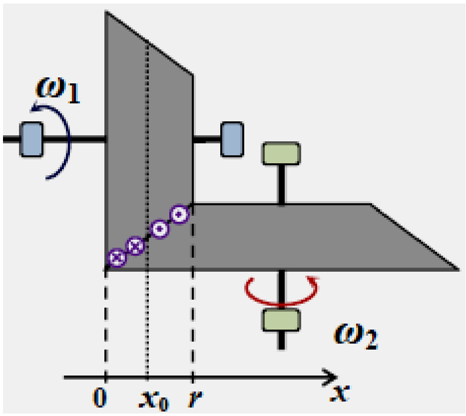
Ответ на вопрос: Разделим мысленно стержень на две части, лежащие по разные стороны от мгновенной оси вращения. Так как на горизонтальной поверхности стержень прижат к ней равномерно, то на каждую часть действует часть полной силы трения скольжения, соответствующая доле поверхности площади опоры этой части. Значит, величины сил трения скольжения для этих частей стержня равны $2\cdot\mu mg/3$ и $\mu mg/3$. Точками приложения этих сил являются середины частей стержня, так что их плечи по отношению к мгновенной оси равны $L/3$ и $L/6$ соответственно. Обе эти силы тормозят вращение стержня, и суммарный момент сил равен

$$\mathrm{M} = \frac{2\mu mg}{3}\frac{L}{3} + \frac{\mu mg}{3}\frac{L}{6} = \frac{5}{18}\mu mgL = \frac{mgL}{10}.$$

Критерии проверки:

Используется идея разбиения стержня на две части, лежащие по разные стороны от оси вращения	**1**
Правильно указаны величины сил трения, действующих на каждую часть стержня	**2+2=4**
Правильно указаны плечи этих сил	**1+1=2**
Дан правильный ответ	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Так как «нижний» валик вращается в установившемся режиме с постоянной угловой скоростью, то сумма приложенных к нему моментов сил (а это моменты сил трения, действующих со стороны ведущего «верхнего» валика) равна нулю. Суммарный момент этих сил



обнуляется из-за изменения радиусов поверхностей. Если ввести координату x сечений валиков, то можно заметить, что с ростом x радиус вращения точки поверхности «верхнего» валика убывает по закону $r_1(x) = r\left(2 - \frac{x}{r}\right)$, а «нижнего» – по закону $r_2(x) = r\left(3 - \frac{x}{r}\right)$. Поэтому у разных концов валиков соотношение линейных скоростей их поверхностей различно, то есть вращение валиков происходит с проскальзыванием. Различно и направление проскальзывания, а значит, различно направление сил трения! Поскольку на каждый интервал линии соприкосновения с проекцией dx действует одинаковая по величине сила прижатия, которая составляет от полной силы F долю, пропорциональную dx, то величины сил трения скольжения, действующих на участки с разным направлением проскальзывания, равны $F_{-} = \mu F\frac{x_0}{r}$ и

$F_{+}= \mu F \dfrac{r - x_0}{r}$ (где x_0 – координата сечения, в котором качение валиков друг по другу происходит без проскальзывания). Точка приложения каждой из этих сил соответствует середине соответствующего участка соприкосновения, так что плечи этих сил $r_{-}= \dfrac{1}{2}(3r + 3r - x_0) = 3r - \dfrac{x_0}{2}$ и $r_{+}= \dfrac{1}{2}(2r + 3r - x_0) = \dfrac{5}{2}r - \dfrac{x_0}{2}$ соответственно. Значит, уравнение равновесия моментов сил имеет вид

$$\mu F \frac{x_0}{r}\left(3r - \frac{x_0}{2}\right) = \mu F \frac{r - x_0}{r}\left(\frac{5}{2}r - \frac{x_0}{2}\right).$$

Сокращая общие множители, приходим к уравнению относительно величины $z = \dfrac{x_0}{r}$: $z^2 - 6z + \dfrac{5}{2} = 0 \Rightarrow z = 3 - \sqrt{\dfrac{13}{2}}$ (мы выбрали корень меньше 3). Радиусы валиков в этом сечении $r_1(x_0) = r\left(\sqrt{\dfrac{13}{2}} - 1\right)$ и $r_2(x_0) = r\sqrt{\dfrac{13}{2}}$, а условие отсутствия проскальзывания позволяет найти отношение угловых скоростей: $r_1(x_0)\cdot\omega_1 = r_2(x_0)\cdot\omega_2 \Rightarrow \dfrac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \sqrt{\dfrac{2}{13}} \approx 0{,}608$. Итак,

$$\omega_2 = \left(1 - \sqrt{\frac{2}{13}}\right)\cdot\omega_0 \approx 0{,}608\cdot\omega_0 .$$

***Критерии проверки*:**

Указано (используется в решении), что нижний валик вращается под действием сил трения	**1**
Указано (используется в решении), что суммарный момент сил трения, действующих на ведомый «нижний» валик, равен нулю	**3**
Записаны правильные выражения для радиусов вращения соприкасающихся точек поверхностей валиков (аналогичные $r_1(x)$ и $r_2(x)$)	**1+1=2**
Найдены величины сил трения, действующих на участки с разным направлением проскальзывания	**1+1=2**
Найдены плечи сил трения, действующих на участки с разным направлением проскальзывания	**1+1=2**
Получено правильное уравнение для координаты сечения валиков, в котором происходит качение без прорскальзывания	**2**
Получена правильная формула для ответа	**3**
ВСЕГО	**15**

Задание 2:

Вопрос: Чему равна теплоемкость одного моля одноатомного идеального газа в процессе, в котором давление изменяется прямо пропорционально объему? Ответ обосновать.

Задача: Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела состоит из трех процессов, в одном из которых молярная теплоемкость газа равна $c_1 = 2\cdot R$ (где R – универсальная газовая постоянная), во втором $c_2 = 3\cdot R/2$, а в третьем $c_3 = 0$. Известно, что модуль работы газа в третьем процессе составляет 24% от работы газа в процессе 1. Определите КПД цикла.

Ответ на вопрос: Для такого процесса зависимость давления от объема $p(V) = k\cdot V$. Поэтому работа при расширении газа от объема V_1 до V_2 вычисляется как площадь трапеции: $A = \dfrac{kV_1 + kV_2}{2}(V_2 - V_1) = \dfrac{k}{2}(V_2^2 - V_1^2)$. С учетом уравнения Менделеева-Клапейрона температура газа

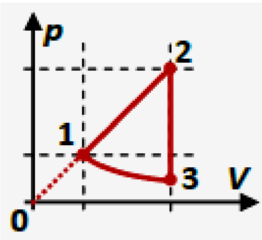
$T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{k}{\nu R} V^2$, так что $A = \frac{\nu R}{2}(T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{2}\Delta T$. Так как изменение внутренней энергии газа $\Delta U = \frac{3\nu R}{2}\Delta T$, то, с учетом I Начала термодинамики $Q = A + \Delta U$, находим:

$$Q = \frac{\nu R}{2}\Delta T + \frac{3\nu R}{2}\Delta T = 2\nu R\Delta T \Rightarrow c_\mu = \frac{Q}{\nu \Delta T} = 2R.$$

Критерии проверки:

Записана в аналитической форме зависимость давления от объема	**2**
Правильно записана формула I Начала термодинамики (ΔQ через ΔV и Δp или эквивалентное соотношение)	**3**
Получена правильная связь ΔQ с ΔT для произвольной точки процесса	**3**
Дан правильный ответ	**2**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Из ответа на вопрос понятно, что первый процесс – процесс с изменением давления пропорционально объему. Ясно также, что второй процесс – изохорный (работа в нем не совершается), а третий – адиабатический. Поскольку модуль работы газа в адиабатическом процессе меньше работы в процессе с линейной зависимостью давления от объема, а модуль изменения объема в этих процессах одинаков, то график первого процесса на pV-диаграмме лежит выше графика третьего, и диаграмма цикла имеет вид, показанный на рисунке.



Таким образом, полная работа в цикле $A = A_1 + A_2 = A_1 - |A_2| = 0{,}76 \cdot A_1$. Газ получает тепло от нагревателя только в первом процессе $p = k \cdot V$, в котором работа газа $A_1 = k\frac{V_1 + V_2}{2}(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}k\Delta(V^2)$ и $\Delta U_1 = \frac{3}{2}\Delta(pV) = \frac{3}{2}k\Delta(V^2) = 3A_1$, то есть $Q_H = 4A_1$. В итоге получаем, что $\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{0{,}76}{4} = 19\,\%$.

Ответ: $\eta = 19\,\%$.

Критерии проверки:

Указано, что процесс 2 – изохора, а процесс 3 – адиабата	**1+1=2**
Установлено, что 1 – процесс с линейной зависимостью давления от объема	**2**
Указано, что график первого процесса на pV-диаграмме лежит выше графика третьего (или иным способом указано, что $A_1 > 0$, а $A_2 < 0$)	**2**
Правильно найдены ЛЮБЫЕ ДВЕ из ТРЕХ величин: A, Q_H или Q_X	**3+3=6**
Используется правильная формула для КПД (через найденные величины)	**1**
Получен правильный численный ответ	**2**
ВСЕГО	**15**

Задание 3:

Вопрос: Небольшой шайбе с массой m и зарядом q>0, находящейся на шероховатой непроводящей наклонной плоскости, сообщена скорость v_0. В области расположения плоскости создано однородное постоянное магнитное поле с индукцией B. После скольжения без отрыва по плоскости шайба остановилась в точке, находящейся ниже стартовой точки по высоте на расстояние Δh. Найдите работы двух действующих на шайбу сил – силы трения и силы Лоренца на всем пути шайбы от старта до остановки. Поляризацией и намагничиванием поверхности можно пренебречь.

Задача: Плоскость из вопроса составляет угол α = arcsin(0,6) ≈ 36,87° с горизонтом. Известно, что вектор индукции магнитного поля перпендикулярен плоскости, а коэффициент трения шайбы о плоскость μ = 0,75. Дополнительно к магнитному полю в области расположения плоскости создали однородное постоянное электрическое поле, направленное горизонтально и параллельно плоскости.

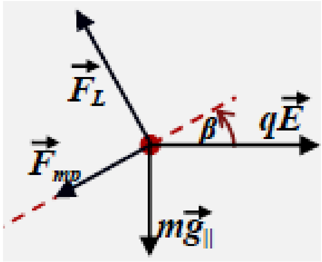
Оказалось, что при старте под углом β_1 = α к вектору напряженности электрического поля (см. рисунок) со скоростью v_1 = 2 м/с шайба движется равномерно и прямолинейно. При небольшом изменении величины напряженности электрического поля направление, вдоль которого возможно равномерное движение шайбы, изменилось – теперь скорость должна быть направлена под углом $\beta_2 = 90° - \alpha$ к вектору $\vec{E}$. С какой скоростью v_2 должна двигаться шайба в этом случае?

Ответ на вопрос: Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости шайбы, и ее работа равна нулю. Работа силы трения отрицательна, и она равна изменению механической энергии шайбы, то есть $A_{тр} = E_{кон} - E_{нач} = -\frac{mv_0^2}{2} - mg\Delta h$.

Критерии проверки:

Указано, что сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости (малому перемещению)	**1**
Указано, что работа силы Лоренца равна нулю	**3**
Правильно используется закон изменения механической энергии шайбы	**3**
Дан правильный ответ	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: При движении с постоянной скоростью сумма приложенных к шайбе сил равняется нулю. Рассмотрим силы, параллельные плоскости. Это параллельная плоскости составляющая силы тяжести, направленная по «линии падения воды», горизонтальная сила со стороны электрического поля, сила трения скольжения, направленная против скорости и сила Лоренца, перпендикулярная ей. Условие равновесия сил в проекции на направление движения шайбы дает:



$$qE \cdot \cos(\beta) = mg \cdot \sin(\alpha)\sin(\beta) + \mu mg \cdot \cos(\alpha),$$

а в проекции на направление, перпендикулярное скорости,

$$qvB = mg \cdot \sin(\alpha)\cos(\beta) + qE \cdot \sin(\beta).$$

подставляя qE из первого уравнения во второе, находим, что

$$v = \frac{mg}{qB \cdot \cos(\beta)} \cdot [\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha)\sin(\beta)] = \frac{3mg}{5qB}\frac{1+\sin(\beta)}{\cos(\beta)}.$$

В последнем выражении учтены заданные значения α и μ. Таким образом, с учетом значений β:

$$\left\{\begin{aligned} v_1 &= \frac{3mg}{5qB}\frac{1+\sin(\beta_1)}{\cos(\beta_1)} = \frac{6mg}{5qB} \\ v_2 &= \frac{3mg}{5qB}\frac{1+\sin(\beta_2)}{\cos(\beta_2)} = \frac{9mg}{5qB} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{2}v_1 = 3\,\text{м/с}.$$

Ответ: $v_2 = v_1 \frac{1+\sin(\beta_2)}{\cos(\beta_2)} \frac{\cos(\beta_1)}{1+\sin(\beta_1)} = \frac{3}{2}v_1 = 3$ м/с.

Критерии проверки:

Правильно указаны все силы, действующие на шайбу	**4×1=4**
При движении с постоянной скоростью записано условие равенства нулю суммы проекций сил на плоскость	**2**
Величина qE выражена через mg, μ, α и β	**3**
Получено выражение для скорости равномерного движения через параметры системы	**2**
Записано уравнение, связывающее скорости двух разных равномерных движений	**2**
Получен правильный ответ	**2**
ВСЕГО	**15**

Задание 4:

Вопрос: Изображение маленького пламени свечи, расположенного на главной оптической оси тонкой линзы и перпендикулярного этой оси, наблюдается на экране с увеличением 3. При этом экран расположен на расстоянии 80 см от плоскости линзы. Чему равна оптическая сила линзы?

Задача: Легкая бусинка надета на гладкую натянутую по прямой под углом 60° к горизонту струну. Бусинку отпускают без начальной скорости из точки, расположенной на высоте h = 80 см над горизонтальной главной оптической осью (ГОО) тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F = 55 см. Струна пересекает ГОО на расстоянии a = 30 см от плоскости линзы. С какой скоростью пересекает ГОО изображение бусинки? Ускорение свободного падения g ≈ 10 м/с^2.

Ответ на вопрос: поскольку изображение пламени наблюдается на экране, то это изображение действительное, а линза – собирающая. Из формулы тонкой линзы $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=D$ можно выразить расстояние от пламени до линзы через оптическую силу линзы и расстояние от линзы до экрана: $a=\frac{b}{Db-1}$. Модуль поперечного увеличения тонкой линзы равен отношению модулей расстояний от линзы до изображения и до источника, то есть $|\Gamma_\perp|=\left|\frac{b}{a}\right|=|Db-1|$. Для действительных изображений $b>F\Rightarrow Db>1$, и поэтому $D=\frac{1+|\Gamma_\perp|}{b}=+5$.

Критерии проверки:

Указано (используется в решении), что изображение действительное	**1**
Указано (используется в решении), что линза собирающая	**2**
Записана формула для модуля поперечного увеличения через любую пару из трех величин a, b. F (или D)	**2**
Получено любое правильное уравнение, связывающее D с $\|\Gamma_\perp\|$ и b	**3**
Получен правильный ответ	**2**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Модуль поперечного увеличения равен $|\Gamma_\perp|=\left|\frac{b}{a}\right|$, и с учетом формулы линзы $b=\frac{aF}{a-F}\Rightarrow|\Gamma_\perp|=\frac{|F|}{|F-a|}$. При продольном расположении можно получить выражение для увеличения маленького предмета из той же формулы линзы:

$$\tilde{a}=a-l\Rightarrow l'=\tilde{b}-b=\frac{(a-l)F}{a-l-F}-\frac{aF}{a-F}=\frac{F^2}{(a-l-F)(a-F)}l\approx\left(\frac{F}{a-F}\right)^2 l.$$

Следовательно, продольное увеличенного малого предмета (не «задевающего» переднюю фокальную плоскость собирающей линзы), равно квадрату его поперечного увеличения: $\Gamma_{||}=\left(\frac{F}{a-F}\right)^2=\Gamma_\perp^2$. Эти формулы можно применить к бесконечно малым смещениям предмета и изображения, и тогда мы находим, что поперечная компонента скорости изображения $v_\perp=|\Gamma_\perp|u\cdot\sin(\alpha)$, а ее продольная компонента $v_{||}=\Gamma_\perp^2 u\cdot\cos(\alpha)$. Значит,

$$v=|\Gamma_\perp|\cdot u\sqrt{\sin^2(\alpha)+\Gamma_\perp^2\cdot\cos^2(\alpha)}.$$

С другой стороны, по закону сохранения энергии, бусинка пересекает ГОО линзы со скоростью $u=\sqrt{2gh}$, и в результате

$$v=\frac{F}{F-a}\sqrt{2gh\left[\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)\left(\frac{F}{F-a}\right)^2\right]}=\frac{F}{F-a}\sqrt{\frac{gh}{2}\left[3+\left(\frac{F}{F-a}\right)^2\right]}=12{,}32\text{ м/с}.$$

Критерии проверки:

Используется формула для поперечного увеличения тонкой линзы	**2**
Доказано, что продольное увеличение для малого предмета равно квадрату поперечного	**3**
Формулы для увеличения компонент применяются к скорости изображения бусинки	**1+2=3**
Найдена скорость бусинки при пересечении ГОО	**2**
Получена формула, эквивалентная $v=\|\Gamma_\perp\|\cdot\sqrt{2gh[\sin^2(\alpha)+\Gamma_\perp^2\cdot\cos^2(\alpha)]}$	**3**
Получен правильный ответ	**2**
ВСЕГО	**15**