

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
Российская академия народного хозяйства и
государственной службы при Президенте Российской
Федерации**

**Олимпиада школьников РАНХиГС
Профиль «Экономика»**

**2022 – 2023 учебный год
8 – 9 класс**

Задача 1. Максимум 15 баллов

Фирма, выпускающая учебное пособие по подготовке к экзаменам, несет средние издержки в расчете на одно пособие в размере $100 + \frac{100000}{Q}$, где Q – количество учебных пособий, выпускаемых за год. Каков должен быть годовой объем выпуска учебного пособия, соответствующий точке безубыточности, если планируемая цена пособия 300 денежных единиц?

Решение

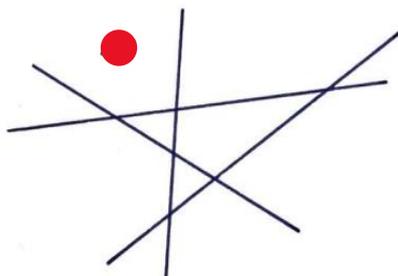
В точке безубыточности $P=ATC=MC$
Составим уравнение $100 + 100000/Q = 300$
 $100Q + 100000 = 300Q$
 $100000 = 200Q$
 $Q = 100000/200 = 500$

Критерий оценки

1. Обосновано получен верный ответ: 15 баллов
2. Имеется верная цепочка рассуждений и получен верный ответ, однако, нет формул и объяснений ($P=ATC=MC$, что такое P , ATC , MC , Q не равно 0, что такое точка безубыточности): 7 баллов
3. Написаны все необходимые формулы, даны объяснения всех значений, есть определенный ход решения, но получен неверный ответ 1 балл
4. Нет формул, нет определенного хода решения 0 баллов

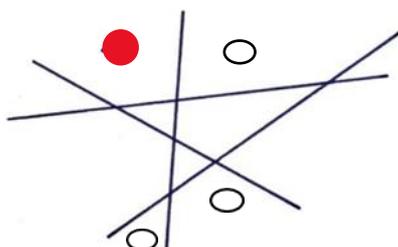
Задача 2. Максимум 15 баллов

На схеме города приведены дороги и единственный пункт обмена валюты, который может обменивать различные валюты. Каждая дорога разделяет город на 2 части (так же как прямая разделяет плоскость).



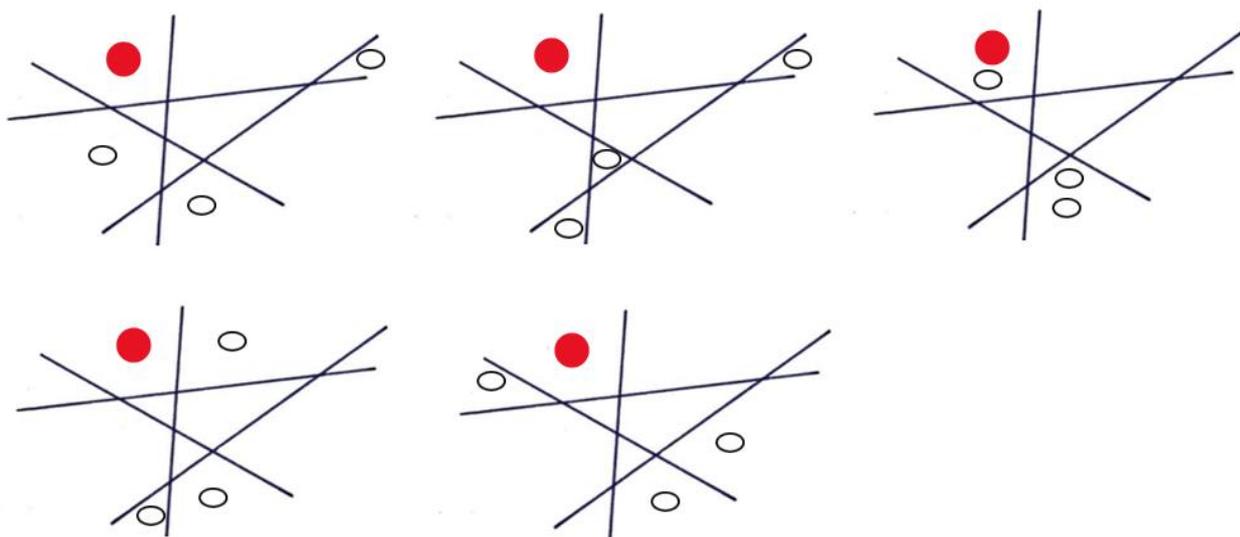
Банк планирует открыть в этом городе ещё три дополнительных обменных пункта. На каждой части города должны быть ровно 2 пункта обмена. Таким образом на нашей карте должно появиться ещё 3 круга (смотри пример).

Пример:



Приведите ещё несколько вариантов такой схемы. От 1 до 4-х вариантов.

Решение



Критерии

Один из возможных вариантов схем приведен на рис. 1.

- Приведен один вариант такой схемы: 3 балла
- Каждый следующий пример - +4 балла.
- Если приведено 4 различных схемы, общий балл $=4*3 + 3 = 15$

Задача 3. Максимум 20 баллов

Волшебник открыл секрет мудрости. Для тех, кто хотел бы узнать, где именно спрятан секрет, в своей волшебной книге он оставил подсказку:

$$5 \cdot \text{БАНК} = 6 \cdot \text{САД}$$

Каждая буква в этой подсказке означает некоторую цифру. Найдите эти цифры и подставьте их в GPS координаты:

$$(\text{С} \cdot 6 + 1) \cdot (\text{Б} \cdot 6) \cdot (\text{Б} \cdot 6) \cdot \text{ДБ}(\text{К} : 2)(\text{Н} - 1)$$

$$(\text{К} : 2)(\text{Н} - 1) \cdot (\text{Д} - 1)(\text{Н} - 1)(\text{С} \cdot 9 + \text{Д})\text{А}(\text{К} : 2)$$

Где именно спрятан секрет, открытый волшебником?

Каждое выражение в скобках и буква являются числом. Между ними нет символов, кроме записанных в явном виде.

Формат записи координат - десятичная дробь с разделителем в виде точки.

Решение

Подсказка представляет собой уравнение. Запишем его и решим в целых числах.

$$5 \cdot \text{Б} \cdot 1000 + 5 \cdot \text{А} \cdot 100 + 5 \cdot \text{Н} \cdot 10 + 5 \cdot \text{К} = 6 \cdot \text{С} \cdot 100 + 6 \cdot \text{А} \cdot 10 + 6 \cdot \text{Д}$$

Используя правила умножения и признаки деления можно сказать, что Д либо 5 либо 0, но если бы Д было бы равно 0, то и К было бы равно нулю, что не соответствует условию задачи. Следовательно $\text{Д} = 5$. Находя последовательно каждое из неизвестных, получим следующее уравнение:

$$5 \cdot 1086 = 6 \cdot 905$$

Подставив в следующее GPS выражение получим координаты РАНХиГС

Критерии:

Обоснованно получены неизвестные — 10б,

За каждую найденную координату — 5б.

Задача 4. Максимум 20 баллов

Светлана уверена, что любой представитель кошачьих может быть интересен ей для двух целей – ловли мышей и проведения кототерапии. Исходя из этих соображений, Светлана приняла решение приобрести 2 котят, каждый из которых с равной вероятностью может оказаться либо самцом, либо самкой. Недельная кривая производственных возможностей самцов имеет вид $M=80-4K$, а самок $M=16-0,25K$, где M – количество пойманных мышей за неделю, а K – количество часов, посвященных кототерапии.

(а) Определите, чему равно максимальное количество мышей, которые могли бы поймать 2 котенка за неделю при оптимальной для этой цели комбинации самцов и самок.

(б) Определите, какое количество различных вариантов совместной кривой производственных возможностей есть у Светланы при приобретении 2 котят.

(в) Определите аналитический и графический вид совместной кривой производственных возможностей 2 котят для каждой из возможных комбинаций самцов и самок.

(г) По итогу продавец котят доставил заказ, состоящий из самца и самки, но вместе с тем заметил, что у самца есть брат близнец, которого Светлана может бесплатно получить в свои добрые руки. Определите аналитический и графический вид совместной кривой производственных возможностей, если Светлана согласится на предложение принять третьего котёнка.

Решение:

(а) Самцы ловят мышей лучше, чем самки. Два самца способ поймать за неделю $40 \cdot 2 = 80$ мышей.

Ответ: 160 (2 балла).

(б) Существует 3 варианта: самец и самка, два самца, две самки.

Ответ: 3 (2 балла).

(в) Два самца с индивидуальными КПВ: $M=80-4K$. Альтернативные издержки самцов постоянны и равны (могут производить кототерапии в любом порядке). Первый производит K_1 , а второй K_2 единиц кототерапии. $K_1 + K_2 = K$. Совместная КПВ:
 $M = 80 - 4K_1 + 80 - 4K_2$.

$$M = 80 - 4(K - K_2) + 80 - 4K_2 = 160 - 4K$$

Ответ: два самца $M = 160 - 4K, K \leq 40$ + график (2 балла).

Две самки с индивидуальными КПВ: $M = 16 - 0.25K$. Решение аналогично предыдущему пункту $M = 32 - 0.25K, K \leq 128$.

Ответ: две самки $M = 32 - 0.25K, K \leq 128$ + график (2 балла).

Самец $M_1 = 80 - 4K_1$ и самка $M_2 = 16 - 0.25K_2$. Альтернативные издержки самки меньше, поэтому в первую очередь кототерапию производит она.

$$K_1 = 0, K_2 = K, K \leq 64$$

$$K_1 = K - 64, K_2 = 64, 64 < K \leq 84$$

Совместную КПВ можно получить, подставив данные значения в функцию $M = M_1 + M_2 = 80 - 4K_1 + 16 - 0,25K_2$:

КПВ:

$$M = 96 - 0.25K, 0 < K \leq 64$$

$$M = 336 - 4K, 64 < K \leq 84$$

Ответ:

$$M = 96 - 0.25K, 0 < K \leq 64$$

$$M = 336 - 4K, 64 < K \leq 84 + \text{график (4 балла)}$$

(г) Задача сводится к поиску совместной КПВ для трех индивидуальных функций:

$M = 80 - 2K, M = 80 - 2K, M = 16 - 0.25K$. Очевидно, что задачу можно упростить, сложив совместную КПВ двух самцов из прошлого пункта $M = 160 - 4K$ с КПВ одной самки $M = 16 - 0.25K$.

Аналогично рассуждения из предыдущего пункта получаем, что:

$$K_1 = 0, K_2 = K, K \leq 64$$

$$K_1 = K - 64, K_2 = 64, 64 < K \leq 104$$

Подставляем данные значения K_1 и K_2 в $M = M_1 + M_2 = 160 - 4K_1 + 16 - 0.25K_2$.

Совместная КПВ двух самцов и самки:

$$M = 176 - 0.25K, 0 < K \leq 64$$

$$M = 416 - 4K, 64 < K \leq 104$$

Ответ:

$$M = 176 - 0.25K, 0 < K \leq 64 \text{ (4 балла)}$$

$$M = 416 - 4K, 64 < K \leq 104 + \text{график (4 балла)}$$

Арифметические ошибки, которые не привели к искажению смысла задачи — штраф 2 балла.

Ответы без решения не засчитываются.

Задача 5. Максимум 15 баллов

Сегодня многие коммерческие банки реализуют и активно продвигают кэшбэк-сервисы. Основная идея таких сервисов заключается в том, что при совершении покупок клиентам частично возвращаются средства в рублях или бонусных баллах на счет (кэшбэк). Часто при оплате покупок бонусными баллами, один балл равен по ценности одному рублю.

(а) Объясните, почему банкам может быть выгодно продвижение кэшбэк-сервисов.

(б) Как Вы считаете, какой кэшбэк предпочтительнее для покупателя: выплачиваемый в рублях или бонусных баллах? Объясните свою позицию.

Решение:

Привлечение новых клиентов (5 баллов); взаимовыгодное сотрудничество с коммерческими организациями (5 баллов); если другие банки реализует кэшбэк-сервисы, то игнорирование этого сегмента может негативно сказаться на заинтересованности клиентов в услугах банка (5 баллов).

За пункт (а) не более 10 баллов.

(б) При прочих равных условиях (1 рубль = 1 бонусный балл), выгоднее кэшбэк в рублях, так как он более ликвидный, чем кэшбэк в бонусных баллах (5 баллов).

Задача 6. Максимум 15 баллов

Подберите значения переменной x так, чтобы четыре выражения:
 $2x - 6$, $x^2 - 4x + 5$, $4x - 8$, $3x^2 - 12x + 11$

отличались бы одно от другого, следующего за ним по порядку, на одно и то же число. Найдите все возможные варианты целых значений переменной x при любом порядке выражений.

Решение:

Из свойств чисел, отличающихся от следующих в числовой последовательности на одно и то же число, составляем два уравнения:

$$x^2 - 4x + 5 - (2x - 6) = 4x - 8 - (x^2 - 4x + 5)$$

$$4x - 8 - (x^2 - 4x + 5) = 3x^2 - 12x + 11 - (4x - 8)$$

Из корней обоим уравнениям удовлетворяет только $x = 4$.

Критерии.

- приведено верное решение задачи и получен правильный ответ – 15 баллов (максимум),
- приведено верное решение задачи, но получен неправильный ответ или нет ответа – 8 баллов (округленная до целого половина максимума),
- ошибка в решении, но получен правильный ответ – 7 баллов (округленная до целого половина максимума без единицы),
- решение неверное или решение отсутствует, при этом получен правильный ответ – 1 балл (при любом стечении обстоятельств),
- решение неверное или решение отсутствует, при этом получен неправильный ответ, или нет ответа – 0 баллов.