

**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Юниор, математика, 9 класс, 6 апреля 2024**

Вариант 1

1 Петя написал на доске все двузначные натуральные числа и напротив каждого из чисел – квадрат произведения его цифр. Вася быстро сложил все числа, написанные на доске. Какой результат получил Вася?

2 Найти наибольшее нечетное число, не превосходящее 500, имеющее нечетное число делителей, включая 1 и самого числа.

3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность радиуса 4, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно.

Найти длину отрезка MN , если косинус угла при вершине A треугольника ABC равен $\frac{1}{8}$.

Вариант 2

1. Петя написал на доске все двузначные натуральные числа, в десятичной записи которых используются только четные цифры и ноль, а напротив каждого из этих чисел – квадрат произведения его цифр. Вася быстро сложил все числа, написанные на доске. Какой результат получил Вася?

Ответ:

2. Найти наименьшее нечетное число, превосходящее 750, имеющее нечетное число делителей, включая 1 и самого числа.

Ответ:

3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность радиуса 6, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно.

Найти длину отрезка MN , если косинус угла при вершине A треугольника ABC равен $\frac{1}{3}$.

Ответ:

Вариант 3

1. Петя написал на доске все двузначные натуральные числа, в десятичной записи которых используются только нечетные цифры и ноль, а напротив каждого из этих чисел – квадрат произведения его цифр. Вася быстро сложил все числа, написанные на доске. Какой результат получил Вася?

Ответ:

2. Найти наибольшее нечетное число, не превосходящее 1000, имеющее нечетное число делителей, включая 1 и самого числа.

Ответ:

3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность радиуса 5, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найти длину

отрезка MN , если косинус угла при вершине A треугольника ABC равен $\frac{1}{5}$.

Ответ:

Вариант 4

1. Петя написал на доске все трехзначные натуральные числа и напротив каждого из чисел – квадрат произведения его цифр. Вася быстро сложил все числа, написанные на доске. Какой результат получил Вася?

Ответ:

2. Найти наименьшее нечетное число, превосходящее 1250, имеющее нечетное число делителей, включая 1 и самого числа.

Ответ:

3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность радиуса 8, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найти длину отрезка MN , если косинус угла при вершине A треугольника ABC равен $\frac{1}{2}$.

Ответ:

1. А. Делим на 9

1.1 Условие

В МИФИ происходят перестановки в расписании, отчего у вас попросили узнать следующее:

Допустим, у вас есть массив a длины n . Он состоит из целых положительных чисел. Вам необходимо определить, возможно ли переставить его элементы таким образом, чтобы произведение любых двух соседних элементов делилось нацело на 9.

1.2 Входные данные

Первая строка ввода содержит одно целое число n ($1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$). Вторая строка содержит n целых положительных чисел a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^9$).

1.3 Вывод

Выведите Yes, если это возможно, и No в противном случае

1.4 Пример входных данных

Sample Input:

7

8 8 8 9 8 7 8

Sample Output:

No

Sample Input:

7

7 7 9 9 7 9 7

Sample Output:

Yes

2. В. Играем в игры

2.1 Условие

У мифиста есть n игр. В i -ой игре есть $a[i]$ число сессий, которые он должен в нее отыграть. Пусть дано целое число b , определяющее, сколько удовольствия он получит. Тогда за время прохождения всех сессий i -ой игры его удовольствие изменится следующим образом:

- 1) За время первой сессии он получит b единиц удовлетворения;
- 2) За вторую $b-1$;
- 3) За третью $b-2$ и так далее, пока все сессии не будут отыграны.

Соответственно, после отыгрывания очередной сессии удовольствие мифиста может начать уменьшаться. Также он обязан отыграть все $a[i]$ сессий.

Необходимо узнать, хватит ли сил мифисту, чтобы сдать сессию. Для этого обработайте q запросов вида: даны числа L и b . Найдите такое число R ($L \leq R$), что он отыграет все сессии в каждой игре от L до R включительно и получит наибольшее удовольствие. Обратите внимание, что ответ может быть очень большим, поэтому используйте подходящий целочисленный тип данных в вашем языке (`long long` в C++, `Long` в Java и тд).

2.2 Входные данные

Первая строка ввода содержит одно целое число n ($1 \leq n \leq 5000$).

Вторая строка содержит n целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^6$).

Третья строка содержит одно целое число q ($1 \leq q \leq 5000$).

Следующие q строк содержат по два целых числа L и b ($1 \leq L \leq n$, $1 \leq b \leq 10^6$) - описания каждого запроса.

2.3 Вывод

Выведите q целых чисел, по одному на каждой строке. i -я строка должна содержать лучшее значение R для i -ого запроса. Если существует несколько возможных ответов, выведите наименьший из них.

2.4 Пример входных данных

Sample Input:

```
8
1 3 8 1 1 6 3 3
4
1 1
1 2
1 3
4 1
```

Sample Output:

```
1
2
8
5
```

3. С. Обьедаемся пирожками

3.1 Условие

Сегодня у Владислава знаменательный день: он пишет финальный этап олимпиады "ЮНИОР". В силу этого ему нужно хорошо подкрепиться пирожками.

Так как в МИФИ за последнее время открылось очень много кафетериев, теперь можно приобрести целых n видов пирожков. Влад хочет ими пообедать, поэтому Вы хотите ему в этом помочь.

Влад очень не любит k чисел. Он хочет купить какой-то непустой набор пирожков так, чтобы число пирожков в нем не было его нелюбимым. Но также Влад любит разнообразие, поэтому он не хочет покупать более 1 пирожка каждого вида.

Помогите ему найти число различных наборов пирожков, удовлетворяющих описанным выше условиям.

Так как число способов может быть крайне большим, выведите ответ по модулю 1000000007.

Обратите внимание, что у Влада нелюбимых чисел не больше 20.

3.2 Входные данные

Первая строка ввода содержит два целых числа n ($1 \leq n \leq 10^9$) и k ($1 \leq k \leq \min(n, 20)$).

Вторая строка содержит k целых нелюбимых различных чисел a_1, a_2, \dots, a_k ($1 \leq a_i \leq \min(n, 2 \cdot 10^5)$), $a_i \neq a_j$ при $i \neq j$.

3.3 Вывод

Выведите число способов, которыми он может набрать себе пирожки на обед по модулю 1000000007.

3.4 Пример входных данных

Sample Input:

3 1

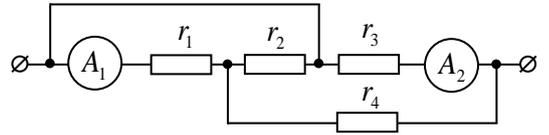
2

Sample Output:

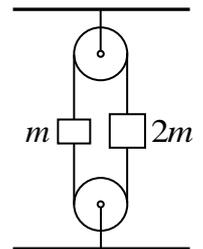
4

**Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор»,
 профиль «Инженерные науки»,
 Решения и критерии оценивания задач олимпиадной части финала конкурса
 2023-2024 учебного года, 9 класс
 Олимпиада по физике**

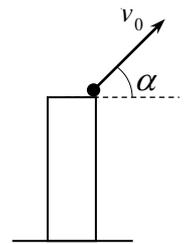
1. Электрическая цепь, схема которой дана на рисунке, содержит два идеальных амперметра и четыре одинаковых резистора $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$. Известно, что амперметр A_1 показывает силу тока $I_1 = 1$ А. Найти показания амперметра A_2 .



2. Механическая система состоит из двух тел массой m и $2m$, двух невесомых блоков, невесомых и нерастяжимых веревок (см. рисунок). Известно, что в положении, показанном на рисунке, обе нити натянуты, причем сила натяжения нижней нити равна T . Найти ускорения тел и силу натяжения верхней нити.



3. С верхушки очень высокой башни с одинаковой начальной скоростью v_0 , под одинаковыми углами α к горизонту и в одной плоскости бросают два тела – сначала первое, а потом через интервал времени Δt - второе. Найти минимальное расстояние между телами в процессе движения обоих тел (т.е. когда оба тела уже будут двигаться). Через какое время после броска первого тела расстояние между телами будет минимально?



**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Юниор, математика, 9 класс, 6 апреля 2024**

Вариант 1

1 Петя написал на доске все двузначные натуральные числа и напротив каждого из чисел – квадрат произведения его цифр. Вася быстро сложил все числа, написанные на доске. Какой результат получил Вася?

2 Найти наибольшее нечетное число, не превосходящее 500, имеющее нечетное число делителей, включая 1 и самого числа.

3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность радиуса 4, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно.

Найти длину отрезка MN , если косинус угла при вершине A треугольника ABC равен $\frac{1}{8}$.

Вариант 2

1. Петя написал на доске все двузначные натуральные числа, в десятичной записи которых используются только четные цифры и ноль, а напротив каждого из этих чисел – квадрат произведения его цифр. Вася быстро сложил все числа, написанные на доске. Какой результат получил Вася?

Ответ:

2. Найти наименьшее нечетное число, превосходящее 750, имеющее нечетное число делителей, включая 1 и самого числа.

Ответ:

3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность радиуса b , пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно.

Найти длину отрезка MN , если косинус угла при вершине A треугольника ABC равен $\frac{1}{3}$.

Ответ:

Вариант 3

1. Петя написал на доске все двузначные натуральные числа, в десятичной записи которых используются только нечетные цифры и ноль, а напротив каждого из этих чисел – квадрат произведения его цифр. Вася быстро сложил все числа, написанные на доске. Какой результат получил Вася?

Ответ:

2. Найти наибольшее нечетное число, не превосходящее 1000, имеющее нечетное число делителей, включая 1 и самого числа.

Ответ:

3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность радиуса 5, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найти длину отрезка MN , если косинус угла при вершине A треугольника ABC равен $\frac{1}{5}$.

Ответ:

Вариант 4

1. Петя написал на доске все трехзначные натуральные числа и напротив каждого из чисел – квадрат произведения его цифр. Вася быстро сложил все числа, написанные на доске. Какой результат получил Вася?

Ответ:

2. Найти наименьшее нечетное число, превосходящее 1250, имеющее нечетное число делителей, включая 1 и самого числа.

Ответ:

3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность радиуса 8, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найти длину отрезка MN , если косинус угла при вершине A треугольника ABC равен $\frac{1}{2}$.

Ответ: