

Решения и критерии оценивания

1. Поскольку плотность масла меньше плотности воды, масло плавает поверх воды. При опускании в сосуд куска льда уровень воды поднялся на Δh , следовательно, объем вытесненной льдом воды - $S\Delta h$. Подъем уровня масла связан с тем, что масло налито поверх воды и поднимается с подъемом уровня воды, а также с вытеснением льдом масла. Если бы лед целиком находился в воде, подъем уровня масла был бы равен подъему уровня воды. А поскольку в нашем случае подъем уровня масла вдвое больше подъема уровня воды, половина объема льда находится в масле, половина в воде.

Пусть объем льда в сосуде V . Тогда при таянии этого льда образуется объем воды

$$V_g = \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} V = 0,9V$$

Эта вода заполнит вытесненный льдом объем ($0,5V$), а оставшиеся $0,4V$ приведут к подъему уровня воды. Так как вытеснение льдом воды объемом $0,5V$ привело к подъему уровня воды на Δh , то добавление объема $0,4V$ приведет к подъему уровня воды на

$$\Delta h_1 = \frac{0,4}{0,5} \Delta h = 4 \text{ см}$$

После того как лед растает масло ничем не будет вытесняться и его уровень должен упасть на $\Delta h = 5$ см. Но уровень воды поднимется на $\Delta h_1 = 4$ см. Это значит, что уровень масла опустится на $\Delta h_2 = 1$ см. Таким образом, уровень воды поднимется на

$$\Delta h_1 = 4 \text{ см},$$

уровень масла опустится на

$$\Delta h_2 = 1 \text{ см}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. правильное использование определения плотности – 1 балл
 2. правильный вывод о равенстве вытесненных объемов масла и воды в начальном состоянии – 1 балл
 3. правильно найден объем воды, получившийся при таянии льда – 1 балл
 4. правильно найден подъем уровня воды – 1 балл
 5. правильно найдено опускание уровня масла – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

2. Поскольку поршень подвижный, давление газа в сосуде в любой момент времени равно атмосферному давлению плюс то избыточное давление, которое создает поршень за счет притяжения к Земле. Поэтому процесс, происходящий с газом при нагревании, – изобарический. Применяя закон Гей-Люссака для начального и конечного состояния газа, получим

$$\frac{V_1}{T} = \frac{V_2}{1,2T}$$

где V_1 и V_2 - начальный и конечный объем газа. Но объем газа можно записать как разность объема цилиндра под поршнем и объема тела v :

$$V_1 = Sh - v \text{ и } V_2 = 1,1Sh - v.$$

Отсюда находим объем тела

$$v = \frac{1}{2} Sh$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. правильная идея решения – использовать газовые законы – 1 балл,
2. правильное и обоснованное утверждение, что процесс происходящий с газом изобарический (если участник пренебрегает массой поршня или атмосферным давлением, то даже при наличии правильного вывода по этому критерию ставить 0) – 1 балл,
3. правильно использован закон Гей-Люссака – 1 балл,
4. для объемов газа использована разность объема цилиндра под поршнем и объема тела – 1 балл
5. правильный ответ – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Поскольку вольтметр показывает напряжение на самом себе, а ток, текущий через первый вольтметр, меньше тока, текущего через второй (на участке параллельного соединения ток делится), то из одинаковости сопротивлений вольтметров следует, что показания первого вольтметра меньше показаний второго. Поэтому показания второго вольтметра составляют

$$U_2 = 3U_1.$$

Значит, и сила тока, текущего через второй вольтметр, втрое больше силы тока, текущего через первый. Поэтому, если через первый вольтметр течет ток I_1 , то через параллельный ему резистор – ток $2I_1$. И, следовательно, сопротивление резистора r вдвое меньше сопротивления вольтметра R

$$\frac{r}{R} = 2.$$

Поэтому на двух боковых резисторах (см. схему цепи в условии задачи) будет такое же напряжение, как и на вольтметре V_2 . И, значит, напряжение источника равно

$$U = U_1 + U_2 + U_2 = 7U_1 = 84 \text{ В.}$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. использованы правильные законы сложения токов и напряжений при последовательном и параллельном соединении резисторов – 1 балл,
2. правильно найдены показания второго вольтметра – 1 балл,
3. правильно найдено соотношение токов, текущих через вольтметр V_1 и параллельный ему резистор – 1 балл,
4. правильный ответ для отношения сопротивления резистора к сопротивлению вольтметра – 1 балл,
5. правильный ответ для напряжения источника – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. На тела действуют силы тяжести и силы натяжения нитей, к которым тела привязаны. Вторым законом Ньютона для тел в проекциях на оси, направленные вертикально вниз для тела массой m и вертикально вверх для тела массой $3m$, дает

$$\begin{aligned} ma_1 &= mg - T_1 \\ 3ma_2 &= T_2 - 3mg \end{aligned} \quad (*)$$

где a_1 и a_2 - проекции векторов ускорений тел массой m и $3m$ на указанные оси соответственно, T_1 - сила натяжения нити, прикрепленной к телу массой m , T_2 - сила натяжения нити, прикрепленной к телу массой $3m$. Найдем условия связи ускорений и сил натяжения. На систему из большого блока и двух подвижных маленьких действуют сила T_2 и четыре силы T_1 . А поскольку эти блоки не имеют массы, то сумма этих сил равна нулю. Отсюда

$$T_2 = 4T_1 \quad (**)$$

Связь ускорений можно найти так. Если тело с массой m опустится на величину Δx , то два маленьких подвижных блока поднимутся на величину $\Delta x/4$. Так же поднимутся и большой блок с телом массой $3m$. Поэтому ускорение тела массой $3m$ по модулю вчетверо меньше ускорения тела с массой m . А поскольку их направления противоположны, то

$$a_1 = 4a_2 \quad (***)$$

Решая систему уравнений (*)-(***), получим

$$a_1 = \frac{4g}{19}; \quad a_2 = \frac{g}{19}$$

Поскольку эти проекции оказались положительными, ускорение тела с массой m направлено вниз, ускорение тела с массой $3m$ - вверх.

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. правильно расставлены силы – 1 балл,
2. правильные вторые законы Ньютона для первого и второго тел – 1 балл,
3. правильное условие связи ускорений – 1 балл,
4. правильное условие связи сил натяжения – 1 балл,
5. правильный ответ для ускорений – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Чтобы проехать участок за минимальное время, автомобиль должен как можно быстрее набрать максимальную скорость. Поэтому стратегия движения автомобиля для проезда за минимальное время должна заключаться в том, чтобы сначала двигаться равноускоренно до скорости $2v$ с максимальным ускорением, а затем – равномерно с этой скоростью. Время разгона автомобиля до скорости $2v$ и пройденный за это время путь найдем из законов равноускоренного движения

$$\Delta t_1 = \frac{2v - v}{a_0} = \frac{v}{a_0}, \quad S = \frac{4v^2 - v^2}{2a_0} = \frac{3v^2}{2a_0}$$

Поскольку по условию автомобиль за время разгона не успел проехать участок, на параметры задачи есть такое ограничение

$$S \leq l \quad \Rightarrow \quad 3v^2 \leq 2a_0l$$

Равномерно автомобиль должен будет пройти участок пути $l - S$ со скоростью $2v$. Поэтому на такое движение автомобиль затратит следующее время

$$\Delta t_2 = \frac{l - S}{2v} = \frac{l}{2v} - \frac{3v}{4a_0}$$

А полное минимальное время движения автомобиля по участку равно

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{v}{a_0} + \frac{l}{2v} - \frac{3v}{4a_0} = \frac{v}{4a_0} + \frac{l}{2v}, \text{ и должно быть выполнено условие } 3v^2 \leq 2a_0l.$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. правильно обоснована стратегия движения – как можно быстрее набрать максимальную скорость, и далее двигаться с ней – 1 балл,**
- 2. правильно найдено время движения с ускорением – 1 балл,**
- 3. правильно найдено расстояние, на котором автомобиль будет двигаться с постоянной скоростью – 1 балл,**
- 4. правильный ответ – 1 балл,**
- 5. правильное ограничение на параметры задачи – 1 балл.**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы участника

Итоговая оценка работы равна сумме оценок за каждую задачу. Пересчет на 50-балльную шкалу осуществляется умножением итоговой оценки на 2.