



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 2-1

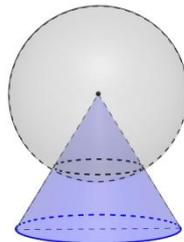
Задача 1. (5 баллов). Найти значение $n \geq 2$, при котором величина $\frac{\lg 2 \cdot \lg 3 \cdot \dots \cdot \lg n}{10^n}$ принимает наименьшее значение.

Задача 2. (8 баллов). В трубе радиуса $R = 17$ ед. необходимо разместить электрический провод диаметра $d = 16$ ед. и кабель-канал квадратного сечения так, чтобы площадь этого сечения была максимальной. Найти площадь сечения кабель-канала.

Задача 3. (10 баллов). На окружности радиуса $R = 2$ и центром в начале координат найти все точки, координаты которых удовлетворяют соотношению:

$$\frac{y \left(\frac{\sqrt{2}}{2} x^2 - 1 \right)}{x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} y^2 \right)} = -1.$$

Задача 4. (12 баллов). Ювелир получил заказ на украшение: в центр жемчужины, имеющей форму шара, поместить вершину конуса из серебра так, чтобы объём конуса был разделён жемчужиной пополам. Известны радиус основания конуса $r = 4$ и угол между осью конуса и его образующей $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Найти площадь сечения жемчужины и конуса.

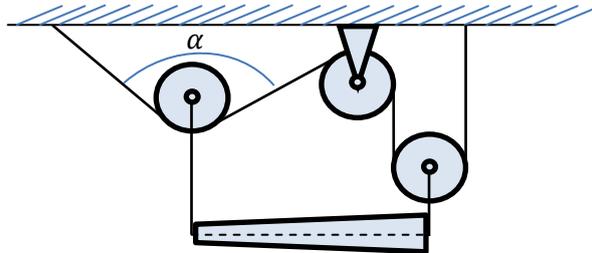


Задача 5. (15 баллов). На соревнованиях по спортивному ориентированию спортсмену предлагается пройти два маршрута, случайно выбранных из 32 возможных. Вероятность прохождения заранее изученного маршрута равна 1, а неизученного - $\frac{1}{3}$. Найти минимальное количество маршрутов, которые необходимо изучить спортсмену заранее, чтобы с вероятностью не менее 0,5 пройти оба маршрута.

Задача 6. (5 баллов). В коридоре зеркало висит таким образом, что человек ростом 180 см, смотрящийся в него, видит себя в нем ровно до макушки, по верхнему краю, а по нижнему краю он не видит ног. Тогда им было решено, что надо поменять зеркало на такое, в котором он сможет увидеть себя в полный рост, для чего подошло другое зеркало, у которого высота в 1,5 раза больше. Какова была высота первого зеркала?



Задача 7. (7 баллов). Длинный стержень в форме усеченного конуса подвешен центрами своих концов к нитям, через систему легких блоков, как показано на рисунке. При этом его ось располагается горизонтально и находится в равновесии. Найдите какую часть от всей длины стержня составляет расстояние от середины оси стержня до его центра тяжести, если угол α , между нитями на левом блоке равен 120° .



Задача 8. (10 баллов). Водяной пар при температуре 100°C и давлении 24930 Па находится в закрытом сосуде со свободно движущимся поршнем (в сосуде нет других газов или жидкостей). Поршень начинают медленно опускать, тем самым уменьшая объем пара внутри сосуда. Найдите, какова будет высота жидкости в сосуде после того, как поршень в нее упрется, если начальная высота пара в сосуде $37,3\text{ м}$. Температура воды и пара в сосуде поддерживается постоянной.

Задача 9. (13 баллов). Небольшой груз массой 4 г держится на горизонтально расположенной пружине, прикрепленной к стене. Поверхность стола гладкая. В грузик стреляют небольшой пулей массой 2 г , в следствие чего она застревает, и вся эта система начинает совершать колебания. В тот момент, когда они проходят положение равновесия, в них стреляют еще одной такой же пулей с такой же скоростью, причем их скорости в этот момент сонаправлены. Она также как и первая застревает в грузике, в следствие чего они продолжают движение. Чему равно отношение скорости грузика с двумя пулями, к грузику с одной в положениях, когда их смещения равны половинам соответствующих амплитуд колебаний.

Задача 10. (15 баллов). В плоском конденсаторе с квадратными пластинами расположены две пластины, такой же площади, как и сами пластины конденсатора. Толщина пластин одинаковая, а в конденсатор они вставлены так, что каждая из них плотно прилегает к своей пластине конденсатора, и друг к другу. Каждую из пластин сдвигают внутри конденсатора в горизонтальном направлении в разные стороны на одинаковое расстояние, так, что они частично выходят за его пределы. Найдите площадь соприкасающейся части пластин друг с другом, если после сдвига емкость конденсатора стала равна $0,48$ от начальной. Диэлектрическая проницаемость первой пластины равна трем, а второй - пять. Длина стороны пластины конденсатора составляет 10 см . Итоговая схема будет представлять собой систему из 3 параллельно соединенных ветвей, каждая из которых состоит из двух последовательно соединенных конденсаторов.



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 2-2

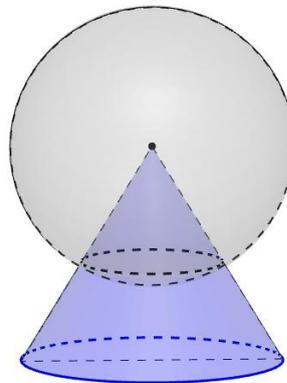
Задача 1. (5 баллов). Найти значение $n \geq 2$, при котором величина $\frac{\log_5 2 \cdot \log_5 3 \cdot \dots \cdot \log_5 n}{5^n}$ принимает наименьшее значение.

Задача 2. (8 баллов). В трубе радиуса $R = 20$ ед. необходимо разместить электрический провод диаметра $d = 12$ ед. и кабель-канал квадратного сечения так, чтобы площадь этого сечения была максимальной. Найти площадь сечения кабель-канала.

Задача 3. (10 баллов). На окружности радиуса $R = 2$ и центром в начале координат найти все точки, координаты которых удовлетворяют соотношению:

$$\frac{y\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 1\right)}{x\left(\frac{\sqrt{3}}{3}y^2 - 1\right)} = -1.$$

Задача 4. (12 баллов). Ювелир получил заказ на украшение: в центр жемчужины, имеющей форму шара поместить вершину конуса из серебра так, чтобы объём конуса был разделён жемчужиной пополам. Известны радиус основания конуса $r = 2$ и угол между осью конуса и его образующей $\alpha : \cos \alpha = \frac{3}{5}$. Найти площадь сечения жемчужины и конуса.

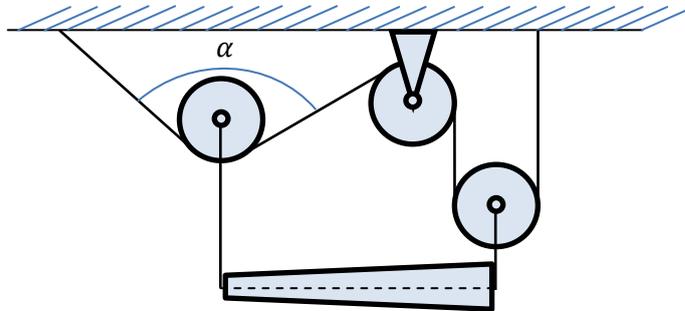


Задача 5. (15 баллов). На соревнованиях по спортивному ориентированию спортсмену предлагается пройти два маршрута, случайно выбранных из 28 возможных. Вероятность прохождения заранее изученного маршрута равна 1, а неизученного - $\frac{1}{3}$. Найти минимальное количество маршрутов, которые необходимо изучить спортсмену заранее, чтобы с вероятностью не менее $\frac{7}{9}$ пройти оба маршрута.

Задача 6. (5 баллов). В коридоре зеркало висит таким образом, что девушка ростом 160 см, смотрящаяся в него, видит себя в нем ровно до макушки, по верхнему краю, а по нижнему краю она не может увидеть свои ноги. Было принято решение - поменять зеркало на такое, в котором она сможет увидеть себя в полный рост, для чего было выбрано другое зеркало, у которого высота в 2 раза больше. Какова была высота первого зеркала?



Задача 7. (7 баллов). Длинный усеченный конус подвешен центрами своих концов к нитям, через систему легких блоков, как показано на рисунке. При этом его ось располагается горизонтально и находится в равновесии. Найдите угол α , если расстояние от середины оси конуса до центра тяжести отнесенное ко всей его длине составляет $\frac{1}{6}$.



Задача 8. (10 баллов). В закрытом сосуде со свободно движущимся поршнем находится водяной пар под давлением 49860 Па и имеет температуру 100°C (Другие жидкости или газы в сосуде отсутствуют). Поршень медленно опускается, тем самым уменьшая объем пара внутри сосуда, до того момента, пока не упрется в жидкость. Какова будет высота жидкости в сосуде после остановки поршня? Высота, на которой вначале расположен поршень, - 37,3 м. Температура воды и водяного пара поддерживается постоянной в течение всего процесса.

Задача 9. (13 баллов). На гладком столе располагается система, состоящая из груза массой 4 г, прикрепленного к горизонтально расположенной закрепленной пружине. В грузик выстреливают небольшим шариком массой 4 г, вследствие чего он застревает в грузике, и эта система начинает совершать колебания. В тот момент, когда грузик с шариком двигаются в направлении противоположном выстрелу и проходят положение равновесия, в них стреляют еще одним таким же шариком с той же скоростью, который также застревает. Найдите соотношение скорости грузика с шариком после первого выстрела к скорости после второго в положениях, когда их смещения равны трети соответствующих амплитуд колебаний.

Задача 10. (15 баллов). В плоском конденсаторе с квадратными пластинами расположены две пластины, такой же площади, как и сами пластины конденсатора. Длина стороны пластины конденсатора составляет 40 см. Толщина пластин одинаковая, а в конденсатор они вставлены так, что каждая из них плотно прилегает к своей пластине конденсатора, и друг к другу. Каждую из пластин сдвигают внутри конденсатора в горизонтальном направлении в разные стороны на одинаковое расстояние, так, что они частично выходят за его пределы, при этом емкость конденсатора становится равно 0,74 от начальной. Чему равна ширина перекрытия соприкасающейся части пластин друг с другом? Диэлектрическая проницаемость первой пластины - 3, а второй - 5. Итоговая схема будет представлять собой систему из 3 параллельно соединенных ветвей, каждая из которых состоит из двух последовательно соединенных конденсаторов.



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 2-3

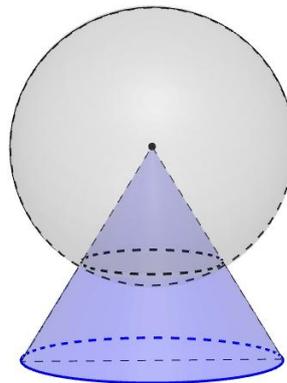
Задача 1. (5 баллов). Найти значение $n \geq 2$, при котором величина $\frac{\log_7 2 \cdot \log_7 3 \cdot \dots \cdot \log_7 n}{7^n}$ принимает наименьшее значение.

Задача 2. (8 баллов). В трубе радиуса $R = 15$ ед. необходимо разместить электрический провод диаметра $d = 9$ ед. и кабель-канал квадратного сечения так, чтобы площадь этого сечения была максимальной. Найти площадь сечения кабель-канала.

Задача 3. (10 баллов). На окружности радиуса $R = \sqrt{2}$ и центром в начале координат найти все точки, координаты которых удовлетворяют соотношению:

$$\frac{y(2x^2 - 1)}{x(2y^2 - 1)} = -1.$$

Задача 4. (12 баллов). Ювелир получил заказ на украшение: в центр жемчужины, имеющей форму шара поместить вершину конуса из серебра так, чтобы объём конуса был разделён жемчужиной пополам. Известны радиус основания конуса $r = 2$ и угол между осью конуса и его образующей $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Найти площадь сечения жемчужины и конуса.

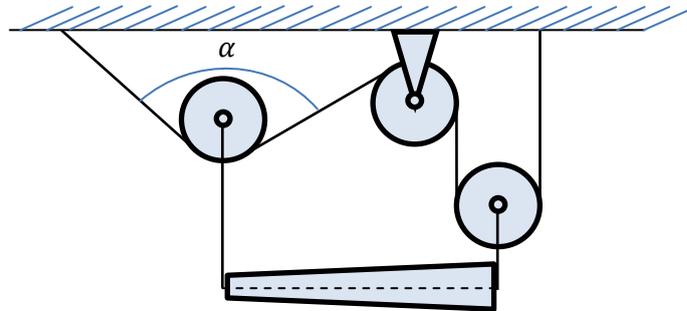


Задача 5. (15 баллов). На соревнованиях по спортивному ориентированию спортсмену предлагается пройти два маршрута, случайно выбранных из 32 возможных. Вероятность прохождения заранее изученного маршрута равна 1, а неизученного - $\frac{1}{3}$. Найти минимальное количество маршрутов, которые необходимо изучить спортсмену заранее, чтобы с вероятностью не менее 0,75 пройти оба маршрута.

Задача 6. (5 баллов). В коридоре зеркало висит таким образом, что девушка, смотрящаяся в него, видит себя в нем ровно до макушки, по верхнему краю, а по нижнему краю она не может увидеть свои ноги. Было принято решение -поменять зеркало на такое, в котором она сможет увидеть себя в полный рост, для чего было выбрано другое зеркало, у которого высота в 2 раза больше. Какой рост у девушки, если высота первого зеркала 40 см?



Задача 7. (7 баллов). Длинный усеченный конус подвешен центрами своих концов к нитям, через систему легких блоков, как показано на рисунке. При этом ось конуса располагается горизонтально и находится в равновесии. Найдите угол α , если отношение расстояния от левого края до центра тяжести конуса ко всей его длине равно $\frac{2}{3}$.



Задача 8. (10 баллов). Водяной пар, имеющий давление 12465Па и температуру 100°C , находится в закрытом поршнем сосуде (других газов или жидкостей в сосуде нет). Поршень медленно двигают вниз, тем самым уменьшая объем пара внутри сосуда, до момента, пока он не упрется в жидкость. Какова была начальная высота, на которой находился поршень, если высота жидкости в сосуде после остановки поршня составляет $0,54\text{ см}$. Температура воды и водяного пара поддерживается постоянной.

Задача 9. (13 баллов). Груз массой 4 г , лежащий на гладком столе, закреплен на конце горизонтально расположенной пружины, прикрепленной к стене. В грузик стреляют маленькой пулей массой 4 г , вследствие чего она застревает в нем, и вся эта система начинает совершать колебания. В тот момент, когда грузик с первой пулей проходят положение равновесия, в них стреляют еще одной такой же пулей с той же скоростью, которая также застревает. Скорости второй пули и грузика с пулей в момент попадания сонаправлены. Как будут соотноситься скорости грузика с пулями после второго выстрела и первого в положениях, когда их смещения равны трети соответствующих амплитуд колебаний.

Задача 10. (15 баллов). В плоском конденсаторе с квадратными пластинами расположены две пластины, такой же площади, как и сами пластины конденсатора. Длина стороны пластины конденсатора составляет 60 см . Пластины в конденсатор вставлены так, что каждая из них плотно прилегает к своей пластине конденсатора, и друг к другу, к тому же они имеют одинаковую толщину. Каждую из пластин сдвигают внутри конденсатора в горизонтальном направлении в разные стороны на равное расстояние, так, что они частично выходят за его пределы, при этом емкость конденсатора становится равно $0,62$ от начальной. Чему равна площадь перекрытия соприкасающейся части пластин друг с другом после сдвига? Диэлектрическая проницаемость первой пластины - два, а второй – пять. Итоговая схема будет представлять собой систему из 3 параллельно соединенных ветвей, каждая из которых состоит из двух последовательно соединенных конденсаторов.



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 2-4

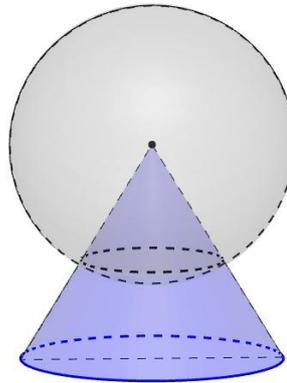
Задача 1. (5 баллов). Найти значение $n \geq 2$, при котором величина $\frac{\log_9 2 \cdot \log_9 3 \cdot \dots \cdot \log_9 n}{9^n}$ принимает наименьшее значение.

Задача 2. (8 баллов). В трубе радиуса $R = 25$ ед. необходимо разместить электрический провод диаметра $d = 15$ ед. и кабель-канал квадратного сечения так, чтобы площадь этого сечения была максимальной. Найти площадь сечения кабель-канала.

Задача 3. (10 баллов). На окружности радиуса $R = \sqrt{2}$ и центром в начале координат найти все точки, координаты которых удовлетворяют соотношению:

$$\frac{y(\sqrt{2}x^2 - 1)}{x(\sqrt{2}y^2 - 1)} = -1.$$

Задача 4. (12 баллов) Ювелир получил заказ на украшение: в центр жемчужины, имеющей форму шара поместить вершину конуса из серебра так, чтобы объём конуса был разделён жемчужиной пополам. Известны радиус основания конуса $r = 2$ и угол между осью конуса и его образующей $\alpha : \cos \alpha = \frac{4}{5}$. Найти площадь сечения жемчужины и конуса.

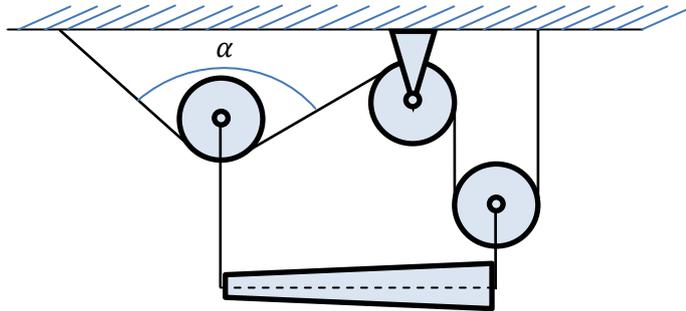


Задача 5. (15 баллов). На соревнованиях по спортивному ориентированию спортсмену предлагается пройти два маршрута, случайно выбранных из 28 возможных. Вероятность прохождения заранее изученного маршрута равна 1, а неизученного - $\frac{1}{3}$. Найти минимальное количество маршрутов, которые необходимо изучить спортсмену заранее, чтобы с вероятностью не менее $\frac{5}{7}$ пройти оба маршрута.

Задача 6. (5 баллов). В коридоре зеркало висит таким образом, что человек, смотрящийся в него, видит себя в нем ровно до макушки, по верхнему краю, а по нижнему краю он не видит ног. Тогда им было решено, что надо поменять зеркало на такое, в котором он сможет увидеть себя в полный рост, для чего подошло другое зеркало, у которого высота в 3 раза больше начального. Найдите какого роста был человек, если высота первого зеркала составляет 20 см?



Задача 7. (7 баллов). Длинный усеченный конус подвешен центрами своих концов к нитям, через систему легких блоков, как показано на рисунке. При этом его ось располагается горизонтально и находится в равновесии. Найдите какую часть от всей длины стержня составляет расстояние от его левого края до центра тяжести, если угол α , между нитями на левом блоке равен 120° .



Задача 8. (10 баллов). В закрытом сосуде со свободно движущимся поршнем находится водяной пар (другие газы и жидкости там отсутствуют) под давлением 24930Па и имеет температуру 100°C . Поршень медленно опускается, тем самым уменьшая объем пара внутри сосуда, до того момента, пока не упрется в жидкость. Какова начальная высота, на которой находился поршень? Высота жидкости в сосуде после остановки поршня $10,8\text{ мм}$. Температура воды и водяного пара поддерживается постоянной.

Задача 9. (13 баллов). На гладком столе располагается система, состоящая из груза массой 4 г , прикрепленного к горизонтально расположенной закрепленной к стене пружине. В грузик выстреливают небольшим шариком массой 2 г , вследствие чего он застревает в грузике, и эта система начинает совершать колебания. В момент, когда грузик с пулей движется в противоположную сторону от места первоначального выстрела и проходит положение равновесия, в него стреляют еще одним таким же шариком с той же скоростью, который также застревает. Найдите соотношение скорости грузика с шариком после первого выстрела к скорости после второго в положениях, когда их смещения равны половине соответствующих амплитуд колебаний.

Задача 10. (15 баллов). В плоском конденсаторе с квадратными пластинами расположены две диэлектрические пластины, такой же площади, как и сами пластины конденсатора. Пластины в конденсатор вставлены так, что каждая из них плотно прилегает к своей стороне конденсатора, и друг к другу, и имеют одинаковую толщину. Обе пластины сдвигают внутри конденсатора в горизонтальном направлении в разные на равное расстояние, так, что они частично выходят за его пределы, при этом емкость конденсатора становится равно $0,81$ от начальной. Чему равна ширина перекрытия соприкасающейся части пластин друг с другом после сдвига? Диэлектрическая проницаемость первой пластины - 2 , а второй - 5 , а длина стороны пластины конденсатора составляет 60 см . Итоговая схема будет представлять собой систему из 3 параллельно соединенных ветвей, каждая из которых состоит из двух последовательно соединенных конденсаторов.



ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 1-1

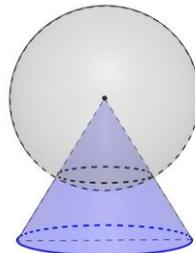
Задача 1. (5 баллов). Последовательность $\{a_n\}$ задана рекуррентно: $a_{n+1} = 2a_n + 3$, $a_1 = 1$. Вычислить $\log_3(a_{2023} + 3)$.

Задача 2. (8 баллов). В трубе радиуса $R = 10$ ед. необходимо разместить электрический провод диаметра $d = 14$ ед. и кабель-канал квадратного сечения так, чтобы площадь этого сечения была максимальной. Найти площадь сечения кабель-канала.

Задача 3. (10 баллов). На окружности радиуса $R = 2$ и центром в начале координат найти все точки, координаты которых удовлетворяют соотношению:

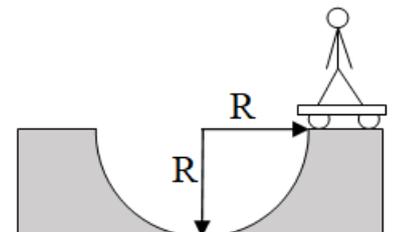
$$\frac{x\left(\frac{\sqrt{2}}{2}y^2 - 1\right)}{y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 1\right)} = -1.$$

Задача 4. (12 баллов). Ювелир получил заказ на украшение: в центр жемчужины, имеющей форму шара, поместить вершину конуса из серебра так, чтобы объем конуса был разделен жемчужиной пополам. Известны радиус основания конуса $r = 3$ и угол между осью конуса и его образующей $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Найти площадь поверхности соприкосновения жемчужины и серебряного конуса.



Задача 5. (15 баллов). Для получения сертификата о прохождении онлайн-курса, слушателям необходимо пройти компьютерное тестирование и правильно ответить на два вопроса, выбранных случайным образом из 32 возможных. Каждый вопрос имеет три варианта ответа, один из которых правильный. В случае, если слушатель не выучил вопрос, он может попытаться угадать правильный ответ. Сколько вопросов необходимо выучить, чтобы получить сертификат с вероятностью не менее 0,5?

Задача 6. (5 баллов). Находящийся на рампе скейтбордист массой 60 кг начинает движение вниз по склону с начальной скоростью 2 м/с. После того как он 4 раза пересек нижнюю точку рампы он вернулся в то положение, из которого начинал движение и остановился. Какое количество теплоты выделяется за счет сил трения при его перемещении с одного края рампы на другой? Считать, что скейтбордист катится, не прикладывая дополнительных сил во время движения. Плоскость рампы в сечении представляет собой полуокружность.

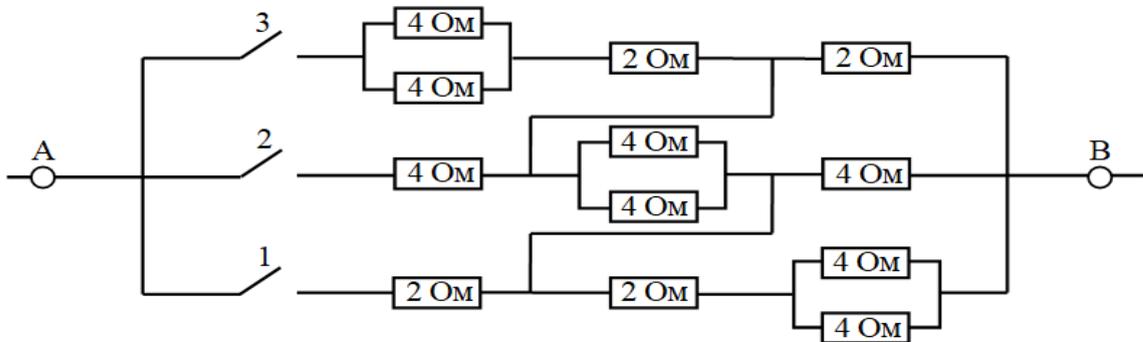




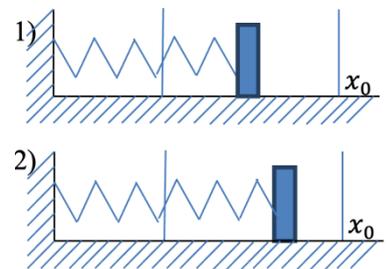
Задача 7. (7 баллов). В емкость со сферическим зеркальным дном налита какая-то жидкость, в центре поверхности которой плавает плоский диск диаметром 50 см. Лучи света падают на всю поверхность жидкости нормально. Чему приблизительно будет равен показатель преломления жидкости, учитывая то, что снаружи не видно ни одного отраженного от дна луча. Радиус кривизны емкости 74 см

Задача 8. (10 баллов). Небольшой воздушный шарик с упругой оболочкой, прикрепленный слабой пружиной ко дну открытого сосуда с водой, имеет объем 1 см^3 , при температуре жидкости 17°C . При этом расстояние от шарика до поверхности воды составляет 2 м. Сосуд с жидкостью нагревают до 57°C и ждут пока в результате испарения, расстояние от шарика до поверхности уменьшится в два раза, шарик при этом растягивается. Чему равна жесткость пружины, если в результате ее удлинение изменилось на 2 см. Атмосферное давление принять равным 10^5 Па .

Задача 9. (13 баллов). На предложенной электрической схеме есть 3 ключа (1-3), каждый из них переключается через равные интервалы времени. Период изменения положения ключей: для первого – 1 с, для второго – 2 с, для третьего – 3 с. Разность потенциалов между точками А и В поддерживается постоянной и равна 12 В. В начальный момент времени все ключи разомкнуты. Найдите заряд, прошедший через точку В, за 3 секунды после включения первого переключателя. (13 баллов)



Задача 10. (15 баллов). Две разные пружины, прикрепленные к стенкам, с одинаковыми грузиками на концах находятся на гладких горизонтальных поверхностях. Оба маятника оттягивают с одинаковой силой и отпускают, в следствие чего они начинают совершать колебания вдоль горизонтальной оси. Первый маятник, в процессе своего движения, смещаясь к положению равновесия пружины в какой-то точке, имеет скорость вдвое меньшую, чем на вдвое меньшем расстоянии до положения равновесия. А второй маятник двигаясь аналогичным образом увеличивает свою скорость в три раза, при перемещении из первой во вторую точку. При этом расстояние до положения равновесия становится втрое меньшим. При этом в первых точках для обоих случаев сжатие пружины одинаково. Найдите отношение коэффициентов жесткости второй пружины к первой.





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 1-2

Задача 1. (5 баллов). Последовательность $\{a_n\}$ задана рекуррентно: $a_{n+1} = 2a_n + 3$, $a_1 = 1$.
Вычислить $\log_5(a_{2023} + 3)$

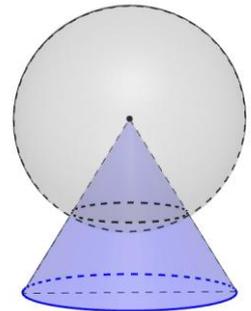
Задача 2. (8 баллов). В трубе радиуса $R = 5$ ед. необходимо разместить электрический провод диаметра $d = 7$ ед. и кабель-канал квадратного сечения так, чтобы площадь этого сечения была максимальной. Найти площадь сечения кабель-канала.

Задача 3. (10 баллов). На окружности радиуса $R = 2$ и центром в начале координат найти все точки, координаты которых удовлетворяют соотношению:

$$\frac{x\left(\frac{\sqrt{3}}{3}y^2 - 1\right)}{y\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 1\right)} = -1$$

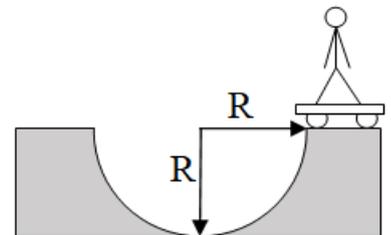
Задача 4. (12 баллов). Ювелир получил заказ на украшение: в центр жемчужины, имеющей форму шара, поместить вершину конуса из серебра так, чтобы объём конуса был разделён жемчужиной пополам. Известны радиус основания конуса $r = 2$ и угол между осью конуса и его образующей $\alpha : \cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Найти площадь поверхности соприкосновения жемчужины и серебряного конуса.



Задача 5. (15 баллов). Для получения сертификата о прохождении онлайн-курса, слушателям необходимо пройти компьютерное тестирование и правильно ответить на два вопроса, выбранных случайным образом из 28 возможных. Каждый вопрос имеет три варианта ответа, один из которых правильный. В случае, если слушатель не выучил вопрос, он может попытаться угадать правильный ответ. Сколько вопросов необходимо выучить, чтобы получить сертификат с вероятностью не менее $\frac{7}{9}$?

Задача 6. (5 баллов). Находящийся на рампе скейтбордист массой 80 кг начинает движение со скоростью 3 м/с вниз по склону. После того как он 2 раза пересекает нижнюю точку рампы он возвращает в ту же точку, из которой начинал движение и останавливается. Какое количество теплоты выделится за счет сил трения за все время его движения? Считать, что скейтбордист катится, не прикладывая дополнительных сил во время движения. Плоскость рампы в сечении представляет собой полуокружность.

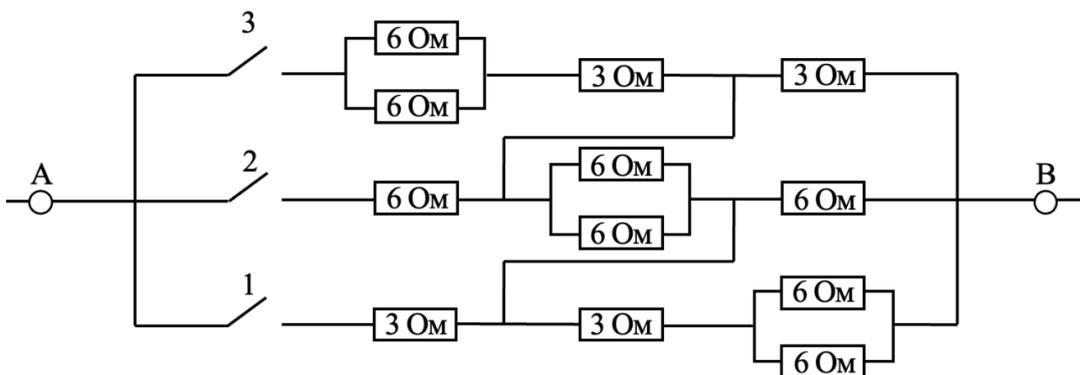




Задача 7. (7 баллов). В чашу со сферическим зеркальным дном налита какая-то жидкость с показателем преломления равным 1,43, на поверхности которой плавает плоский диск диаметром 10 см ровно по середине. Лучи света падают на всю поверхность жидкости нормально. Чему приблизительно будет равен радиус кривизны такой чаши, если, снаружи не видно ни одного отраженного от дна луча.

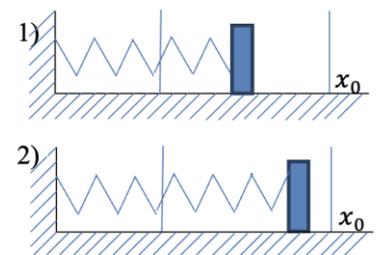
Задача 8. (10 баллов). Небольшой воздушный шарик с упругой оболочкой, прикрепленный пружиной ко дну открытого сосуда с водой, имеет объем 1 см^3 , при температуре жидкости 17°C . При этом расстояние от шарика до поверхности воды составляет 2 м. Сосуд с жидкостью нагревают до 57°C и ждут пока в результате испарения, расстояние от шарика до поверхности уменьшится в два раза, шарик при этом растягивается. На сколько изменится удлинение пружины, если ее коэффициент жесткости равен $0,05 \text{ Н/м}$. Атмосферное давление принять равным 10^5 Па .

Задача 9. (13 баллов). На предложенной электрической схеме есть 3 ключа (1-3), каждый из них переключается с определенной периодичностью. Время изменения положения каждого ключа: для первого – 1 с, для второго – 2 с, для третьего – 3 с. Разность потенциалов между точками А и В поддерживается постоянной и равной 24 В. Найдите заряд, прошедший через точку В, за 3 секунды после включения



первого переключателя, если в начальный момент времени все ключи разомкнуты.

Задача 10. (15 баллов). Два одинаковых грузика закреплены на горизонтальных пружинах, прикрепленных к стенкам, с разным коэффициентом жесткости и расположены на гладких горизонтальных поверхностях. Оба пружинных маятника оттягивают с одинаковой силой за грузы и отпускают, в следствие чего они начинают совершать колебания вдоль горизонтальной оси. Первый маятник, в процессе своего движения, смещаясь к положению равновесия пружины в какой-то точке, имеет скорость вдвое меньшую, чем на вдвое меньшем расстоянии до положения равновесия. А второй маятник двигаясь аналогичным образом увеличивает свою скорость в четыре раза, при перемещении из первой во вторую точку. При этом расстояние до положения равновесия становится в четыре раза меньшим. При этом в первых точках для обоих случаев сжатие пружины одинаково. Найдите отношение коэффициентов жесткости второй пружины к первой.





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 1-3

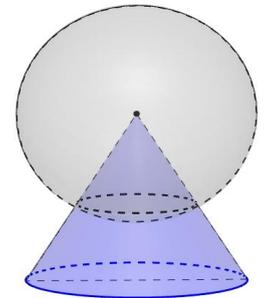
Задача 1. (5 баллов). Последовательность $\{a_n\}$ задана рекуррентно: $a_{n+1} = 2a_n + 3$, $a_1 = 1$. Вычислить $\log_7(a_{2024} + 3)$

Задача 2. (8 баллов). В трубе радиуса $R = 17$ ед. необходимо разместить электрический провод диаметра $d = 18$ ед. и кабель-канал квадратного сечения так, чтобы площадь этого сечения была максимальной. Найти площадь сечения кабель-канала.

Задача 3. (10 баллов). На окружности радиуса $R = \sqrt{2}$ и центром в начале координат найти все точки, координаты которых удовлетворяют соотношению:

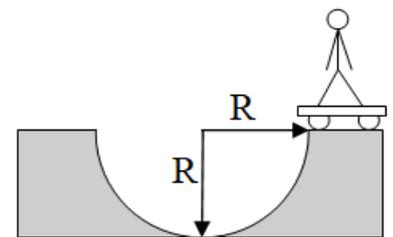
$$\frac{x(2y^2 - 1)}{y(2x^2 - 1)} = -1.$$

Задача 4. (12 баллов). Ювелир получил заказ на украшение: в центр жемчужины, имеющей форму шара, поместить вершину конуса из серебра так, чтобы объём конуса был разделён жемчужиной пополам. Известны радиус основания конуса $r = 2$ и угол между осью конуса и его образующей $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Найти площадь поверхности соприкосновения жемчужины и серебряного конуса.



Задача 5. (15 баллов). Для получения сертификата о прохождении онлайн-курса, слушателям необходимо пройти компьютерное тестирование и правильно ответить на два вопроса, выбранных случайным образом из 32 возможных. Каждый вопрос имеет три варианта ответа, один из которых правильный. В случае, если слушатель не выучил вопрос, он может попытаться угадать правильный ответ. Сколько вопросов необходимо выучить, чтобы получить сертификат с вероятностью не менее 0,75?

Задача 6. (5 баллов). Находящийся на рампе скейтбордист начинает движение вниз по склону с начальной скоростью 2 м/с. После того как он 4 раза пересек нижнюю точку рампы он вернулся в то положение, из которого начинал движение и остановился. Найдите массу скейтбордиста, если за



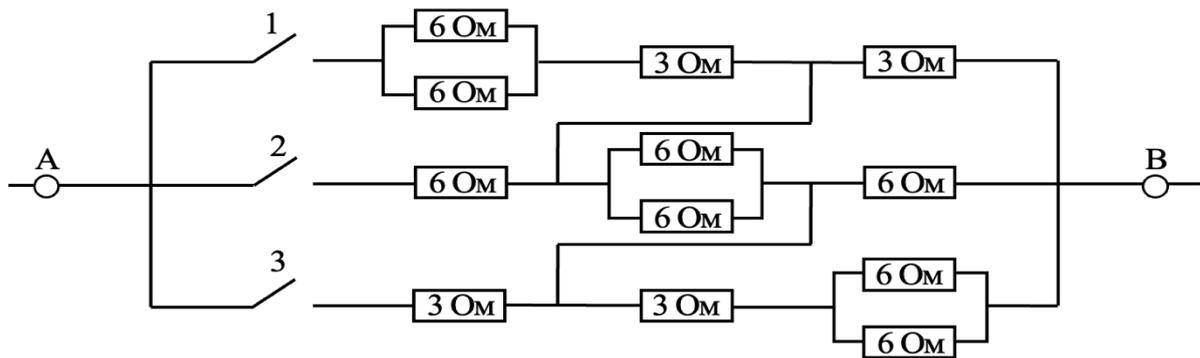
одни переезд с одного края на другой за счет сил трения выделяется 30 Дж тепла? Считать, что скейтбордист катится, не прикладывая дополнительных сил во время движения. Плоскость рампы в сечении представляет собой полуокружность.

Задача 7. (7 баллов). В емкость со сферическим зеркальным дном налита какая-то жидкость с показателем преломления равным 1,5, на поверхности которой плавает плоский диск ровно по середине. Лучи света падают на всю поверхность жидкости нормально. Чему приблизительно будет равен диаметр плавающего диск, если, снаружи не видно ни одного отраженного от дна луча. Радиус кривизны такой емкости будет равен 45 см.

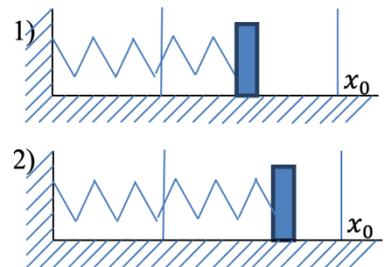


Задача 8. (10 баллов). Небольшой воздушный шарик с упругой оболочкой, прикрепленный пружиной ко дну открытого сосуда с водой, имеет объем 1 см^3 , при температуре жидкости 17°C . При этом расстояние от шарика до поверхности воды составляет 4 м. При нагревании жидкости до 87°C она начинает медленно испаряться и ее уровень в сосуде снижается. Размеры шарика начинают увеличиваться. Чему равен коэффициент жесткости пружины, если в результате ее удлинение изменилось на 5 см в тот момент, когда высота жидкости над шариком снизилась в 2 раза. Атмосферное давление принять равным 10^5 Па . (10 баллов)

Задача 9. (13 баллов). На предложенной электрической схеме есть 3 переключателя (1-3), каждый из них меняет свое положение через равные интервалы времени. Период их переключения: для первого – 1 с, для второго – 2 с, для третьего – 3 с. Разность потенциалов между точками А и В поддерживается постоянной и равна 12 В. В начальный момент времени все ключи разомкнуты. Каков будет заряд, прошедший через точку В, за 3 секунды после включения первого переключателя?



Задача 10. (15 баллов). Две разные пружины, прикрепленные к стенкам, с одинаковыми грузиками на концах находятся на гладких горизонтальных поверхностях. Оба маятника оттягивают с одинаковой силой и отпускают, в следствие чего они начинают совершать колебания вдоль горизонтальной оси. Первый маятник, в процессе своего движения, смещаясь к положению равновесия пружины в какой-то точке, имеет скорость вдвое меньшую, чем на вдвое меньшем расстоянии до положения равновесия. А второй маятник двигаясь аналогичным образом увеличивает свою скорость втрое, при перемещении из первой во вторую точку. При этом расстояние до положения равновесия становится в три раза меньшим. При этом в первых точках для обоих случаев сжатие пружины одинаково. Найдите отношение коэффициентов жесткости первой пружины ко второй.





ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ВАРИАНТ 1-4

Задача 1. (5 баллов). Последовательность $\{a_n\}$ задана рекуррентно: $a_{n+1} = 2a_n + 3$, $a_1 = 1$.

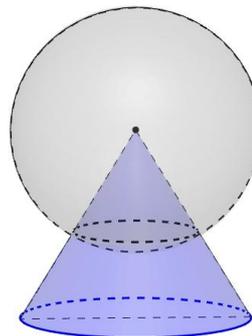
Вычислить $\log_7(a_{2023} + 3)$

Задача 2. (8 баллов). В трубе радиуса $R = 26$ ед. необходимо разместить электрический провод диаметра $d = 30$ ед. и кабель-канал квадратного сечения так, чтобы площадь этого сечения была максимальной. Найти площадь сечения кабель-канала.

Задача 3. (10 баллов). На окружности радиуса $R = \sqrt{2}$ и центром в начале координат найти все точки, координаты которых удовлетворяют соотношению:

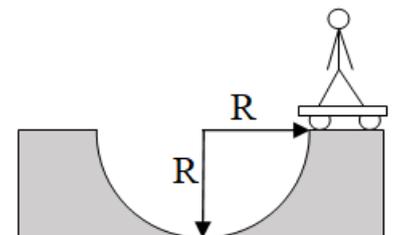
$$\frac{x(\sqrt{2}y^2 - 1)}{y(\sqrt{2}x^2 - 1)} = -1.$$

Задача 4. (12 баллов). Ювелир получил заказ на украшение: в центр жемчужины, имеющей форму шара, поместить вершину конуса из серебра так, чтобы объём конуса был разделён жемчужиной пополам. Известны радиус основания конуса $r = 2$ и угол между осью конуса и его образующей $\alpha : \cos \alpha = \frac{4}{5}$. Найти площадь поверхности соприкосновения жемчужины и серебряного конуса.



Задача 5. (15 баллов). Для получения сертификата о прохождении онлайн-курса, слушателям необходимо пройти компьютерное тестирование и правильно ответить на два вопроса, выбранных случайным образом из 28 возможных. Каждый вопрос имеет три варианта ответа, один из которых правильный. В случае, если слушатель не выучил вопрос, он может попытаться угадать правильный ответ. Сколько вопросов необходимо выучить, чтобы получить сертификат с вероятностью не менее $\frac{5}{7}$?

Задача 6. (5 баллов). Находящийся на рампе скейтбордист начинает движение вниз по склону с начальной скоростью 4 м/с. После восьмого пересечения нижней точки рампы он вернулся в начальное положение, и остановился. Чему равна масса скейтбордиста, если при каждом переезде с одной стороны рампы на другую за счет сил трения выделяется 50 Дж тепла? Считать, что скейтбордист катится, не прикладывая дополнительных сил во время движения. Плоскость рампы в сечении представляет собой полуокружность.

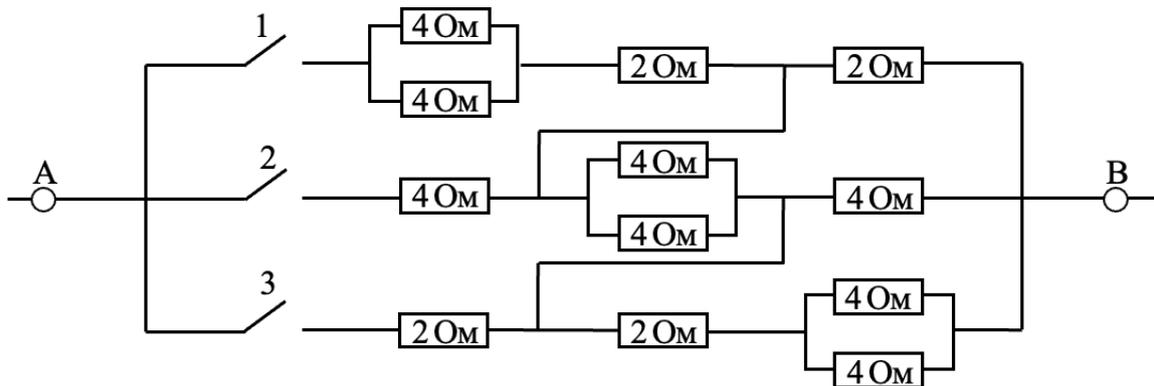




Задача 7. (7 баллов). В чашку со сферическим зеркальным дном налита какая-то жидкость. На ее поверхности в центре плавает плоский диск диаметром 50 см. Лучи света падают на всю поверхность жидкости по нормали. Чему приблизительно будет равен показатель преломления жидкости, учитывая то, что снаружи не видно ни одного отраженного от дна луча. Радиус кривизны чашки 68 см

Задача 8. (10 баллов). Небольшой воздушный шарик с упругой оболочкой, прикрепленный пружиной ко дну открытого сосуда с водой, имеет объем 1 см^3 , при температуре жидкости 17°C . При этом расстояние от шарика до поверхности воды составляет 4 м. Сосуд с жидкостью нагревают до 87°C и ждут пока в результате испарения, расстояние от шарика до поверхности уменьшится в два раза, шарик при этом растягивается. На сколько изменится удлинение пружины, если ее коэффициент жесткости равен $0,2 \text{ Н/м}$. Атмосферное давление принять равным 10^5 Па .

Задача 9. (13 баллов). На предложенной электрической схеме есть 3 ключа (1-3), каждый из них меняет свое положение периодически. Каждый ключ имеет свое время переключения: для первого – 1 с, для второго – 2 с, для третьего – 3 с. Разность потенциалов между точками А и В поддерживается постоянной и равна 24 В. В начальный момент времени все ключи разомкнуты. Найдите заряд, прошедший через точку В, за 3 секунды после включения первого переключателя.



Задача 10. (15 баллов). Два одинаковых грузика закреплены на горизонтальных пружинах с разным коэффициентом жесткости и расположены на гладких горизонтальных поверхностях. Оба пружинных маятника оттягивают с одинаковой силой за грузы и отпускают, в следствие чего они начинают совершать колебания вдоль горизонтальной оси. Первый маятник, в процессе своего движения, смещаясь к положению равновесия пружины в какой-то точке, имеет скорость вдвое меньшую, чем на вдвое меньшем расстоянии до положения равновесия. А второй маятник двигаясь аналогичным образом увеличивает свою скорость в четыре раза, при перемещении из первой во вторую точку. При этом расстояние до положения равновесия становится в четыре раза меньшим. При этом в первых точках для обоих случаев сжатие пружины одинаково. Найдите отношение коэффициентов жесткости первой пружины ко второй.

