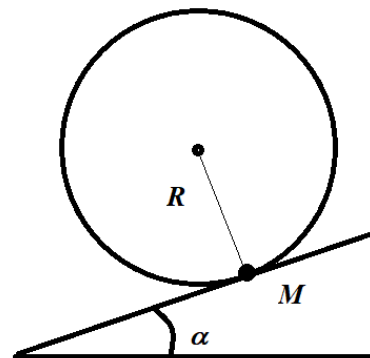


10 класс

Вариант 1

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче радиусом R закреплен маленький грузик массой M . Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Определите, какую минимальную работу нужно совершить для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы центр обруча переместился на расстояние, равное πR .



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. По условию при перекатывании обруча центр обруча проходит расстояние πR по наклонной плоскости и $\Delta h_1 = \pi R \sin \alpha$ по вертикали. При круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = 2R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное искомой работе, составляет

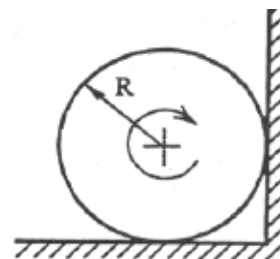
$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR(\pi \sin \alpha + 2 \cos \alpha).$$

Ответ: $A = MgR(\pi \sin \alpha + 2 \cos \alpha)$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

2. (6 баллов) Тонкое жесткое кольцо радиусом R раскрутили вокруг оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр, до угловой скорости ω и поместили в двугранный угол, образованный перпендикулярными плоскостями (горизонтальной и вертикальной). Ось вращения параллельна ребру двугранного угла. Коэффициент трения между стенками угла и кольцом равен μ . Сколько оборотов сделает кольцо до остановки?



Возможное решение.

На кольцо действуют сила тяжести и силы трения о стенки угла. Сила тяжести работы не совершает, так как центр масс не перемещается. В этом случае в соответствии с теоремой о кинетической энергии получим:

$$K_{\text{к}} - K_{\text{н}} = A_{\text{тр}}.$$

Здесь $K_{\text{к}} = 0$ – конечное значение кинетической энергии, $K_{\text{н}}$ – начальное ее значение, $A_{\text{тр}}$ – работа силы трения. Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий частей системы. Разобьём кольцо на одинаковые малые элементы массой Δm каждый. Кинетическая энергия каждого такого элемента равна

$$\Delta K = \frac{\Delta m \omega^2 R^2}{2}.$$

Суммарная кинетическая энергия всего кольца массой m равна

$$K = \frac{m \omega^2 R^2}{2}.$$

Работа сил трения равна

$$A_{\text{тр}} = -2\pi R n \mu (N_1 + N_2).$$

Здесь n – число оборотов кольца до остановки, N_i – силы реакций, действующие со сторон двугранного угла. Для этих сил имеют место соотношения:

$$N_1 = mg - \mu N_2,$$

$$N_2 = \mu N_1,$$

$$N_1 = \frac{mg}{1 + \mu^2},$$

$$N_2 = \frac{\mu mg}{1 + \mu^2}.$$

Подставим полученный результат в приведенные выше соотношения:

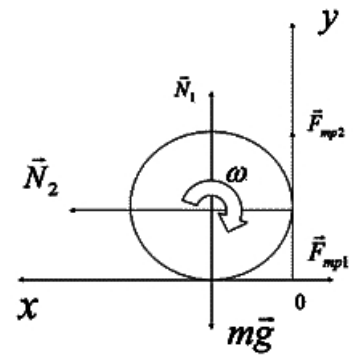
$$\frac{m \omega^2 R^2}{2} = 2\pi R n \mu (1 + \mu) \frac{mg}{1 + \mu^2}.$$

Окончательно получим:

$$n = \frac{\omega^2 R (1 + \mu^2)}{4\pi g \mu (1 + \mu)}.$$

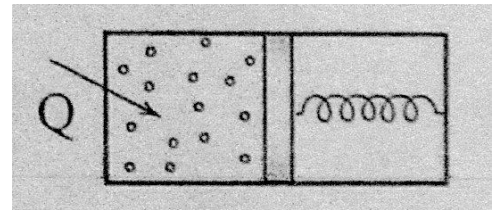
Ответ: $n = \frac{\omega^2 R (1 + \mu^2)}{4\pi g \mu (1 + \mu)}.$

Критерии оценивания



Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для теоремы о кинетической энергии	1
Получено выражение для начальной кинетической энергии кольца	1
Получено выражение для работы сил трения	1
Получены выражения для сил реакций стенок	2 (по 1 баллу за каждое выражение)
Получен окончательный ответ	1
Всего баллов	6

3. (4 балла) Смесь идеальных одноатомного и двухатомного газов, взятых в количествах $\nu_1 = 3$ моля и $\nu_2 = 4$ моля соответственно находятся в левой половине цилиндра, показанного на рисунке. Цилиндр разделен на две части поршнем, соединенного пружиной с правым торцом цилиндра. Справа от поршня – вакуум. В отсутствие газов поршень располагается вплотную к левому торцу цилиндра, при этом пружина не деформирована. Боковая поверхность цилиндра и поршень теплонепроницаемы. Нагревание газа осуществляется через левый торец цилиндра. Пренебрегая трением поршня о стенки цилиндра и потерями на нагрев цилиндра, определите теплоемкость рассматриваемой системы. Значение универсальной газовой постоянной $R = 8,31$ Дж/(К·моль).



Возможное решение.

Обозначим через x расстояние от левого торца цилиндра до поршня. Давление газа

$$p = \frac{kx}{S} = \frac{kV}{S^2} = \alpha V.$$

Здесь k – жесткость пружины, S – площадь поршня, V – объем. Из этого выражения видно, что давление прямо пропорционально объему газа. Работа газа в этом случае равна

$$A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_1 - V_2).$$

При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности α , работа газа будет определяться как

$$A = 0,5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0,5\alpha(V_2^2 - V_1^2) = 0,5(\nu_1 + \nu_2)R\Delta T.$$

Здесь мы воспользовались тем, что

$$pV = \alpha V^2 = \nu RT$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = (1,5\nu_1 + 2,5\nu_2)R\Delta T$$

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q , подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии. Разделив эту сумму на изменение температуры, получим искомое значение теплоемкости системы:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{A + \Delta U}{\Delta T} = \frac{2\nu_1 + 3\nu_2}{\Delta T} R\Delta T = (2\nu_1 + 3\nu_2)R \approx 150 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Ответ: $C = (2\nu_1 + 3\nu_2)R \approx 150 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для давления газа	1
Записано выражение для работы газа	1
Записано выражение для теплоемкости	1
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Известны максимальная $T_{max} = 900 \text{ К}$ и минимальная $T_{min} = 300 \text{ К}$ абсолютные температуры газа в цикле и отношение $k = 1,5$ конечной и начальной абсолютных температур в процессе изохорного нагрева. Определите коэффициент полезного действия этого цикла.

Возможное решение.

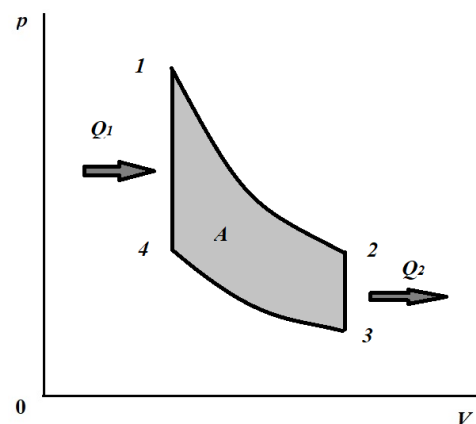
На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:

$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R(T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2}\nu R(T_{min} - T_4) < 0,$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:



$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_1^\gamma = p_3 V_1^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ - показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}} = 0,5 = 50 \%.$$

Ответ: $\eta = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}} = 0,5 = 50 \%.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1

Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с э.д.с. \mathcal{E} и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за время зарядки конденсатора.

Возможное решение.

При зарядке конденсатора по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q = C\mathcal{E}.$$

При этом конденсатор приобретает потенциальную энергию

$$W = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Работа, совершенная гальваническим элементом по переносу заряда по цепи, равна

$$A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2.$$

В резисторе выделяется количество теплоты, равное

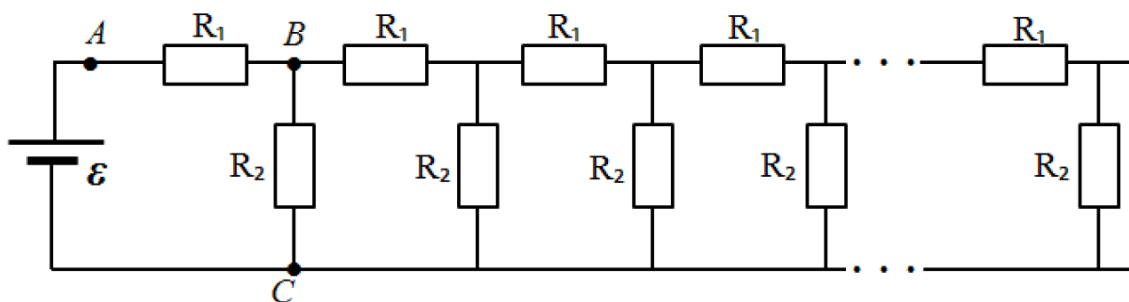
$$Q = A - W = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Ответ: $Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$

Критерии оценивания

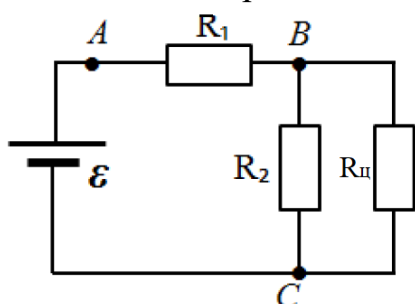
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для заряда, прошедшего по цепи	1
Записано выражение для энергии конденсатора	1
Записано выражение для работы источника	1
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянной электрической энергии с э.д.с. $\mathcal{E} = 24$ В. Идеальным амперметром измерили ток на участке AB , амперметр показал силу тока $I_1 = 100$ мА. Измерение тока таким амперметром на участке BC показало значение силы тока $I_2 = 50$ мА. Определите по этим данным сопротивление резистора R_1 .



Возможное решение.

Определим сопротивление бесконечной цепи, обозначив его $R_{ц}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится. Представим исходную цепь так, как показано на рисунке. Тогда



$$R_{ц} = R_1 + \frac{R_2 R_{ц}}{R_2 + R_{ц}}.$$

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию сила тока через резистор R_2 в два раза меньше, чем через резистор R_1 , и равна силе тока через оставшуюся часть цепи. Это означает, что $R_2 = R_{ц}$. Тогда

$$R_2 = R_1 + \frac{R_2}{2},$$

$$R_1 = \frac{R_2}{2}.$$

Далее, из второго правила Кирхгофа следует, что

$$\mathcal{E} = I_1 R_1 + I_2 R_2 = R_1 (I_1 + 2I_2),$$

$$R_1 = \frac{\mathcal{E}}{I_1 + 2I_2} = \frac{24}{0,2} = 120 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_1 = \frac{\mathcal{E}}{I_1 + 2I_2} = 120 \text{ Ом}.$

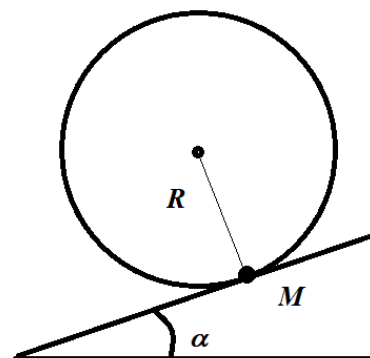
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение для сопротивления всей цепи	2
Записано соотношение между R_1 и R_2	1
Записано уравнение по второму правилу Кирхгофа	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 2

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче радиусом R закреплен маленький грузик. Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Минимальная работа, которую нужно совершит для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы центр обруча переместился на расстояние, равное πR , равна A . Определите массу грузика.



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. По условию при перекатывании обруча центр обруча проходит расстояние πR по наклонной плоскости и $\Delta h_1 = \pi R \sin \alpha$ по вертикали. При круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = 2R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное работе по перемещению груза, составляет

$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR(\pi \sin \alpha + 2 \cos \alpha).$$

Здесь M – масса грузика. Она равна

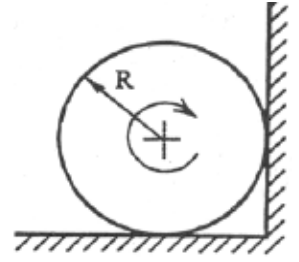
$$M = \frac{A}{gR(\pi \sin \alpha + 2 \cos \alpha)}.$$

Ответ: $M = \frac{A}{gR(\pi \sin \alpha + 2 \cos \alpha)}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

2. (6 баллов) Тонкое жесткое кольцо раскрутили вокруг оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр, до угловой скорости ω и поместили в двугранный угол, образованный перпендикулярными плоскостями (горизонтальной и вертикальной). Ось вращения параллельна ребру двугранного угла. Коэффициент трения между стенками угла и кольцом равен μ . Кольцо сделало N оборотов до остановки. Определите радиус R кольца.



Возможное решение.

На кольцо действуют сила тяжести и силы трения о стенки угла. Сила тяжести работы не совершает, так как центр масс не перемещается. В этом случае в соответствии с теоремой о кинетической энергии получим:

$$K_{\text{к}} - K_{\text{н}} = A_{\text{тр}}.$$

Здесь $K_{\text{к}} = 0$ – конечное значение кинетической энергии, $K_{\text{н}}$ – начальное ее значение, $A_{\text{тр}}$ – работа силы трения. Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий частей системы. Разобьем кольцо на одинаковые малые элементы массой Δm каждый. Кинетическая энергия каждого такого элемента равна

$$\Delta K = \frac{\Delta m \omega^2 R^2}{2}.$$

Суммарная кинетическая энергия всего кольца массой m равна

$$K = \frac{m \omega^2 R^2}{2}.$$

Работа сил трения равна

$$A_{\text{тр}} = -2\pi R n \mu (N_1 + N_2).$$

Здесь n – число оборотов кольца до остановки, N_i – силы реакций, действующие со сторон двугранного угла. Для этих сил имеют место соотношения:

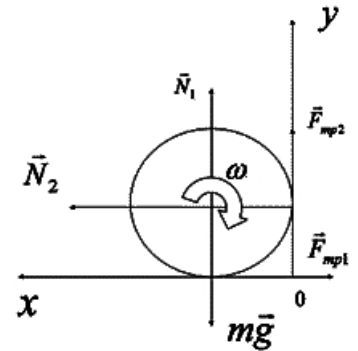
$$N_1 = mg - \mu N_2,$$

$$N_2 = \mu N_1,$$

$$N_1 = \frac{mg}{1 + \mu^2},$$

$$N_2 = \frac{\mu mg}{1 + \mu^2}.$$

Подставим полученный результат в приведенные выше соотношения:



$$\frac{m\omega^2 R^2}{2} = 2\pi R n \mu (1 + \mu) \frac{mg}{1 + \mu^2}.$$

Окончательно получим:

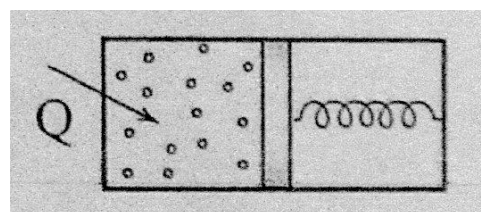
$$R = \frac{4\pi N g \mu (1 + \mu)}{\omega^2 (1 + \mu^2)}.$$

Ответ: $R = \frac{4\pi N g \mu (1 + \mu)}{\omega^2 (1 + \mu^2)}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для теоремы о кинетической энергии	1
Получено выражение для начальной кинетической энергии кольца	1
Получено выражение для работы сил трения	1
Получены выражения для сил реакций стенок	2 (по 1 баллу за каждое выражение)
Получен окончательный ответ	1
Всего баллов	6

3. (4 балла) Смесь идеальных одноатомного и двухатомного газов находятся в левой половине цилиндра, показанного на рисунке. Цилиндр разделен на две части поршнем, соединенного пружиной с правым торцом цилиндра. Справа от поршня – вакуум. В отсутствие газов поршень располагается вплотную к левому торцу цилиндра, при этом пружина не деформирована. Боковая поверхность цилиндра и поршень теплонепроницаемы. Нагревание газа осуществляется через левый торец цилиндра. двухатомный газ взят в количестве $\nu = 2$ молей. Считая, что теплоемкость системы равна $C = 120$ Дж/К, определите, сколько молей одноатомного газа находится в цилиндре? Трением поршня о стенки цилиндра и потерями на нагревание цилиндра пренебречь. Значение универсальной газовой постоянной $R = 8,31$ Дж/(К·моль).



Возможное решение.

Обозначим через x расстояние от левого торца цилиндра до поршня. Давление газа

$$p = \frac{kx}{S} = \frac{kV}{S^2} = \alpha V.$$

Здесь k – жесткость пружины, S – площадь поршня, V – объем. Из этого выражения видно, что давление прямо пропорционально объему газа. Работа газа в этом случае равна

$$A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_1 - V_2).$$

При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности α , работа газа будет определяться как

$$A = 0,5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0,5\alpha(V_2^2 - V_1^2) = 0,5(v' + v)R\Delta T.$$

Здесь v' – количество одноатомного газа, а также мы воспользовались тем, что

$$pV = \alpha V^2 = v_{\Sigma}RT.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = (1,5v' + 2,5v)R\Delta T$$

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q , подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии. Разделив эту сумму на изменение температуры, получим значение теплоемкости системы:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{A + \Delta U}{\Delta T} = \frac{2v' + 3v}{\Delta T} R\Delta T = (2v' + 3v)R.$$

Тогда

$$v' = \frac{C - 3vR}{2R} = \frac{200 - 3 \cdot 2 \cdot 8,31}{2 \cdot 8,31} \approx 9 \text{ моль}.$$

Ответ: $v' = \frac{C - 3vR}{2R} \approx 9 \text{ моль}.$

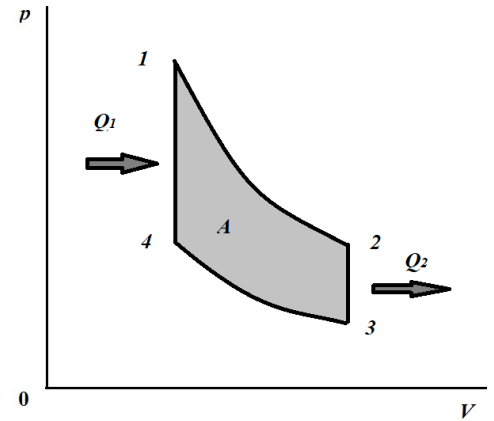
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для давления газа	1
Записано выражение для работы газа	1
Записано выражение для теплоемкости	1
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Известны максимальная $T_{max} = 900 \text{ К}$ и минимальная $T_{min} = 350 \text{ К}$ абсолютные температуры газа в цикле и коэффициент полезного действия в цикле $\eta = 0,4$. Определите отношение конечной и начальной абсолютных температур в процессе изохорного нагрева.

Возможное решение.

На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:



$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_{min} - T_4) < 0,$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:

$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_4^\gamma = p_3 V_3^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ - показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что искомое соотношение температур равно

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Тогда

$$k = \frac{T_{max}}{T_{min}} (1 - \eta) = \frac{900}{350} \cdot (1 - 0,4) \approx 1,54.$$

Ответ: $k = \frac{T_{max}}{T_{min}} (1 - \eta) \approx 1,54.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Количество теплоты, выделившееся в резисторе за время зарядки конденсатора, равно Q . Определите э.д.с. гальванического элемента.

Возможное решение.

При зарядке конденсатора по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q = C\varepsilon.$$

Здесь ε – искомая э.д.с. При этом конденсатор приобретает потенциальную энергию

$$W = \frac{C\varepsilon^2}{2}.$$

Работа, совершенная гальваническим элементом по переносу заряда по цепи, равна

$$A = q\varepsilon = C\varepsilon^2.$$

В резисторе выделяется количество теплоты, равное

$$Q = A - W = \frac{C\varepsilon^2}{2}.$$

Значит,

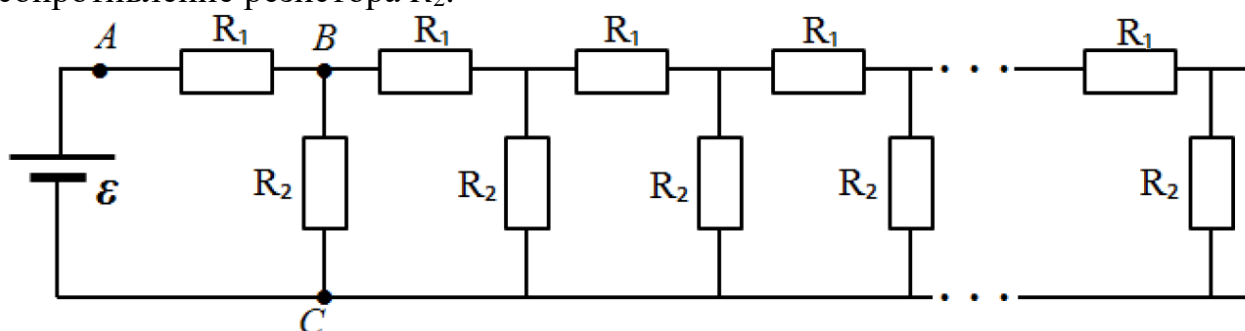
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{2Q}{C}}.$$

Ответ: $\varepsilon = \sqrt{\frac{2Q}{C}}.$

Критерии оценивания

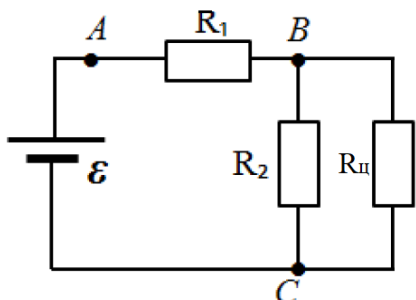
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для заряда, прошедшего по цепи	1
Записано выражение для энергии конденсатора	1
Записано выражение для работы источника	1
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянной электрической энергии с э.д.с. $\varepsilon = 12$ В. Идеальным амперметром измерили ток на участке AB , амперметр показал силу тока $I_1 = 200$ мА. Измерение тока таким амперметром на участке BC показало значение силы тока $I_2 = 100$ мА. Определите по этим данным сопротивление резистора R_2 .



Возможное решение.

Определим сопротивление бесконечной цепи, обозначив его $R_{\text{ц}}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится. Представим исходную цепь так, как показано на рисунке. Тогда



$$R_{\text{ц}} = R_1 + \frac{R_2 R_{\text{ц}}}{R_2 + R_{\text{ц}}}.$$

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию сила тока через резистор R_2 в два раза меньше, чем через резистор R_1 , и равна силе тока через оставшуюся часть цепи. Это означает, что $R_2 = R_{\text{ц}}$. Тогда

$$R_2 = R_1 + \frac{R_2}{2},$$

$$R_1 = \frac{R_2}{2}.$$

Далее, из второго правила Кирхгофа следует, что

$$\varepsilon = I_1 R_1 + I_2 R_2 = R_2 \left(\frac{I_1}{2} + I_2 \right),$$

$$R_2 = \frac{\varepsilon}{\frac{I_1}{2} + I_2} = \frac{12}{0,2} = 60 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_2 = \frac{\varepsilon}{\frac{I_1}{2} + I_2} = 60 \text{ Ом}.$

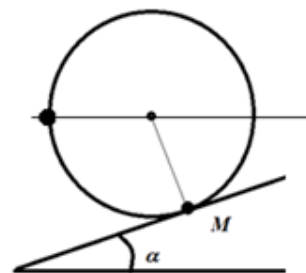
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение для сопротивления всей цепи	2
Записано соотношение между R_1 и R_2	1
Записано уравнение по второму правилу Кирхгофа	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 3

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче закреплен маленький грузик массой M . Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Минимальная работа, которую нужно совершить для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы грузик оказался на линии, параллельной основанию плоскости в положении, показанном на рисунке, равна A . Определите радиус обруча.



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. При перекатывании обруча центр обруча проходит по наклонной плоскости расстояние

$$L = \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) R .$$

Здесь R – радиус обруча. По вертикали центр обруча поднимается на

$$\Delta h_1 = \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) R \sin \alpha .$$

При круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное работе по перемещению грузика, составляет

$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right] .$$

Тогда

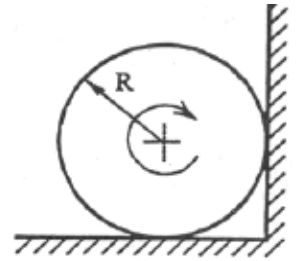
$$R = \frac{A}{Mg \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right]} .$$

Ответ: $R = \frac{A}{Mg \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right]} .$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1

2. (6 баллов) Тонкое жесткое кольцо радиусом R раскрутили вокруг оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр, и поместили в двугранный угол, образованный перпендикулярными плоскостями (горизонтальной и вертикальной). Ось вращения параллельна ребру двугранного угла. Коэффициент трения между стенками угла и кольцом равен μ . Кольцо сделало n оборотов до полной остановки. Определите, до какой угловой скорости было раскручено кольцо.



Возможное решение.

На кольцо действуют сила тяжести и силы трения о стенки угла. Сила тяжести работы не совершает, так как центр масс не перемещается. В этом случае в соответствии с теоремой о кинетической энергии получим:

$$K_{\text{к}} - K_{\text{н}} = A_{\text{тр}}.$$

Здесь $K_{\text{к}} = 0$ – конечное значение кинетической энергии, $K_{\text{н}}$ – начальное ее значение, $A_{\text{тр}}$ – работа силы трения. Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий частей системы. Разобьем кольцо на одинаковые малые элементы массой Δm каждый. Кинетическая энергия каждого такого элемента равна

$$\Delta K = \frac{\Delta m \omega^2 R^2}{2}.$$

Суммарная кинетическая энергия всего кольца массой m равна

$$K = \frac{m \omega^2 R^2}{2}.$$

Работа сил трения равна

$$A_{\text{тр}} = -2\pi R n \mu (N_1 + N_2).$$

Здесь n – число оборотов кольца до остановки, N_i – силы реакций, действующие со сторон двугранного угла. Для этих сил имеют место соотношения:

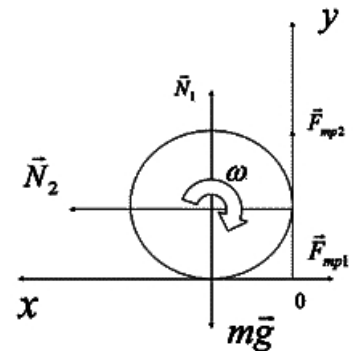
$$N_1 = mg - \mu N_2,$$

$$N_2 = \mu N_1,$$

$$N_1 = \frac{mg}{1 + \mu^2},$$

$$N_2 = \frac{\mu mg}{1 + \mu^2}.$$

Подставим полученный результат в приведенные выше соотношения:



$$\frac{m\omega^2 R^2}{2} = 2\pi R n \mu (1 + \mu) \frac{mg}{1 + \mu^2}.$$

Окончательно получим:

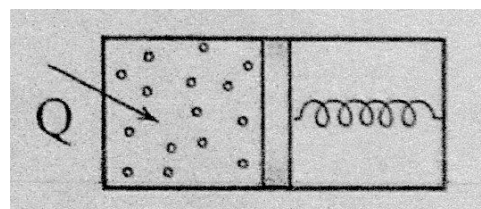
$$\omega = \sqrt{\frac{4\pi n g \mu (1 + \mu)}{R(1 + \mu^2)}}.$$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{4\pi n g \mu (1 + \mu)}{R(1 + \mu^2)}}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для теоремы о кинетической энергии	1
Получено выражение для начальной кинетической энергии кольца	1
Получено выражение для работы сил трения	1
Получены выражения для сил реакций стенок	2 (по 1 баллу за каждое выражение)
Получен окончательный ответ	1
Всего баллов	6

3. (4 балла) Смесь идеальных одноатомного и двухатомного газов находится в левой половине цилиндра, показанного на рисунке. Цилиндр разделен на две части поршнем, соединенного пружиной с правым торцом цилиндра. Справа от поршня – вакуум. В отсутствие газов поршень располагается вплотную к левому торцу цилиндра, при этом пружина не деформирована. Боковая поверхность цилиндра и поршень теплонепроницаемы. Нагревание газа осуществляется через левый торец цилиндра. Одноатомный газ взят в количестве $\nu = 1,5$ молей. Считая, что теплоемкость системы равна $C = 120$ Дж/К, определите, сколько молей двухатомного газа находится в цилиндре? Трением поршня о стенки цилиндра и потерями на нагревание цилиндра пренебречь. Значение универсальной газовой постоянной $R = 8,31$ Дж/(К·моль).



Возможное решение.

Обозначим через x расстояние от левого торца цилиндра до поршня. Давление газа

$$p = \frac{kx}{S} = \frac{kV}{S^2} = \alpha V.$$

Здесь k – жесткость пружины, S – площадь поршня, V – объем. Из этого выражения видно, что давление прямо пропорционально объему газа. Работа газа в этом случае равна

$$A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_1 - V_2).$$

При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности α , работа газа будет определяться как

$$A = 0,5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0,5\alpha(V_2^2 - V_1^2) = 0,5(v' + v)R\Delta T.$$

Здесь v' – количество двухатомного газа, а также мы воспользовались тем, что

$$pV = \alpha V^2 = \nu_{\Sigma}RT.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = (1,5v + 2,5v')R\Delta T$$

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q , подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии. Разделив эту сумму на изменение температуры, получим искомое значение теплоемкости системы:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{A + \Delta U}{\Delta T} = \frac{2v + 3v'}{\Delta T} R\Delta T = (2v + 3v')R.$$

Тогда

$$v' = \frac{C - 2vR}{3R} = \frac{120 - 2 \cdot 1,5 \cdot 8,31}{3 \cdot 8,31} \approx 3,8 \text{ моль}.$$

Ответ: $v' = \frac{C - 2vR}{3R} \approx 3,8 \text{ моль}.$

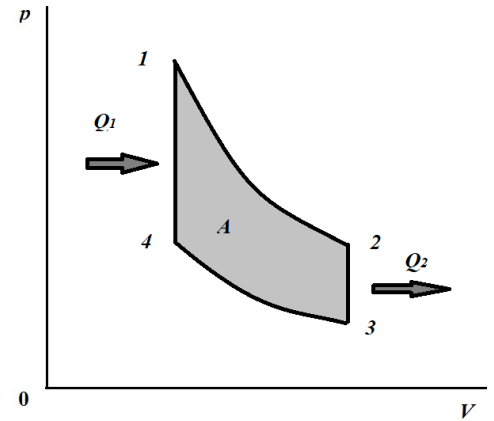
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для давления газа	1
Записано выражение для работы газа	1
Записано выражение для теплоемкости	1
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Известны максимальная $T_{max} = 900$ К и минимальная $T_{min} = 400$ К абсолютные температуры газа в цикле и коэффициент полезного действия в цикле $\eta = 0,35$. Определите отношение начальной и конечной абсолютных температур в процессе изохорного охлаждения.

Возможное решение.

На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:



$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_{min} - T_4) < 0,$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:

$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_4^\gamma = p_3 V_3^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ - показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Тогда

$$k = (1 - \eta) \frac{T_{max}}{T_{min}} = (1 - 0,35) \cdot \frac{900}{400} \approx 1,46.$$

Ответ: $k = (1 - \eta) \frac{T_{max}}{T_{min}} \approx 1,46.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с э.д.с. \mathcal{E} и с внутренним сопротивлением r . Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе сопротивлением R за время зарядки конденсатора.

Возможное решение.

При зарядке конденсатора по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q = C\mathcal{E}.$$

При этом конденсатор приобретает потенциальную энергию

$$W = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Работа, совершенная гальваническим элементом по переносу заряда по цепи, равна

$$A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2.$$

На резисторе и внутреннем сопротивлении источника в сумме выделяется количество теплоты, равное

$$Q = A - W = \frac{C\varepsilon^2}{2}. \text{Цепь последовательная, поэтому}$$

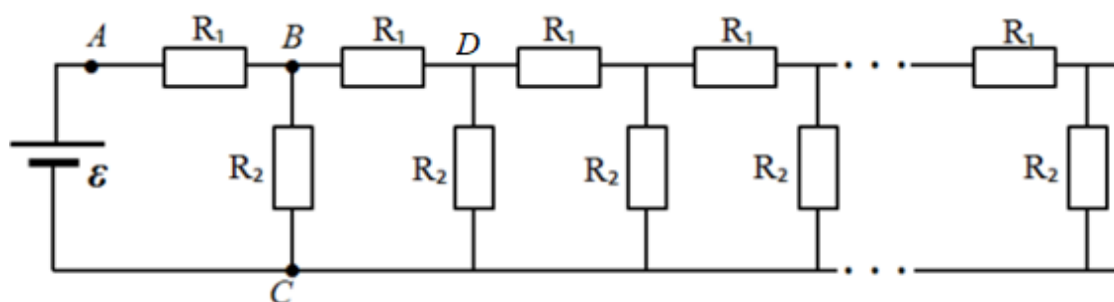
$$Q_R = \frac{C\varepsilon^2 R}{2(R+r)}.$$

Ответ: $Q_R = \frac{C\varepsilon^2 R}{2(R+r)}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для заряда, прошедшего по цепи	1
Записано выражение для энергии конденсатора	1
Записано выражение для работы источника	1
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянного электрической энергии с э.д.с. $\varepsilon = 36$ В. Идеальным вольтметром измерили напряжения на резисторах R_1 и R_2 , эти напряжения оказались равными. Этим же вольтметром измерили напряжение на участке BD , оно оказалось в два раза меньше, чем на участке AB . Определите по этим данным сопротивление резистора R_1 , если сила тока ветви DC равна $I = 20$ мА.



Возможное решение.

Обозначим сопротивление бесконечной цепи $R_{ц}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится.

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию напряжение на участке BD в два раза меньше, чем на участке AB , значит ток в ветви BD в два раза меньше, чем в ветви AB . Это значит, что ток в ветви BC также в два раза меньше, чем в ветви AB . А

поскольку $U_{AB} = U_{BC}$, то $R_2 = 2R_1$. Из этих же соображений следует, что $R_2 = R_{ц}$ и $I_{BC} = I_{BD} = 2I$, $I_{R1} = 4I$. Сопротивление резистора R_1 вычислим из выражения

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{2 \cdot 4I} = 225 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_1 = \frac{\varepsilon}{8I} = 225 \text{ Ом}.$

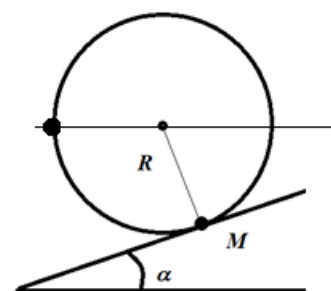
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано соотношение между R_1 и R_2	1
Записано соотношение между R_2 и $R_{ц}$	1
Записано соотношение между токами в ветвях	2
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 4

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче радиусом R закреплен маленький грузик массой M . Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Определите, какую минимальную работу нужно совершить для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы грузик оказался на линии, параллельной основанию плоскости в положении, показанном на рисунке.



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. При перекатывании обруча центр обруча проходит по наклонной плоскости расстояние

$$L = \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) R.$$

Здесь R – радиус обруча. По вертикали центр обруча поднимается на

$$\Delta h_1 = \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) R \sin \alpha.$$

При круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное работе по перемещению грузика, составляет

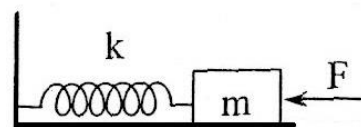
$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right].$$

Ответ: $A = MgR \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right].$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

2. (6 баллов) На неподвижный груз, лежащий на гладком горизонтальном столе и прикрепленный к недеформированной пружине жесткостью $k = 800$ Н/м начинает действовать постоянная сила $F = 0,9$ Н. Через некоторое время действие силы прекращается. Определите, какое расстояние должно пройти тело, чтобы скорость тела в момент прекращения действия силы равнялась нулю.



Возможное решение.

Нулевое значение скорости будет достигнуто при максимальном сжатии пружины. В соответствии с теоремой об изменении кинетической энергии это будет при следующих условиях:

$$FL = \frac{kL^2}{2}.$$

$$L = \frac{2F}{k} = 2,25 \text{ мм}.$$

Ответ: $L = \frac{2F}{k} = 2,25 \text{ мм}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0

Указана необходимость использования теоремы о кинетической энергии	2
Записано выражение связи работы силы и потенциальной энергии пружины	2
Получено выражение для расчета перемещения груза	1
Получен окончательный ответ	1
Всего баллов	6

3. (4 балла) В идеальном одноатомном газе совершается процесс, в котором давление прямо пропорционально объему. Определите изменение внутренней энергии газа в этом процессе, если известно количество теплоты Q , подведенное к газу.

Возможное решение.

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q , подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии:

$$Q = A + \Delta U .$$

При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности k , работа газа будет определяться как

$$A = 0,5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0,5k(V_2^2 - V_1^2) = 0,5\nu R\Delta T .$$

Здесь ν – количество газа, а также мы воспользовались тем, что

$$pV = \alpha V^2 = \nu RT .$$

Учитывая, что

$$\Delta U = 1,5\nu R\Delta T ,$$

получаем

$$\Delta U = \frac{3Q}{4} .$$

Ответ: $\Delta U = \frac{3Q}{4} .$

Критерии оценивания

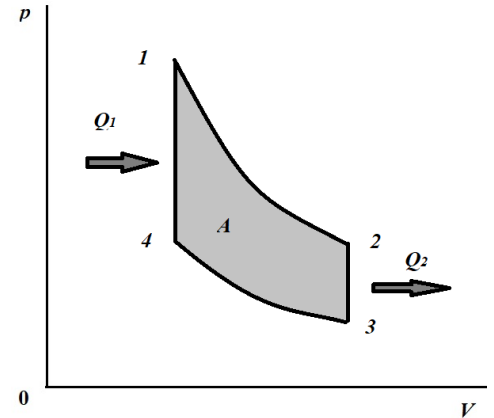
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для первого начала термодинамики	1
Записано выражение для работы газа	1
Записано выражение для внутренней энергии	1
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Известны минимальная $T_{min} = 310$ К абсолютная температура газа в цикле, коэффициент полезного действия в цикле

$\eta = 0,35$ и отношение конечной и начальной абсолютных температур в процессе изохорного нагрева $k = 1,6$. Определите максимальную абсолютную температуру газа в цикле.

Возможное решение.

На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:



$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_{min} - T_4) < 0,$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:

$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_4^\gamma = p_3 V_3^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ - показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Тогда

$$T_{max} = \frac{kT_{min}}{1 - \eta} \approx 763 \text{ К}.$$

Ответ: $T_{max} = \frac{kT_{min}}{1 - \eta} \approx 763 \text{ К}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с э.д.с. \mathcal{E} и с внутренним сопротивлением r . Определите количество теплоты, выделившееся на внутреннем сопротивлении источника за время зарядки конденсатора.

Возможное решение.

При зарядке конденсатора по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q = C\mathcal{E}.$$

При этом конденсатор приобретает потенциальную энергию

$$W = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Работа, совершенная гальваническим элементом по переносу заряда по цепи, равна

$$A = q\varepsilon = C\varepsilon^2.$$

В резисторе и внутреннем сопротивлении гальванического элемента суммарно выделяется количество теплоты, равное

$$Q = A - W = \frac{C\varepsilon^2}{2}.$$

Цепь последовательная, поэтому

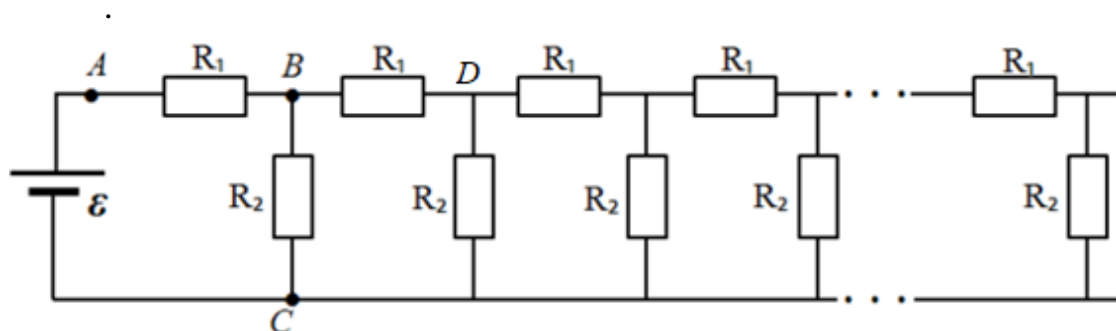
$$Q_r = \frac{C\varepsilon^2 r}{2(R+r)}.$$

Ответ: $Q_r = \frac{C\varepsilon^2 r}{2(R+r)}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для заряда, прошедшего по цепи	1
Записано выражение для энергии конденсатора	1
Записано выражение для работы источника	1
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянной электрической энергии с э.д.с. $\varepsilon = 36$ В. Идеальным вольтметром измерили напряжения на участках AB и BC , эти напряжения оказались равными. Этим же вольтметром измерили напряжение на участке BD , оно оказалось в два раза меньше, чем на участке AB . Определите по этим данным сопротивление резистора R_2 , если сила тока в ветви DC равна $I = 20$ мА.



Возможное решение.

Обозначим сопротивление бесконечной цепи $R_{ц}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится.

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию напряжение на участке BD в два раза меньше, чем на участке AB , значит ток в ветви BD в два раза меньше, чем в ветви AB . Это значит, что ток в ветви BC также в два раза меньше, чем в ветви AB . Из этих соображений следует, что $R_2 = R_{ц}$ и $I_{BC} = I_{BD} = 2I$. Сопротивление резистора R_2 вычислим из выражения

$$R_2 = \frac{\varepsilon}{2 \cdot 2I} = 450 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_2 = \frac{\varepsilon}{4I} = 450 \text{ Ом}.$

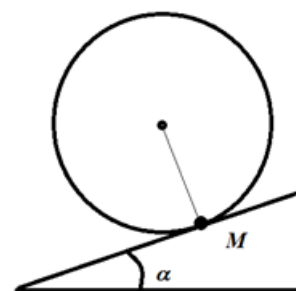
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано соотношение между токами в ветвях AB , BD	2
Записано соотношение между R_2 и $R_{ц}$	1
Записано выражение для тока через R_2	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 5

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче закреплен маленький грузик массой M . Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Минимальная работа, которую нужно совершить для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы центр обруча переместился на расстояние, равное πR , равна A . Определите радиус обруча.



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. По условию при перекатывании обруча центр обруча проходит расстояние πR (R – радиус обруча) по наклонной плоскости и $\Delta h_1 = \pi R \sin \alpha$ по вертикали. При

круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = 2R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное работе по перемещению груза, составляет

$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR(\pi \sin \alpha + 2 \cos \alpha).$$

Тогда

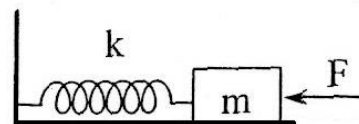
$$R = \frac{A}{Mg(\pi \sin \alpha + 2 \cos \alpha)}.$$

Ответ: $R = \frac{A}{Mg(\pi \sin \alpha + 2 \cos \alpha)}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

2. (6 баллов) На неподвижный груз, лежащий на гладком горизонтальном столе и прикрепленный к недеформированной пружине жесткостью $k = 750$ Н/м начинает действовать постоянная сила $F = 1,1$ Н. Через некоторое время действие силы прекращается.



Определите, какое расстояние должно пройти тело, чтобы скорость тела в момент прекращения действия силы была максимальна.

Возможное решение.

Максимальное значение скорости будет достигнуто при равенстве силы упругости внешней силе. Это будет выполнено при условии

$$x = \frac{F}{k} \approx 1,5 \text{ мм}.$$

Ответ: $x = \frac{F}{k} \approx 1,5 \text{ мм}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сделан вывод о том, на каком этапе движения скорость максимальна	3

Записано выражение для перемещения	2
Получен окончательный ответ	1
Всего баллов	6

3. (4 балла) В идеальном одноатомном газе совершается процесс, в котором давление прямо пропорционально объему. Определите количество теплоты Q , подведенное к газу, если известно изменение внутренней энергии ΔU газа в этом процессе.

Возможное решение.

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q , подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии.

$$Q = A + \Delta U .$$

При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности k , работа газа будет определяться как

$$A = 0,5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0,5k(V_2^2 - V_1^2) = 0,5\nu R\Delta T .$$

Здесь ν – количество газа, а также мы воспользовались тем, что

$$pV = \alpha V^2 = \nu RT .$$

Учитывая, что

$$\Delta U = 1,5\nu R\Delta T ,$$

получаем

$$Q = \frac{4\Delta U}{3} .$$

Ответ: $Q = \frac{4\Delta U}{3} .$

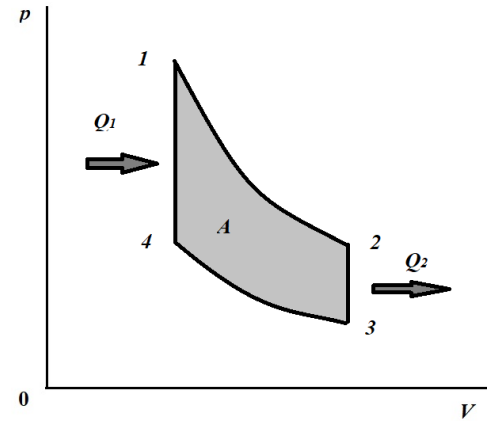
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для первого начала термодинамики	1
Записано выражение для работы газа	1
Записано выражение для внутренней энергии	1
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Известны максимальная $T_{max} = 950$ К абсолютная температура газа в цикле, коэффициент полезного действия в цикле $\eta = 0,35$ и отношение конечной и начальной абсолютных температур в процессе изохорного нагрева $k = 1,6$. Определите минимальную абсолютную температуру газа в цикле.

Возможное решение.

На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:



$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_{min} - T_4) < 0,$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:

$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_4^\gamma = p_3 V_3^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ - показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Тогда

$$T_{min} = \frac{T_{max}(1 - \eta)}{k} \approx 366 \text{ К}.$$

Ответ: $T_{min} = \frac{T_{max}(1 - \eta)}{k} \approx 366 \text{ К}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с э.д.с. \mathcal{E} , внутренним сопротивлением которого можно пренебречь. Определите мощность, выделившуюся на резисторе в первый момент времени зарядки конденсатора.

Возможное решение.

Напряжение на конденсаторе, зарядка которого производится через конечное сопротивление, мгновенно измениться не может, поэтому в момент времени подключения гальванического элемента к цепи напряжение на конденсаторе равно нулю, и по цепи в этот момент времени протекает ток силой

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Напряжение на резисторе, создаваемое этим током, равно э.д.с. гальванического элемента, поэтому мощность, выделяющаяся на резисторе, равна

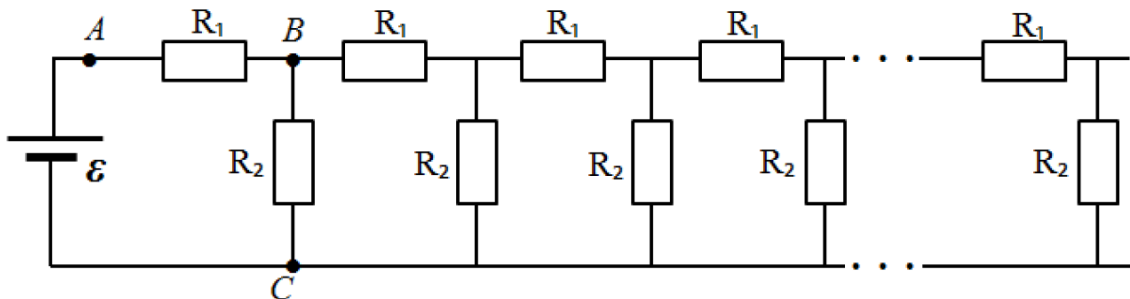
$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R}.$$

Ответ: $P = \frac{\mathcal{E}^2}{R}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулировано утверждение о равенстве нулю напряжения на конденсаторе	2
Записано выражение для мгновенного значения силы тока	1
Рассчитана мощность	1
Всего баллов	4

6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянной электрической энергии с э.д.с. $\mathcal{E} = 20$ В. Идеальным вольтметром измерили напряжения на резисторах R_1 и R_2 , эти напряжения оказались равными. Этим же вольтметром измерили напряжение на участке BD , оно оказалось в два раза меньше, чем на участке AB . Определите по этим данным мощность, выделяющуюся на резисторе R_2 , если сила тока в ветви DC равна $I = 20$ мА.



Возможное решение.

Обозначим сопротивление бесконечной цепи $R_{ц}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится.

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию напряжение на участке BD в два раза меньше, чем на участке AB , значит ток в ветви BD в два раза меньше, чем в ветви AB . Это значит, что ток в ветви BC также в два раза меньше, чем в ветви AB . Из этих соображений следует, что $R_2 = R_{ц}$, и $I_{BC} = I_{BD} = 2I$. Напряжение на резисторе R_2 равно напряжению на резисторе R_1 , значит

$$U_{BC} = \frac{\mathcal{E}}{2}.$$

Сопротивление резистора R_2 вычислим из выражения

$$R_2 = \frac{\varepsilon}{2 \cdot 2I} = \frac{\varepsilon}{4I}.$$

По закону Джоуля – Ленца

$$P_{R_2} = \frac{U_{BC}^2}{R_2} = \frac{\varepsilon^2 \cdot 4I}{4 \cdot \varepsilon} = \varepsilon I = 0,4 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P_{R_2} = \varepsilon I = 0,4 \text{ Вт}.$

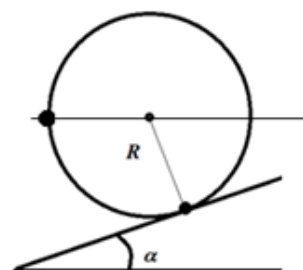
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано соотношение между токами в ветвях AB, BD, DC	2
Записано соотношение между R_2 и $R_{\text{ц}}$	1
Записано выражение для R_2	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 6

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче радиусом R закреплен маленький грузик. Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Минимальная работа, которую нужно совершить для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы грузик оказался на линии, параллельной основанию плоскости в положении, показанном на рисунке, равна A . Определите массу грузика.



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. При перекатывании обруча центр обруча проходит по наклонной плоскости расстояние

$$L = \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) R.$$

Здесь R – радиус обруча. По вертикали центр обруча поднимается на

$$\Delta h_1 = \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) R \sin \alpha .$$

При круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное работе по перемещению грузика, составляет

$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right] .$$

Тогда

$$M = \frac{A}{Rg \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right]} .$$

Ответ: $M = \frac{A}{Rg \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right]} .$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

2. (6 баллов) На горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска массой m каждый. Они связаны нитью, а между ними помещена сжатая легкая пружина, не скрепленная с брусками. После перерезания нити бруски начали двигаться, а когда расстояние между ними увеличилось по сравнению с первоначальным на L , бруски остановились. Определите потенциальную энергию сжатой пружины. Коэффициент трения между брусками и плоскостью равен μ .



Возможное решение.

Изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$ пружины равно работе сил трения, действующих на брусок. Из соображений симметрии следует, что одинаковые грузики в процессе движения прошли равные расстояния, а сумма этих расстояний равна L . На каждый из брусков действовала сила трения, равная μmg . В результате получаем

$$\Pi = \mu mgL .$$

Ответ: $\Pi = \mu mgL .$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулирован или записан в виде формулы закон изменения механической энергии	1
Определено суммарное перемещение брусков	2
Получено выражение для работы сил трения	2
Получен окончательный ответ	1
Всего баллов	6

3. (4 балла) В идеальном одноатомном газе совершается процесс, в котором давление прямо пропорционально объему. Определите работу, совершенную газом, если известно количество теплоты Q , подведенное к газу.

Возможное решение.

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q , подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии:

$$Q = A + \Delta U .$$

При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности k , работа газа будет определяться как

$$A = 0,5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0,5k(V_2^2 - V_1^2) = 0,5\nu R\Delta T .$$

Здесь ν – количество газа, а также мы воспользовались тем, что

$$pV = \alpha V^2 = \nu RT .$$

Учитывая, что

$$\Delta U = 1,5\nu R\Delta T ,$$

получаем

$$A = \frac{Q}{4} .$$

Ответ: $A = \frac{Q}{4}$.

Критерии оценивания

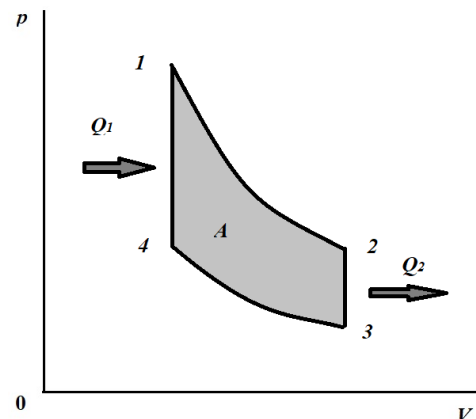
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для первого начала термодинамики	1
Записано выражение для работы газа	1
Записано выражение для внутренней энергии	1
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Известны коэффициент полезного

действия в цикле $\eta = 0,35$ и отношение конечной и начальной абсолютных температур в процессе изохорного нагрева $k = 1,6$. Определите коэффициент полезного действия цикла Карно при таком же отношении максимальной температуры к минимальной, как и в рассматриваемом цикле.

Возможное решение.

На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:



$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_{min} - T_4) < 0,$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:

$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_4^\gamma = p_3 V_3^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ - показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Для цикла Карно

$$\eta_K = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Тогда

$$\eta_K = 1 - \frac{1 - \eta}{k} \approx 0,59 = 59 \%.$$

Ответ: $\eta_K = 1 - \frac{1 - \eta}{k} \approx 0,59 = 59 \%.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1
Записано выражение для цикла Карно	1
Произведены необходимые преобразования и получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с э.д.с. \mathcal{E} с внутренним сопротивлением, равным r . Определите мощность, выделившуюся на резисторе в первый момент времени зарядки конденсатора.

Возможное решение.

Напряжение на конденсаторе, зарядка которого производится через конечное сопротивление, мгновенно измениться не может, поэтому в момент

времени подключения гальванического элемента к цепи напряжение на конденсаторе равно нулю, и по цепи в этот момент времени протекает ток силой

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Напряжение на резисторе, создаваемое этим током, равно

$$U_R = \frac{\mathcal{E}R}{R + r}.$$

Поэтому мощность, выделяющаяся на резисторе, равна

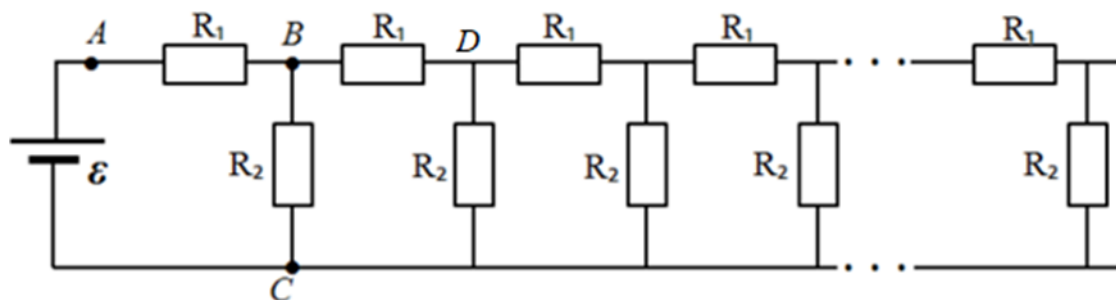
$$P = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}.$$

Ответ: $P = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулировано утверждение о равенстве нулю напряжения на конденсаторе	1
Записано выражение для мгновенного значения силы тока	1
Записано выражение для напряжения на резисторе	1
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянной электрической энергии с э.д.с. $\mathcal{E} = 32$ В. Идеальным вольтметром измерили напряжения на резисторах R_1 и R_2 , эти напряжения оказались равными. Этим же вольтметром измерили напряжение на участке BD , оно оказалось в два раза меньше, чем на участке AB . Определите по этим данным мощность, выделяющуюся на резисторе R_1 , если сила тока в ветви DC равна $I = 20$ мА.



Возможное решение.

Обозначим сопротивление бесконечной цепи $R_{ц}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится.

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию напряжение на участке BD в два раза меньше, чем на участке AB , значит ток в ветви BD в два раза меньше, чем в ветви AB . Это значит, что ток в ветви BC также в два раза меньше, чем в ветви AB . А поскольку $U_{AB} = U_{BC} = \frac{\mathcal{E}}{2}$, то $R_2 = 2R_1$. Из этих же соображений следует, что $R_2 = R_{ц}$. и $I_{BC} = I_{BD} = 2I$, $I_{R1} = 4I$. Сопротивление резистора R_1 равно

$$R_1 = \frac{\mathcal{E}}{2 \cdot 4I}.$$

По закону Джоуля – Ленца

$$P_{R_1} = \frac{U_{AB}^2}{R_1} = \frac{\mathcal{E}^2 \cdot 8I}{4 \cdot \mathcal{E}} = 2\mathcal{E}I = 1,28 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P_{R_1} = 2\mathcal{E}I = 1,28 \text{ Вт}.$

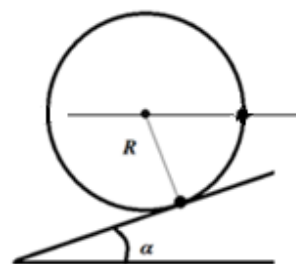
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано соотношение между R_1 и R_2	1
Записано соотношение между R_2 и $R_{ц}$	1
Записано соотношение между токами в ветвях	1
Записано выражение для расчета R_1	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 7

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче радиусом R закреплен маленький грузик. Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Минимальная работа, которую нужно совершить для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы грузик оказался на линии, параллельной основанию плоскости в положении, показанном на рисунке, равна A . Определите массу грузика.



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. При перекатывании обруча центр обруча проходит по наклонной плоскости расстояние

$$L = \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) R .$$

Здесь R – радиус обруча. По вертикали центр обруча поднимается на

$$\Delta h_1 = \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) R \sin \alpha .$$

При круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное работе по перемещению грузика, составляет

$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR \left[\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha + \cos \alpha \right] .$$

Тогда

$$M = \frac{A}{Rg \left[\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha + \cos \alpha \right]} .$$

Ответ: $M = \frac{A}{Rg \left[\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha + \cos \alpha \right]} .$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

2. (6 баллов) На горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска массой m каждый. Они связаны нитью, а между ними помещена сжатая легкая



пружина, не скрепленная с брусками. Потенциальная энергия сжатой пружины равна Π . После перерезания нити бруски начали двигаться, затем бруски остановились. Определите, на сколько увеличилось расстояние между брусками. Коэффициент трения между брусками и плоскостью равен μ .

Возможное решение.

Изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$ пружины равно работе сил трения, действующих на брусок. Из соображений симметрии следует, что одинаковые грузики в процессе движения прошли равные расстояния, а сумма этих расстояний равна L . На каждый из брусков действовала сила трения, равная μmg . В результате получаем

$$L = \frac{\Pi}{\mu mg}.$$

Ответ: $L = \frac{\Pi}{\mu mg}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулирован или записан в виде формулы закон изменения механической энергии	1
Определено суммарное перемещение брусков	2
Получено выражение для работы сил трения	1
Получен окончательный ответ	2
Всего баллов	6

3. (4 балла) В идеальном одноатомном газе совершается процесс, в котором давление прямо пропорционально объему. Определите работу, совершенную газом, если известно изменение внутренней энергии газа ΔU в этом процессе.

Возможное решение.

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q , подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии:

$$Q = A + \Delta U.$$

При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности k , работа газа будет определяться как

$$A = 0,5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0,5k(V_2^2 - V_1^2) = 0,5\nu R\Delta T.$$

Здесь ν – количество газа, а также мы воспользовались тем, что

$$pV = \alpha V^2 = \nu RT.$$

Учитывая, что

$$\Delta U = 1,5\nu R\Delta T,$$

Получаем

$$A = \frac{\Delta U}{3}.$$

Ответ: $A = \frac{\Delta U}{3}.$

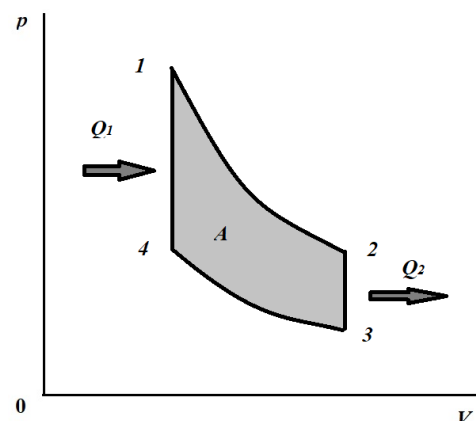
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для первого начала термодинамики	1
Записано выражение для работы газа	1
Записано выражение для внутренней энергии	1
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Отношение начальной и конечной абсолютных температур в процессе изохорного охлаждения $k = 1,5$. Определите коэффициент полезного действия в этом цикле, если коэффициент полезного действия цикла Карно при таком же отношении максимальной температуры к минимальной, как и в рассматриваемом цикле, равен 50 %.

Возможное решение.

На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:



$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_{min} - T_4) < 0,$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:

$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_1^\gamma = p_3 V_1^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ - показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Для цикла Карно

$$\eta_K = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Тогда

$$\eta = 1 - k(1 - \eta_K) = 0,25 = 25 \%.$$

Ответ: $\eta = 1 - k(1 - \eta_K) = 0,25 = 25 \%.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1
Записано выражение для к.п.д. цикла Карно	1

Произведены необходимые преобразования и получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с э.д.с. \mathcal{E} с внутренним сопротивлением, равным r . Определите мощность, выделившуюся на внутреннем сопротивлении гальванического элемента в первый момент времени зарядки конденсатора.

Возможное решение.

Напряжение на конденсаторе, зарядка которого производится через конечное сопротивление, мгновенно измениться не может, поэтому в момент времени подключения гальванического элемента к цепи напряжение на конденсаторе равно нулю, и по цепи в этот момент времени протекает ток силой

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Напряжение на внутреннем сопротивлении гальванического элемента, создаваемое этим током, равно

$$U_R = \frac{\mathcal{E}r}{R + r}.$$

Поэтому мощность, выделяющаяся на внутреннем сопротивлении гальванического элемента, равна

$$P = \frac{\mathcal{E}^2 r}{(R + r)^2}.$$

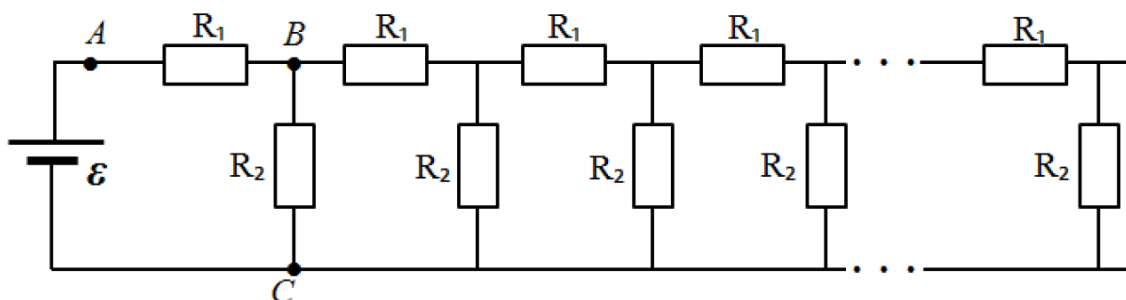
Ответ: $P = \frac{\mathcal{E}^2 r}{(R+r)^2}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулировано утверждение о равенстве нулю напряжения на конденсаторе	1
Записано выражение для мгновенного значения силы тока	1
Записано выражение для напряжения на внутреннем сопротивлении гальванического элемента	1
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

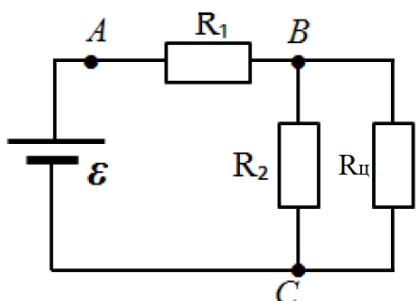
6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянного электрической энергии с э.д.с. $\mathcal{E} = 40$ В. Идеальным амперметром измерили ток на участке AB ,

амперметр показал силу тока $I_1 = 100$ мА. Измерение тока таким амперметром на участке BC показало значение силы тока $I_2 = 50$ мА. Определите по этим данным мощность, выделяющуюся на резисторе R_1 .



Возможное решение.

Определим сопротивление бесконечной цепи, обозначив его $R_{ц}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится. Представим исходную цепь так, как показано на рисунке. Тогда



$$R_{ц} = R_1 + \frac{R_2 R_{ц}}{R_2 + R_{ц}}$$

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию сила тока через резистор R_2 в два раза меньше, чем через резистор R_1 , и равна силе тока через оставшуюся часть цепи. Это означает, что $R_2 = R_{ц}$. Тогда

$$R_2 = R_1 + \frac{R_2}{2},$$

$$R_1 = \frac{R_2}{2}.$$

Далее, из второго правила Кирхгофа следует, что

$$\varepsilon = I_1 R_1 + I_2 R_2 = R_1 (I_1 + 2I_2),$$

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{I_1 + 2I_2}.$$

Мощность, выделяющаяся на резисторе R_1 , равна

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{I_1^2 \varepsilon}{I_1 + 2I_2} = 1,2 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P_1 = \frac{I_1^2 \varepsilon}{I_1 + 2I_2} = 1,2 \text{ Вт}.$

Критерии оценивания

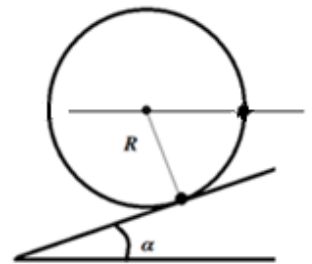
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение для сопротивления всей цепи	1

Записано соотношение между R_1 и R_2	1
Записано уравнение по второму правилу Кирхгофа	1
Записано выражение для мощности	
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 7

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче радиусом R закреплен маленький грузик. Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Минимальная работа, которую нужно совершить для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы грузик оказался на линии, параллельной основанию плоскости в положении, показанном на рисунке, равна A . Определите массу грузика.



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. При перекатывании обруча центр обруча проходит по наклонной плоскости расстояние

$$L = \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) R.$$

Здесь R – радиус обруча. По вертикали центр обруча поднимается на

$$\Delta h_1 = \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) R \sin \alpha.$$

При круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное работе по перемещению грузика, составляет

$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR \left[\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right].$$

Тогда

$$M = \frac{A}{Rg \left[\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right]}.$$

Ответ: $M = \frac{A}{Rg \left[\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \sin \alpha + \cos \alpha \right]}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

2. (6 баллов) На горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска массой m каждый. Они связаны нитью, а между ними помещена сжатая легкая пружина, не скрепленная с брусками. Потенциальная энергия сжатой пружины равна Π . После перерезания нити бруски начали двигаться, затем бруски остановились. Определите, на сколько увеличилось расстояние между брусками. Коэффициент трения между брусками и плоскостью равен μ .



Возможное решение.

Изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$ пружины равно работе сил трения, действующих на брусок. Из соображений симметрии следует, что одинаковые грузики в процессе движения прошли равные расстояния, а сумма этих расстояний равна L . На каждый из брусков действовала сила трения, равная μmg . В результате получаем

$$L = \frac{\Pi}{\mu mg}.$$

Ответ: $L = \frac{\Pi}{\mu mg}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулирован или записан в виде формулы закон изменения механической энергии	1
Определено суммарное перемещение брусков	2
Получено выражение для работы сил трения	1
Получен окончательный ответ	2
Всего баллов	6

3. (4 балла) В идеальном одноатомном газе совершается процесс, в котором давление прямо пропорционально объему. Определите работу,

совершенную газом, если известно изменение внутренней энергии газа ΔU в этом процессе.

Возможное решение.

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q , подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии:

$$Q = A + \Delta U .$$

При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности k , работа газа будет определяться как

$$A = 0,5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0,5k(V_2^2 - V_1^2) = 0,5\nu R\Delta T .$$

Здесь ν – количество газа, а также мы воспользовались тем, что

$$pV = \alpha V^2 = \nu RT .$$

Учитывая, что

$$\Delta U = 1,5\nu R\Delta T ,$$

Получаем

$$A = \frac{\Delta U}{3} .$$

Ответ: $A = \frac{\Delta U}{3}$.

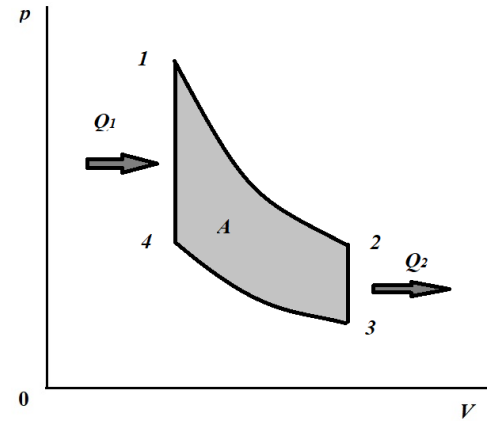
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для первого начала термодинамики	1
Записано выражение для работы газа	1
Записано выражение для внутренней энергии	1
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Отношение начальной и конечной абсолютных температур в процессе изохорного охлаждения $k = 1,5$. Определите коэффициент полезного действия в этом цикле, если коэффициент полезного действия цикла Карно при таком же отношении максимальной температуры к минимальной, как и в рассматриваемом цикле, равен 50 %.

Возможное решение.

На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:



$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_{min} - T_4) < 0,$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:

$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_4^\gamma = p_3 V_3^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ – показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Для цикла Карно

$$\eta_K = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Тогда

$$\eta = 1 - k(1 - \eta_K) = 0,25 = 25 \%.$$

Ответ: $\eta = 1 - k(1 - \eta_K) = 0,25 = 25 \%.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1
Записано выражение для к.п.д. цикла Карно	1
Произведены необходимые преобразования и получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с э.д.с. \mathcal{E} с внутренним сопротивлением, равным r . Определите мощность, выделившуюся на внутреннем сопротивлении гальванического элемента в первый момент времени зарядки конденсатора.

Возможное решение.

Напряжение на конденсаторе, зарядка которого производится через конечное сопротивление, мгновенно измениться не может, поэтому в момент времени подключения гальванического элемента к цепи напряжение на конденсаторе равно нулю, и по цепи в этот момент времени протекает ток силой

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Напряжение на внутреннем сопротивлении гальванического элемента, создаваемое этим током, равно

$$U_R = \frac{\varepsilon r}{R + r}.$$

Поэтому мощность, выделяющаяся на внутреннем сопротивлении гальванического элемента, равна

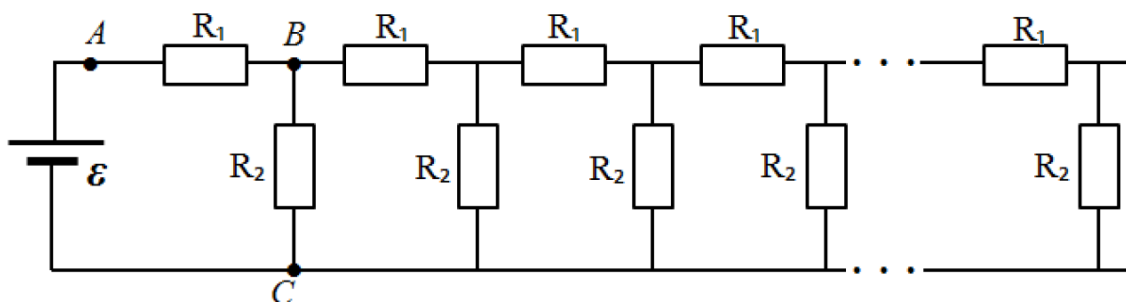
$$P = \frac{\varepsilon^2 r}{(R + r)^2}.$$

Ответ: $P = \frac{\varepsilon^2 r}{(R+r)^2}.$

Критерии оценивания

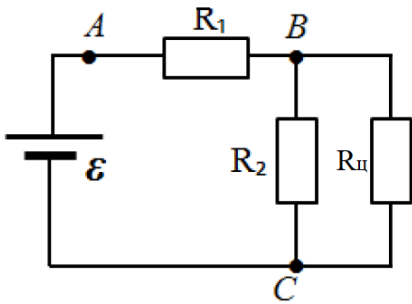
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулировано утверждение о равенстве нулю напряжения на конденсаторе	1
Записано выражение для мгновенного значения силы тока	1
Записано выражение для напряжения на внутреннем сопротивлении гальванического элемента	1
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянной электрической энергии с э.д.с. $\varepsilon = 40$ В. Идеальным амперметром измерили ток на участке AB , амперметр показал силу тока $I_1 = 100$ мА. Измерение тока таким амперметром на участке BC показало значение силы тока $I_2 = 50$ мА. Определите по этим данным мощность, выделяющуюся на резисторе R_1 .



Возможное решение.

Определим сопротивление бесконечной цепи, обозначив его $R_{ц}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится. Представим исходную цепь так, как показано на рисунке. Тогда



$$R_{ц} = R_1 + \frac{R_2 R_{ц}}{R_2 + R_{ц}}.$$

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию сила тока через резистор R_2 в два раза меньше, чем через резистор R_1 , и равна силе тока через оставшуюся часть цепи. Это означает, что $R_2 = R_{ц}$. Тогда

$$R_2 = R_1 + \frac{R_2}{2},$$
$$R_1 = \frac{R_2}{2}.$$

Далее, из второго правила Кирхгофа следует, что

$$\varepsilon = I_1 R_1 + I_2 R_2 = R_1 (I_1 + 2I_2),$$

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{I_1 + 2I_2}.$$

Мощность, выделяющаяся на резисторе R_1 , равна

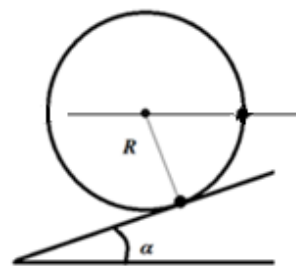
$$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{I_1^2 \varepsilon}{I_1 + 2I_2} = 1,2 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P_1 = \frac{I_1^2 \varepsilon}{I_1 + 2I_2} = 1,2 \text{ Вт}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение для сопротивления всей цепи	1
Записано соотношение между R_1 и R_2	1
Записано уравнение по второму правилу Кирхгофа	1
Записано выражение для мощности	
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

1. (4 балла) На невесомом тонком обруче радиусом R закреплен маленький грузик массой M . Обруч с грузиком удерживается на наклонной плоскости с углом α так, что грузик расположен в точке касания обруча и плоскости. Определите минимальную работу, которую нужно совершить для перекатывания обруча с грузиком вверх по наклонной плоскости без скольжения так, чтобы грузик оказался на линии, параллельной основанию плоскости в положении, показанном на рисунке.



Возможное решение.

Грузик участвует в двух движениях: движении по окружности вокруг центра обруча и поступательном движении обруча вдоль наклонной плоскости. Минимальная работа будет совершена, если обруч перекатывают медленно. При перекатывании обруча центр обруча проходит по наклонной плоскости расстояние

$$L = \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) R.$$

Здесь R – радиус обруча. По вертикали центр обруча поднимается на

$$\Delta h_1 = \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) R \sin \alpha.$$

При круговом движении вокруг центра обруча грузик поднимается на высоту $\Delta h_2 = R \cos \alpha$. Увеличение потенциальной энергии грузика, равное работе по перемещению грузика, составляет

$$A = Mg(\Delta h_1 + \Delta h_2) = MgR \left[\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha + \cos \alpha \right].$$

Ответ: $A = MgR \left[\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha + \cos \alpha \right].$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для изменения высоты центра обруча	1
Записано выражение для изменения высоты грузика при движении относительно центра обруча	1
Записано выражение для изменения потенциальной энергии грузика	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

2. (6 баллов) На горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска массой m каждый. Они связаны нитью, а между ними помещена сжатая легкая пружина, не скрепленная с брусками. После перерезания нити бруски начали двигаться, затем бруски остановились. Расстояние между брусками увеличилось на ΔL . Определите коэффициент трения между брусками и плоскостью, если известно, что он одинаков для обоих брусков.



Возможное решение.

Изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$ пружины равно работе сил трения, действующих на брусок. Из соображений симметрии следует, что одинаковые грузики в процессе движения прошли равные расстояния, а сумма этих расстояний равна L . На каждый из брусков действовала сила трения, равная μmg . В результате получаем

$$\mu = \frac{\Pi}{mgL}.$$

Ответ: $\mu = \frac{\Pi}{mgL}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Сформулирован или записан в виде формулы закон изменения механической энергии	1
Определено суммарное перемещение брусков	2
Получено выражение для работы сил трения	1
Получен окончательный ответ	2
Всего баллов	6

3. (4 балла) В цилиндре без трения может перемещаться поршень массой m . В цилиндре находится ν молей двухатомного идеального газа. Поршню ударом сообщают скорость V . Определите изменение температуры газа на момент времени, когда поршень остановился. Система теплоизолирована и находится в вакууме.



Возможное решение.

Поскольку система теплоизолирована, процесс в газе адиабатный. Кинетическая энергия поршня перешла во внутреннюю энергию газа. Получаем:

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{5}{2}\nu R\Delta T.$$

$$V = \sqrt{\frac{m}{5\nu R}}.$$

$$\text{Ответ: } V = \sqrt{\frac{m}{5\nu R}}.$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Определено, что процесс в газе адиабатный	1
Записано уравнение первого начала термодинамики для адиабатного процесса	2
Произведены вычисления, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) В идеальном газе осуществляется термодинамический цикл, состоящий из двух изохор и двух адиабат. Коэффициент полезного действия в этом цикле равен $\eta = 40\%$. Коэффициент полезного действия цикла Карно при таком же отношении максимальной температуры к минимальной, как и в рассматриваемом цикле, равен $\eta_K = 50\%$. Определите отношение конечной и начальной абсолютных температур при изохорном нагревании.

Возможное решение.

На рисунке показан график циклического процесса. Из графика видно, что абсолютные температуры $T_1 = T_{max}$, а $T_3 = T_{min}$. По определению, коэффициент полезного действия равен отношению работы газа в цикле к количеству переданной газу теплоты. В исследуемом цикле работа совершается в адиабатных процессах, а энергия в форме теплоты передается в процессах изохорных. Используя первое начало термодинамики, получим для работ газа в адиабатных процессах:

$$A_{12} = -\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_2) > 0,$$

$$A_{34} = -\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R (T_{min} - T_4) < 0,$$

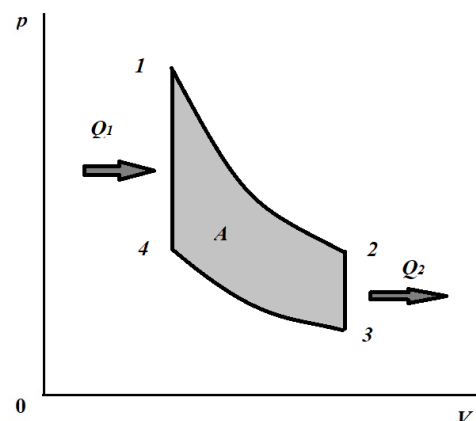
где ΔU – изменение внутренней энергии газа, i – число степеней свободы молекулы газа, ν – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная.

Работа газа в цикле:

$$A = A_{12} + A_{34} = \frac{i}{2} \nu R [(T_{max} - T_2) - (T_4 - T_{min})].$$

Количество переданной газу теплоты в изохорном процессе 4 – 1:

$$Q_1 = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_{max} - T_4).$$



Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{(T_{max} - T_4) - (T_2 - T_{min})}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4}.$$

В соответствии с уравнением Пуассона для адиабатных процессов

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

$$p_4 V_1^\gamma = p_3 V_1^\gamma,$$

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Здесь γ - показатель адиабаты. По закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{T_{max}}{T_4},$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_{min}}.$$

Получаем, что

$$\frac{T_{max}}{T_4} = \frac{T_2}{T_{min}} = k.$$

Учитывая полученное равенство, можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_{min}}{T_{max} - T_4} = 1 - \frac{T_{min}(k - 1)}{T_{max} \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = 1 - k \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Для цикла Карно

$$\eta_K = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}.$$

Тогда

$$k = \frac{1 - \eta}{1 - \eta_K} = 1,2.$$

Ответ: $k = \frac{1 - \eta}{1 - \eta_K} = 1,2$.

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы в цикле	1
Записано выражение для полученного количества теплоты	1
Записано выражение для коэффициента полезного действия через температуры состояний в цикле	1
Получено выражение для отношений температур в изохорных процессах	1

Записано выражение для к.п.д. цикла Карно	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6

5. (4 балла) Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R и конденсатора емкостью C . К концам цепи присоединяют гальванический элемент с э.д.с. \mathcal{E} с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Определите мощность, выделившуюся на резисторе в тот момент времени зарядки конденсатора, когда напряжение на конденсаторе равно $U = \mathcal{E}/2$.

Возможное решение.

Запишем уравнение по второму правилу Кирхгофа для указанного в условии момента времени:

$$\mathcal{E} = U_R + \frac{\mathcal{E}}{2}.$$

Здесь U_R – напряжение на резисторе в рассматриваемый момент времени. Мгновенная мощность, выделяющаяся на резисторе в этот момент времени, равна

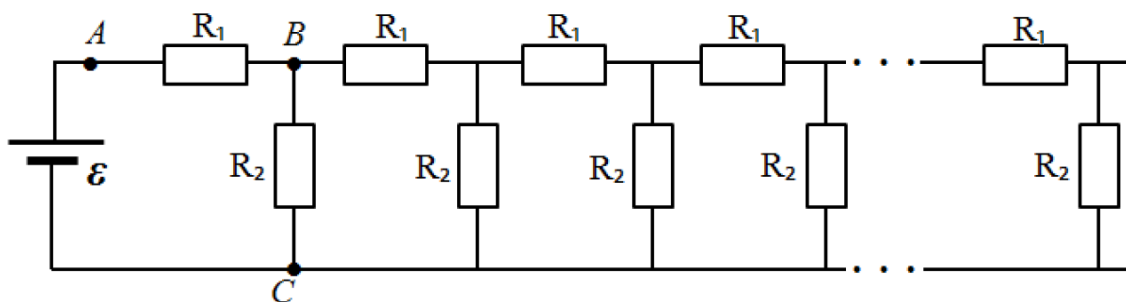
$$P_R = \frac{U_R^2}{R} = \frac{\mathcal{E}^2}{4R}.$$

Ответ: $P_R = \frac{\mathcal{E}^2}{4R}.$

Критерии оценивания

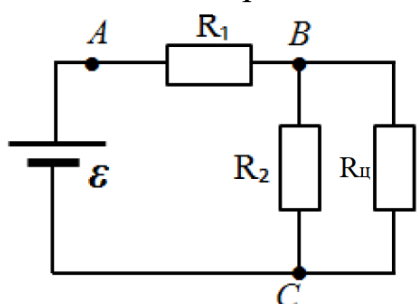
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение по второму правилу Кирхгофа	2
Записано выражение для мгновенной мощности	1
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	1
Всего баллов	4

6. (6 баллов) Бесконечная электрическая цепь, изображенная на рисунке, составлена из одинаковых звеньев, каждое из которых содержит два резистора R_1 и R_2 . К клеммам цепи подключили источник постоянного электрической энергии с э.д.с. $\mathcal{E} = 30$ В. Идеальным амперметром измерили ток на участке AB , амперметр показал силу тока $I_1 = 100$ мА. Измерение тока таким амперметром на участке BC показало значение силы тока $I_2 = 50$ мА. Определите по этим данным мощность, выделяющуюся на резисторе R_2 .



Возможное решение.

Определим сопротивление бесконечной цепи, обозначив его $R_{ц}$. Воспользуемся тем, что при удалении из бесконечной цепи конечного числа звеньев сопротивление бесконечной цепи не изменится. Представим исходную цепь так, как показано на рисунке. Тогда



$$R_{ц} = R_1 + \frac{R_2 R_{ц}}{R_2 + R_{ц}}.$$

При дальнейших рассуждениях воспользуемся численными данными, приведенными в условии. По условию сила тока через резистор R_2 в два раза меньше, чем через резистор R_1 , и равна силе тока через оставшуюся часть цепи. Это означает, что $R_2 = R_{ц}$. Тогда

$$R_2 = R_1 + \frac{R_2}{2},$$

$$R_1 = \frac{R_2}{2}.$$

Далее, из второго правила Кирхгофа следует, что

$$\varepsilon = I_1 R_1 + I_2 R_2 = R_2 \left(\frac{I_1}{2} + I_2 \right),$$

$$R_2 = \frac{\varepsilon}{\frac{I_1}{2} + I_2} = \frac{12}{0,2} = 60 \text{ Ом}.$$

Мощность, выделяющаяся на резисторе R_2 , равна

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{I_2^2 \varepsilon}{\frac{I_1}{2} + I_2} = 0,75 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P_2 = \frac{I_2^2 \varepsilon}{\frac{I_1}{2} + I_2} = 0,75 \text{ Вт}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение для сопротивления всей цепи	1

Записано соотношение между R_1 и R_2	1
Записано уравнение по второму правилу Кирхгофа	1
Записано выражение для мощности	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	1
Получен численный ответ	1
Всего баллов	6