Задача 1. Вариант 1.

Остановка и разгон корабля требуют большого количества энергии. Передать мелкий пакет или запрыгнуть на борт можно и на ходу. Для этого перпендикулярно берегу строят причал, а моряки ведут корабль вдоль берега вплотную к торцевой стенке причала и открывают люк, расположенный в центре борта корабля.

Петя и Сережа спешили на ледокол “Арктика” и выбежали с одинаковой скоростью на узкий причал в тот момент, когда нос ледокола уже поравнялся с причалом.
У Сережи был тяжелый рюкзак и поэтому он продолжил двигаться с постоянной скоростью, а Петя был налегке и двигаясь равноускоренно Петя как раз успел запрыгнуть на корабль в открытый люк. Разумеется, Петя не оставил друга в беде и спустил на причал веревочную лестницу с кормы ледокола как раз в тот момент когда Сережа подбежал к краю причала.

Отдышавшись Петя заинтересовался результатами своего забега и посмотрел что в конце причала его скорость была равна 6 [м/с], а ускорение составило 0.25 [м/с2]. Определите с помощью этой информации длину причала, если скорость ледокола была постоянна. Веревочная лестница была расположена вертикально.

Решение варианта 1.

1. Чтобы найти длину причала необходимо определить среднюю скорость и время движения одного из мальчиков.

2. По условию задачи Сережа двигался равномерно, а значит, его движение можно описать уравнением

$$S_C(t) = 0 + V_C*t,$$

где $S_C(t)$ - расстояние, пройденное Сережей за время t (в начальный момент времени оно равно нулю) , Vc - его скорость

3. Теперь рассмотрим движение Пети. Он двигался равноускоренно, а его начальная скорость была такой же как и у Сережи

$$S_П(t) = 0 + V_C*t + a*t^2 / 2,$$

$$V_П(t) = V_C + a*t$$

где $S_П(t)$ - расстояние, пройденное Петей за время t, $V_П(t)$ - скорость Пети в момент времени t, a - его ускорение.

4. Поняв, как движутся мальчики перейдем к описанию движения корабля. Он двигался равномерно, причем в момент, когда на борт запрыгнул Петя он прошел половину своей длины, а Сережа запрыгнул на лестницу когда корабль сместился на всю свою длину:

$$S_K(t) = 0 + V_K * t$$

$$V_K*T_П = L / 2$$

$$V_K*T_C = L$$

Где $S_K(t)$ - расстояние, пройденное кораблем за время t, V_K - скорость корабля, L - его длина, $T_П$ - время движения Пети, T_C - время движения Сережи.

5. Если сравнить расстояния, пройденные кораблем за время движения Пети и время движения Сережи станет понятно что Сережа бежал в два раза дольше:

$$T_С = L / V_К = 2 * (0.5 L / V_К) = 2 * T_П$$

6. Из этого следует что средняя скорость движения Пети была в два раза выше скорости Сережи:

$$V_{П\_ср} = 2 * V_С$$

а значит, с учетом того, что средняя скорость равноускоренного движения равна среднему арифметическому начальной и конечной скорости, получается выражение

$$(V_{П\_нач} + V_{П\_кон})/ 2 = 2 V_С$$

откуда можно получить что

$$V_С + a * T_П / 2 = 2 V_С$$

и что

$$a * T_П / 2 = V_С$$

7. В условии задачи нам кроме ускорения дана конечная скорость, а не начальная, поэтому от выражения, связывающего ускорение и скорость Сережи перейдем к выражению для конечной скорости Пети.

$$V_{П\_кон} = V_{П\_нач} + a * T_П = V_С + a * T_П = V_С + 2 * V_С = 3 * V_С$$

То, что конечная скорость Пети в три раза больше скорости Сережи позволяет найти скорость Сережи и время движения:

$$V_С = V_{П\_кон} / 3 = 6 \text{ [м/с]} / 3 = 2 \text{ [м/с]}$$

и время движения Пети через известное ускорение

$$T_П = 2 * V_С / a = 2 * 2 \text{[м/с]} / 0.25 \text{ [м/с]} = 16 \text{ [с]}$$

8. Зная время движения Пети и его среднюю скорость, найдем длину причала:

$$L_{прич} = V_{П\_ср} * T_П = 2 * V_С * T_П = 2 * 2 \text{[м/с]} * 16 \text{ [с]} = 64 \text{ [м]}$$

Ответ: длина причала равна 64 метрам.

Разбалловка. Максимум 10 баллов.

1. Записаны уравнения движения мальчиков, где явно указано что их начальные скорости совпадают, скорость Сережи постоянна, а Петя движется с постоянным ускорением - **1 балл**
2. Явно объяснено, что если Петя успел запрыгнуть в люк, расположенный в середине равномерно движущегося ледокола - время его движения в два раза меньше времени движения Сережи - **2 балла**
3. Составлено уравнение, связывающее скорости Пети в начале и конце движения и ускорение (исходя из того, что средняя скорость Пети в два раза выше его начальной) - **2 балла**
4. Решено уравнение, получено что значение начальной скорости и/или время движения Пети - **3 балла (**2 балла если допущена арифметическая ошибка)
5. Получен ответ - **2 балла** (1 балл если допущена арифметическая ошибка)

Задача 2. Вариант 1.

Чтобы указать положение объекта, лежащего на дне моря, рядом с ним устанавливают сигнальные буи - поплавки на якорях.
Спасатели нашли затонувший ледокольный пароход, лежащий на плоском дне на глубине 50 метров. Рядом с местом гибели парохода установили буй с длиной троса, позволяющей ему отклоняться от положения якоря на 20 метров.Определите при какой минимальной силе со стороны течения буй сорвется с места, если масса якоря равна 300 [кг], а коэффициент трения якоря о дно* равен 0.25.
Считайте что течение действует на буй постоянно в одном направлении.

Ускорение свободного падения считайте равным 10 [м/с^2]. Сила, необходимая для разрыва цепи равна 20 кН. Плотность стали равна 7500 [кг/м3], плотность воды равна 1000 [кг/м3].

*Переворачиванием якоря и его закапыванием в грунт пренебречь.

Решение варианта 1.

1. Рассмотрим причины, по которым буй может сорваться с места. Для этого либо должна оборваться цепь, соединяющая его с якорем либо сам якорь должен прийти в движение.

2. Заметим, что сила, необходимая для разрыва цепи $T_{макс}$ в несколько больше силы тяжести якоря $F_{тяж}$ и максимально возможной силы трения $F_{тр\_макс}$:

$T_{макс}$ = 20 000 [Н]

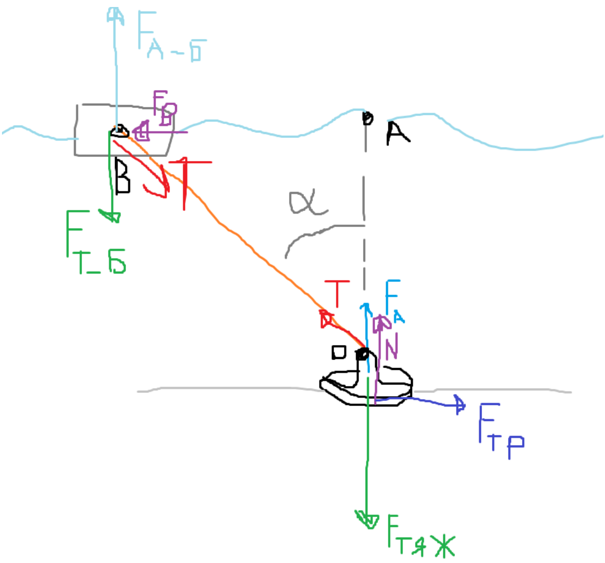
$F_{тяж}$ = $M_я$*g = 300 [кг] * 10 [м/с2] = 3 000 [Н]

$F_{тр\_макс}$ = mu*$P_{макс}$ < mu*$F_{тяж}$ < $F_{тяж}$,

где $M_я$ - масса якоря, mu - коэффициент трения покоя, а Рмакс - максимальный вес якоря, приложенный к опоре.

Соответственно, разрыв цепи не произойдет и буй сорвется с места потому что сдвинется якорь.

3. Рассмотрим силы, действующие на якорь. Пока он еще неподвижен, на него под некоторым углом alpha к вертикали действует сила натяжения цепи T, вниз действует сила тяжести $F_{тяж}$, вверх действует сила архимеда F_A, по горизонтали в направлении, противоположном смещению буя действует сила трения $F_{тр}$, а по вертикали разность сил компенсируется действующей вверх силой реакции опоры N (см. рисунок)



Запишем второй закон Ньютона для вдоль двух осей:

$M_я*a_y= 0 = N + F_А + T*\cos(a) - F_{тяж}$

$M_я*a_x = 0 = Fтр - T*\sin(a)$

4. Якорь может прийти в движение несколькими способами:

- если нарушится его положение по вертикальной оси, сила реакции опоры в момент отрыва якоря будет равна нулю, а значит, сила натяжения цепи будет равна по модулю силе тяжести за вычетом силы Архимеда:

$T_{верт} = T*\cos(a) = (F_{тяж} - F_А)$

- если нарушится его положение по горизонтальной оси, это будет значить, что сила трения достигла своего максимального значения и в момент начала движения сила натяжения будет равна максимальному значению силы трения

$T_{гор} = T*\sin(a) = F_{тр\_макс}$ =mu * P = mu * ($F_{тяж} - F_А$ - Tcos(a))

5. Сравним какое из этих условий выполнится быстрее.
Для этого можно сравнить значения проекций силы натяжения на две оси:

$T_{гор} / T_{верт} = T*\sin(a) / (T*\cos(a)) = tg(a) = 20$ [м] / 50 [м] = 0.4

(здесь учтено что для возникновения силы натяжения цепи она должна быть натянута, а значит, буй уже должен быть смещен по горизонтали от места якоря на указанные в условии 20 метров)

6. Заметим, что максимальное значение силы трения не может превышать 25% (mu = 0.25) от ($F_{тяж} - F_А$ - Tверт), а горизонтальная составляющая силы натяжения составляет 40% от вертикальной

$F_{тр\_макс}$ = 25% от ($F_{тяж} - F_А$ - Tверт)

$T_{гор}$ = 40% от $T_{верт}$,

а значит, сила трения окажется меньше горизонтальной составляющей силы натяжения раньше чем ($F_{тяж} - F_А$) окажется меньше вертикальной составляющей силы натяжения.

$T_{гор} = F_{тр\_макс} = 0.25*(F_{тяж} - F_А - T_{верт})$

$T_{верт} = 50/20*T_{гор} = 2.5*0.25*(F_{тяж} - F_А - T_{верт}) = 0.625*(F_{тяж} - F_А - T_{верт}) < (F_{тяж} - F_А)$

7. Теперь, зная что якорь сдвинется вбок можно найти силу натяжения цепи, а через нее и силу, действующую на буй со стороны течения (движущейся воды).

Если начинается скольжение верно равенство:

$T_{гор} = F_{тр\_макс} = mu*(F_{тяж} - F_A - T_{верт})$

а значит,

$T_{гор} = F_{тр\_макс} = mu*(F_{тяж} - F_A - ctg(a)\ T_{гор})$

что при подстановке чисел дает:

$T_{гор} = F_{тр\_макс} = 0.25*(F_{тяж} - F_A - 50/20\ T_{гор})$

$(1 + 0.625)*T_{гор} = 0.25*(F_{тяж} - F_A)$

$T_{гор} = 0.25/1.625*(F_{тяж} - F_A) = 0.25/1.625*(M_я*g - rho_в*g*Vя) = 0.25/1.625*((rho_{ст}*g*(Mя /rho_{ст}) - rho_в*g*(M_я /rho_{ст}))=0.25/1.625*M_я*g*(rho_{ст} - rh_{ов})/\ \ rho_{ст}$

$T_{гор} = 0.25/1.625*300$ [кг] $*10$ [м/с^2] $*$ (7500 [кг/м^3] - 1000 [кг/м^3])/ 7500 [кг/м^3] = 0.25/1.625*300 [кг] *10 [м/с^2] * (6500 [кг/м^3] / 7500 [кг/м^3]) = 400 [Н]

8. Зная горизонтальную составляющую силы натяжения найти минимальную силу, действующую на буй со стороны течения не сложно.
Рассмотрим силы действующие на буй по горизонтальной оси: в одну сторону действует сила со стороны течения, а в другую - горизонтальная составляющая силы натяжения,

$M_Б*a_{Б\_x} = T*sin(a) - F_{теч\_гор}$

где $M_Б$ - масса буя, $a_{Б\_x}$ - его ускорение по горизонтальной оси, а $F_{теч\_гор}$ - сила, действующая на буй со стороны течения в горизонтальном направлении.

поэтому, в момент отрыва якоря выполняется равенство

$F_{теч\_гор} = T*sin(a)$

а значит, минимальное значение силы, действующей на буй со стороны течения равно ее горизонтальной проекции и равно

$F_{теч} = F_{теч\_гор} = 400$ [Н]

Ответ: минимальное значение силы, действующей на буй со стороны течения, способное сдвинуть буй с места равно 400 Н.

Разбалловка. Максимум 12 баллов.

1. Выполнено сравнение силы, необходимой для того, чтобы сдвинуть якорь и силы, необходимой для разрыва цепи и сделан вывод о том, что сдвинется якорь - **1 балл**
2. Определены силы, действующие на якорь и указано их направление - 1 балл
3. Записан второй закон Ньютона для якоря векторно или в проекциях на две оси - **2 балла (1 балл за ось)**
4. Записаны выражения для случаев отрыва якоря вверх и начала его скольжения (в т.ч.явно указано что либо обращается в ноль сила реакции опоры либо сила трения принимает максимальное значение) - **2 балла** (частичный балл не ставится)
5. Явным образом выполнено сравнение условий отрыва якоря вверх и начала скольжения - явно указано что первым выполнится условие начала скольжения - **2 балла**

6. Решена система уравнений и найдено значение силы натяжения цепи или ее проекций - **4 балла** (2 балла если допущена арифметическая ошибка)
7. Показано что сила со стороны течения равна горизонтальной проекции силы натяжения цепи и получен ответ - **1 балл**

Задача 3. Вариант 1.

Для подъема грузов на корабле установлена кран-балка. Она состоит из горизонтальной перекладины, установленной на вертикальной вращающейся опоре, неподвижных блоков и лебедки, закрепленной так как показано на чертеже (см. чертеж).

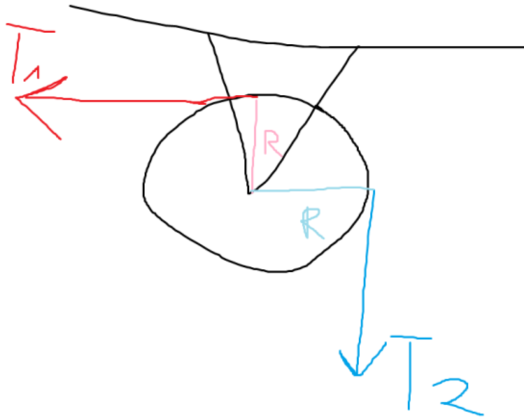
С помощью чертежа оцените какую примерно максимальную массу груза можно поднять с помощью такой кран-балки, если крутящий момент лебедки равен 2000 Н*м?
Считайте что чертеж выполнен в масштабе, размерная метка длиной 1 м приведена на рисунке.
Толщиной тросов пренебрегите. Ускорение свободного падения считайте равным 10 [м/с^2]

Решение варианта 1.

1. При подъеме максимально тяжелого груза для всех вращающихся элементов (блоков и вала лебедки) будет выполняться условие равновесия. Запишем все условия равновесия и найдем максимально возможную силу натяжения троса.

2. Для неподвижных блоков условие равновесия записывается просто: плечи действия сил натяжения T1 и T2 одинаковы и равны R (см. рисунок), а значит,

$T_1 = T_2$



3. Теперь запишем условие равновесия для лебедки: момент сил, создаваемый натянутым тросом не должен превышать крутящий момент лебедки и при максимальной нагрузке достигается равенство:

$T*R_л = N$,

где T - сила натяжения троса, Rл - радиус вала лебедки, N - крутящий момент лебедки.

4. Из этого следует, что максимальный вес, который способен поднять кран равен

$P = T = N / R_л$

а значит, максимальная масса груза, при котором лебедка его еле-еле поднимает и ускорение равно нулю можно найти как

$M_{макс} = P / g = N / g / R_л$

5. Таким образом, для того, чтобы найти максимальную массу груза надо найти по рисунку радиус лебедки.

6. С помощью линейки можно определить масштаб рисунка: 100 см в масштабе соответствуют 2+-0.1 см на рисунке, а значит, масштаб рисунка лежит в диапазоне 1:48 - 1:53

Также по рисунку определяем что диаметр вала равен 1 +-0.1 см, а значит, с учетом масштаба диаметр вала равен

2*Rл = (10+-1 [мм] / 20+-1 [мм]) * 100 [см] = 50+-8 [см]

что в зависимости от степени округления дает для радиуса лебедки значение

Rл = 25+-4 см или диапазон 20-30 [см]

7. Зная радиус вала лебедки найдем диапазон максимального значения массы груза:

Ммакс = 2000 [Н*м] / 10 [м/с^2] / 0.25+-0.05 [м] = 800 [кг],
а диапазон возможных значений может быть принят в зависимости от степени округления за +-120 - +-160 [кг].

Ответ: максимальная масса груза в зависимости от степени округления может быть оценена как (800+-120 [кг]) - (800+-160[кг]).

Разбалловка. Максимум 10 баллов.
1. Показано что сила натяжения нити в точке контакта с барабаном лебедки равна весу поднимаемого груза (в т.ч. упомянуто что на неподвижных блоках сила натяжения троса не меняется) - **2 балла** (1 балл если указано только про свойства неподвижного блока в общем случае)
2. Записано выражение, связывающее крутящий момент лебедки, радиус барабана и силу натяжения троса - **3 балла**
3. Определен радиус барабана и указана погрешность - **2 балла** (1 балл если без погрешности)
4. Получен численный ответ и указана разумная погрешность - **3 балла** (1 балл если без погрешности)

Задача 3. Вариант 1.

Для подъема грузов на корабле установлена кран-балка. Она состоит из горизонтальной перекладины, установленной на вертикальной вращающейся опоре, неподвижных блоков и лебедки, закрепленной так как показано на чертеже (см. чертеж).

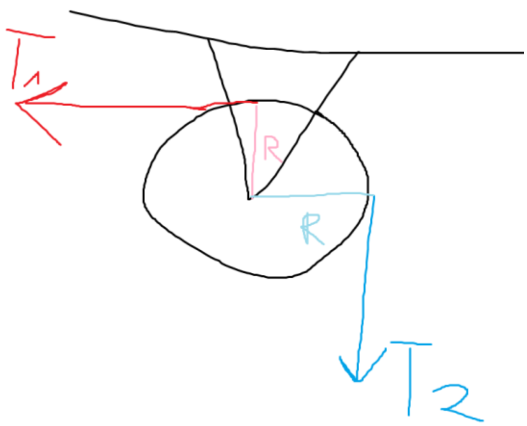
С помощью чертежа оцените какую примерно максимальную массу груза можно поднять с помощью такой кран-балки, если крутящий момент лебедки равен 2000 Н*м?
Считайте что чертеж выполнен в масштабе, размерная метка длиной 1 м приведена на рисунке.
Толщиной тросов пренебрегите. Ускорение свободного падения считайте равным 10 [м/с^2]

Решение варианта 1.

1. При подъеме максимально тяжелого груза для всех вращающихся элементов (блоков и вала лебедки) будет выполняться условие равновесия. Запишем все условия равновесия и найдем максимально возможную силу натяжения троса.

2. Для неподвижных блоков условие равновесия записывается просто: плечи действия сил натяжения T1 и T2 одинаковы и равны R (см. рисунок), а значит,

$T_1=T_2$



3. Теперь запишем условие равновесия для лебедки: момент сил, создаваемый натянутым тросом не должен превышать крутящий момент лебедки и при максимальной нагрузке достигается равенство:

$T*R_л = N$,

где T - сила натяжения троса, Rл - радиус вала лебедки, N - крутящий момент лебедки.

4. Из этого следует, что максимальный вес, который способен поднять кран равен

$P = T = N / R_л$

а значит, максимальная масса груза, при котором лебедка его еле-еле поднимает и ускорение равно нулю можно найти как

$M_{макс} = P / g = N / g / R_л$

5. Таким образом, для того, чтобы найти максимальную массу груза надо найти по рисунку радиус лебедки.

6. С помощью линейки можно определить масштаб рисунка: 100 см в масштабе соответствуют 2+-0.1 см на рисунке, а значит, масштаб рисунка лежит в диапазоне 1:48 - 1:53

Также по рисунку определяем что диаметр вала равен 1 +-0.1 см, а значит, с учетом масштаба диаметр вала равен

2*Rл = (10+-1 [мм] / 20+-1 [мм]) * 100 [см] = 50+-8 [см]

что в зависимости от степени округления дает для радиуса лебедки значение

Rл = 25+-4 см или диапазон 20-30 [см]

7. Зная радиус вала лебедки найдем диапазон максимального значения массы груза:

Ммакс = 2000 [Н*м] / 10 [м/с^2] / 0.25+-0.05 [м] = 800 [кг],

а диапазон возможных значений может быть принят в зависимости от степени округления за +-120 - +-160 [кг].

Ответ: максимальная масса груза в зависимости от степени округления может быть оценена как (800+-120 [кг]) - (800+-160[кг]).

Разбалловка. Максимум 10 баллов.

1. Показано что сила натяжения нити в точке контакта с барабаном лебедки равна весу поднимаемого груза (в т.ч. упомянуто что на неподвижных блоках сила натяжения троса не меняется) - **2 балла** (1 балл если указано только про свойства неподвижного блока в общем случае)
2. Записано выражение, связывающее крутящий момент лебедки, радиус барабана и силу натяжения троса - **3 балла**
3. Определен радиус барабана и указана погрешность - **2 балла** (1 балл если без погрешности)
4. Получен численный ответ и указана разумная погрешность - **3 балла** (1 балл если без погрешности)

Задача 4. Вариант 1.

Из-за глобального потепления толщина льдов в арктике составляет всего несколько метров и современные ледоколы позволяют организовать полярную станцию где угодно, доставляя пассажиров даже на полюс.
Однако, с учетом того, что средняя температура зимой равна -41 °C **(!!! Tx !!!)**, а, например, солнечные батареи в полярную ночь бесполезны, электроснабжение полярных станций является сложной задачей.

Чтобы уменьшить расход топлива было предложено использовать тепловую машину, работающую по Циклу Карно. В этой машине вещество рабочего тела массой 120 кг, каждую минуту проходит по циклу, в котором:
- сперва рабочее тело получает теплоту от воды подо льдом,
- затем совершает работу и охлаждается до температуры воздуха,
- далее оно отдает воздуху оставшуюся теплоту,
- а после этого рабочее тело закачивается обратно в камеру теплообмена с водой.

Определите среднее значение электрической мощности, генерируемой тепловой машиной, если КПД преобразования полученной теплоты в электрическую энергию в три раза **(!!! K !!!)** меньше КПД идеальной тепловой машины, а каждый килограмм вещества рабочего тела получает от воды по 40 000 Дж. **(!!! C !!!)**.

Решение варианта 1.
1. В условии задачи сказано что КПД преобразования тепловой энергии в электрическую в три раза ниже КПД идеальной тепловой машины.
А значит, чтобы найти электрическую мощность тепловой машины надо рассчитать количество теплоты, получаемой тепловой машиной в единицу времени и умножить на ее реальный КПД.

2.Сперва рассчитаем количество теплоты, получаемой рабочим телом за один цикл.
По условию задачи каждый килограмм вещества рабочего тела получает $Q_{1кг}$= 40 000 Дж, а значит, за минуту рабочим телом будет получена теплота

$$Q_Н = m*Q_{1кг} = 120\ [кг/мин]*\ 40\ 000\ [Дж/кг] = 4\ 800\ 000\ [Дж/мин] = 80\ [кВт]$$

4. Теперь найдем идеальный КПД и реальный.
Идеальный КПД рассчитывается по формуле:

$$eta = A / Q_Н = (Q_Н - Q_Х) / Q_Н = (T_Н - T_x) / T_Н$$

где A - работа, совершаемая рабочим телом за цикл, $Q_Х$ - теплота, отдаваемая в воздух

5. Если подставить числовые значения температур, получаем КПД идеальной тепловой машины, равный:

$$eta = (T_Н - T_x) / T_Н = (273\ [K] - 232\ [K]) / 273\ [K] = 41\ [K] / 273\ [K] \approx 0.15$$

6. Если считать что КПД реальной тепловой машины в три раза ниже, в электрическую энергию Еэл будет преобразовываться часть тепловой энергии, получаемой от нагревателя, равная:

$$E_{эл} = k*A_{идеал} = k*eta*Q_Н$$

где k - отношение между электрической энергией и работой идеальной тепловой машиной, $A_{идеал}$ - величина работы для идеальной тепловой машины

7. Исходя из этого можно найти электрическую мощность:

$$N_{эл} = k*eta*N_H = 1/3 * 0.15 * 80\ [кВт] = 4\ [кВт]$$

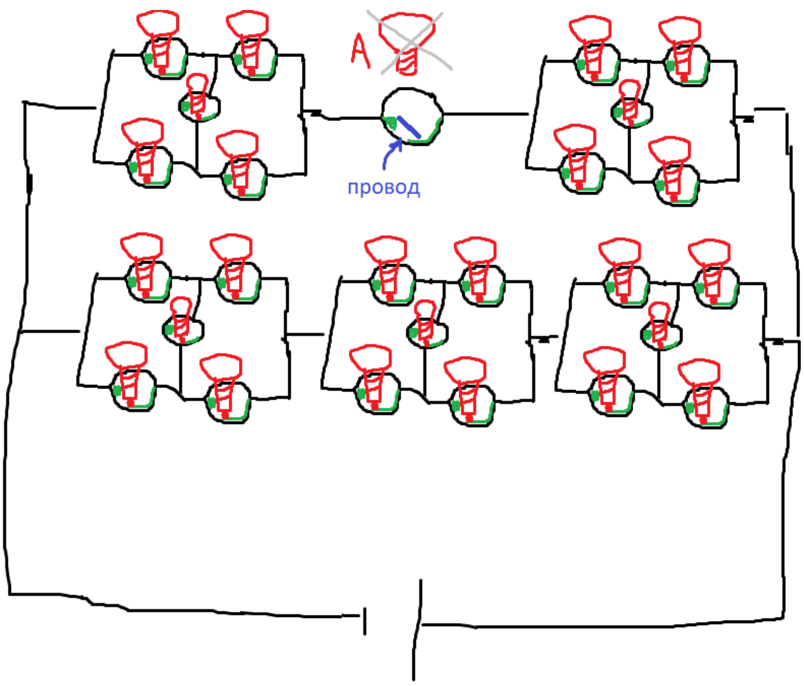
Ответ: электрическая мощность тепловой машины примерно равна 4 кВт.

Разбалловка. Максимум 10 баллов.

1. Записана формула для нахождения количества теплоты, отдаваемой водой в некоторую единицу времени - **2 балла**
2. Получено численное значение мощности теплопередачи от воды к рабочему телу - **1 балл**
3. Записана формула для определения КПД идеальной тепловой машины через температуры нагревателя и холодильника - **2 балла**
4. Найдено численное значение КПД тепловой машины из условия - **1 балл**
5. Записана формула для эффективной мощности тепловой машины - **2 балла**
6. Получен численный ответ: **2 балла** (1 балл если совсем простая арифметическая ошибка)

Задача 5. Вариант 1.

Для освещения палубы использовалась лампы, подключенные к аккумулятору напряжением 60 вольт **(!!! U !!!)** по схеме, изображенной на рисунке.
Когда лампа А перегорела, Максим не нашел запасную и, чтобы устранить разрыв в цепи, просто соединил контакты в месте крепления лампы. Определите на сколько ватт изменилась общая мощность освещения палубы.

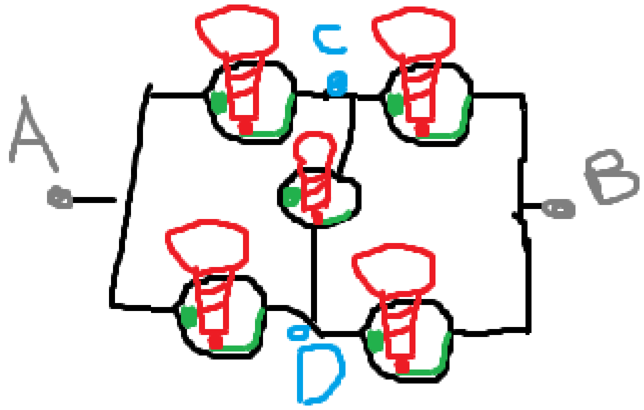


Сопротивлением проводов и контактов можно пренебречь, все лампы одинаковы и их сопротивление равно 10 Ом **(!!! R !!!)**.

Решение варианта 1.

1. Для того, чтобы определить на какую величину упадет мощность освещения палубы необходимо упростить схему.

2. Заметим, что в ней содержатся несколько блоков из 5 ламп (см. схему). Найдем эквивалентную схему такого блока



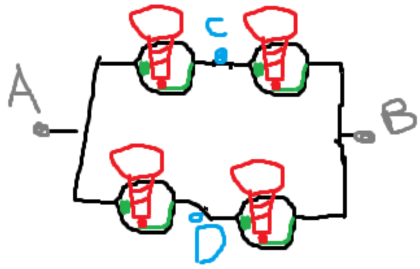
3. Если подключить такой блок к цепи точками A и B, то напряжение на четырех участках AC, CB, AD и DB будет одинаково:

$$U_{AC} = U_{CD} = U_{AD} = U_{DB} = U_{AB} / 2$$

4. А значит, напряжение на участке CD будет равно нулю:

$$U_{CD} = U_{AD} - U_{AC} = U_{AB} / 2 - U_{AB} / 2 = 0$$

то есть, по лампе CD ток не течет и ее можно убрать из цепи.



5. Теперь обратим внимание на то, что каждая из ветвей ACB и ADB состоит из двух ламп, то есть, сопротивление каждой ветви равно

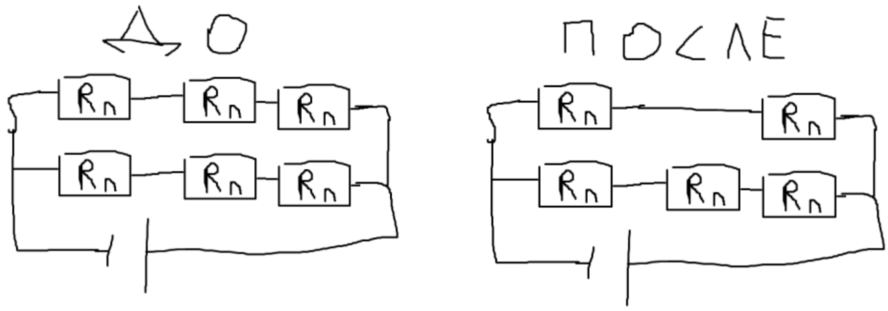
$$R_{ACB} = R_{ADB} = R_л + R_л = 2*R_л$$

6. Что с учетом параллельности соединения ветвей ACB и ADB позволяет найти сопротивление всего блока:

$$R_{AB} = 0.5 *R_{ACB} = 0.5 * 2 * R_л = R_л$$

то есть, сопротивление всего блока равно сопротивлению одной лампы.

7. Перерисуем схему до и после перегорания лампы, заменив блоки на эквивалентное сопротивление



8. До перегорания лампы схема состояла из двух параллельных ветвей с одинаковым сопротивлением Rв = 3*Rл, а значит, общее сопротивление цепи было равно половине сопротивления одной из ветвей:

$R_{до} = 0.5*(R_л + R_л + R_л) = 1.5*R_л$

9. А сопротивление цепи после перегорания лампы может быть найдено по формуле:

$1 / R_{после} = 1 / (R_л + R_л) + 1/(R_л + R_л + R_л)$

откуда

$R_{после} = 3R_л * 2R_л / (2R_л + 3R_л) = 6/5\ R_л$

10. Зная общее сопротивление цепи $R_{общ}$ и напряжение аккумулятора $U_{общ}$ найдем общую мощность $N_{общ}$ по формуле

$N_{общ} = U_{общ}^2 / R_{общ}$

11. До перегорания лампы получаем значение мощности:

$N_{до} = U_{общ}^2 / (1.5\ R_л) = (60[В])^2 / (1.5*10\ [Ом]) = 240\ [Вт]$

А после перегорания лампы

$N_{после} = U_{общ}^2 / (1.2\ R_л) = (60[В])^2 / (1.2*10\ [Ом]) = 300\ [Вт]$

12. Из этого следует, что мощность освещения увеличилась на

$deltaN = N_{после} - N_{до} = 300\ [Вт] - 240\ [Вт] = 60\ [Вт]$

Ответ: мощность освещения увеличилась на 60 Вт

Разбалловка:
допускается расчет общего сопротивления последовательно соединенных элементов как суммы сопротивлений без объяснений, если указано для какого участка это сопротивление вычисляется (например, $R_{AC} = R_{AB} + R_{BC}$)

допускается расчет общего сопротивления параллельно соединенных элементов по формуле обратных сопротивлений без объяснений (например, $1 / R_{общ} = 1/R_{ветвь1} + 1/R_{ветвь2}$), для параллельных ветвей с одинаковым сопротивлением допустимо применение формулы, типа, $R_{общ} = 0.5\ R_{ветви}$ без обоснования

Разбалловка. Максимум 10 баллов
1. Доказано что в блоках из 5 ламп ток через среднюю равен нулю - **2 балла**
2. Получена формула для общего сопротивления цепи до и после перегорания лампы - **3 балла** (1 балл, если получена верная формула только для одной цепи). Если этот пункт выполнен хотя бы для одной цепи - баллы за первый пункт ставятся автоматически
3. Найдено численное значение сопротивления цепи до перегорания лампы - **1 балл**
4. Найдено численное значение сопротивления цепи после перегорания лампы - **1 балл**
5. Записана формула для мощности цепи в общем виде - **1 балл**
6. Получены численные значения для мощностей хотя бы одной цепи (до или после перегорания лампы) - **1 балл**
7. Получен ответ - **1 балл**.

Задача 6. Вариант 1.

Чтобы вычислить расстояния до отдаленных объектов не измеряя их напрямую может использоваться метод триангуляции. Например, зная расстояние между двумя скалами и измерив угол между направлениями на каждую из них можно построить треугольник и найти расстояние до каждой из скал.

На день рождения Мише подарили прибор для триангуляции.
Он состоит из штатива и круглой платформы. На платформе закреплен окуляр (в точке A - см. рисунок) и два вертикальных плоских зеркала: низкое зеркало (крепится к платформе в точке B) и высокое (крепится в платформе к точке C), причем точки ABC образуют прямоугольный треугольник с прямым углом ∠ABC.

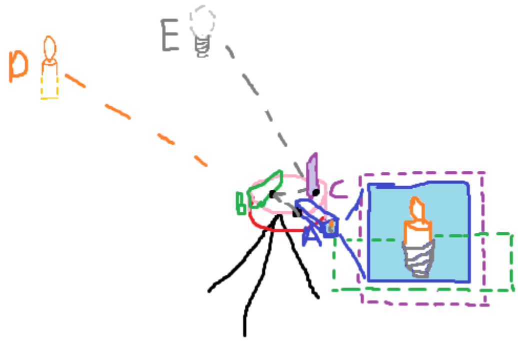
Поворачивая зеркала Миша добился того, чтобы изображения двух удаленных объектов D и E в окуляре наложились друг на друга* и пошел за транспортиром для измерения получившихся углов.

К сожалению, когда Миша вернулся платформа оказалась повернута в горизонтальной плоскости относительно своего центра на небольшой угол beta по часовой стрелке.

Определите, как надо развернуть относительно платформы зеркало C для того, чтобы объекты снова накладывались друг на друга, если угол alpha между направлениями на объекты равен 30°, а угол beta равен 5° ?

Считайте что зеркала достаточно широкие для того, чтобы полностью закрывать поле видимости окуляра (см рисунок), а угол beta мал и объект D не выходит за пределы поля видимости окуляра.

*Примечание: под наложением подразумевается то, что в окуляр видна верхняя часть предмета D (которую не заслоняет зеркало B), а под нею находится изображение предмета E, свет от которого попадает в окуляр отразившись сперва от зеркала C, а затем от зеркала B (см. рисунок)



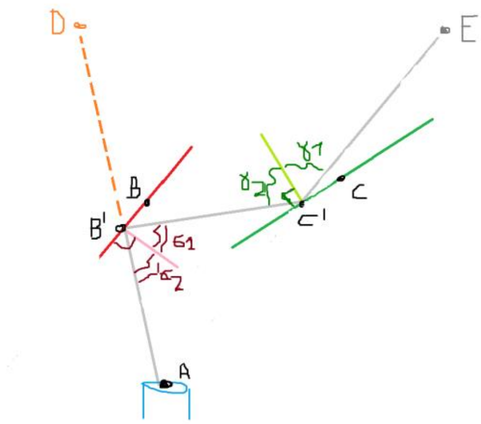
Решение варианта 1.

1. Чтобы понять как поворот платформы повлиял на взаимное расположение предметов в окуляре, сперва разберемся в том, как в принципе идет луч от объекта E.

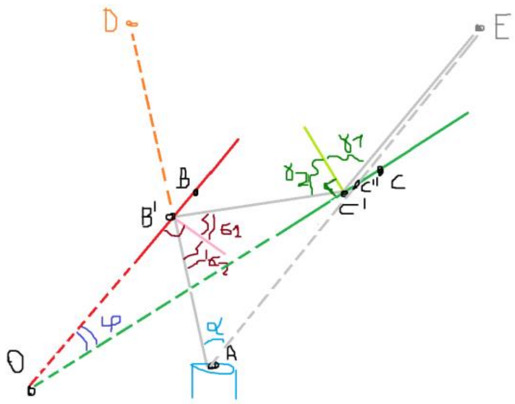
2. Луч от объекта E отражается в двух зеркалах и попадает в окуляр.
По закону отражения угол падения луча на каждое из зеркал равен углу отражения, а значит, если составить схему, на которой отмечены перпендикуляры к плоскости зеркал и точки падения луча от объекта E (C’ и B’), то следующие углы будут равны (см. рисунок):

gamma1 = gamm2

delta1 = delta2



3. попробуем связать углы gamma и delta с известным углом alpha и другими углами. Для этого продлим зеркала и найдем точку их пересечения (точка О, см. рисунок), а также построим луч EA



4. По условию задачи объекты расположены далеко, а значит, направление на объект E из точки C совпадает с направлением на объект E из точки A. Из этого следует, что отрезки EC’ и EC’’ практически параллельны, а угол между лучами EC’ и DA можно считать равным углу EAD и практически равным alpha.

Способ решения 1.

5. Чтобы связать углы gamma и delta необходимо рассмотреть треугольник, в котором присутствуют оба этих угла или смежные с ними. В качестве такого треугольника можно взять треугольник OB’C’, в котором

$\angle OB'C' = 90^{o}$ + delta

$\angle OC'B' = 90^{o}$ - gamma

Если учесть что сумма углов треугольника равна 180^{o}, получим:

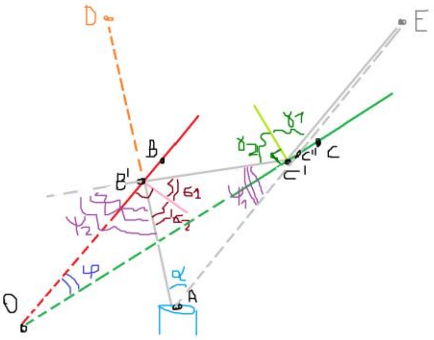
phi + 90^{o} + delta + 90^{o} - gamma = 180^{o}

phi + delta = gamma

6. Воспользуемся этим соотношением для того, чтобы определить на какой суммарный угол повернул луч EC’ (см. рисунок):
- при отражении от первого зеркала он был повернут на угол

    psi$_1$ = 180^o - 2gamma (по часовой стрелке)
- а при отражении от зеркала B он был повернут на угол

    psi$_2$ = 180^o - 2delta (против часовой стрелки)



то есть, в сумме, направление луча EC’ было изменено на угол

psi$_{общ}$ = (180^o - 2delta) - (180^o - 2gamma) (против часовой стрелки)

psi$_{общ}$ = 2gamma - 2delta = 2phi (против часовой стрелки)

Проанализируем получившийся результат: луч EC’ будет отклонен на угол 2phi в любом случае. Это отклонение не зависит от изначального угла падения луча или положения зеркал - только от угла между ними.

7. Если теперь учесть что после отражений в зеркалах луч EC’ попал в окуляр, то есть, направление луча после двух отклонений совпало с направлением DA получается что общее отклонение луча EC’ равно углу между лучами EC’ и DA

psi$_{общ}$ = 2phi = alpha

откуда

phi = 0.5 alpha = 15^o

Таким образом, мы показали что если луч EC’ после отклонений накладывается на луч DA, то угол между зеркалами должен быть равен половине угла alpha и это равенство не изменится после поворота платформы: угол alpha останется прежним, а значит, и угол между зеркалами, равный 15 градусам надо будет сохранить.

Ответ: поворачивать зеркало относительно точки C не потребуется. угол поворота зеркала C относительно платформы равен 0^o.

Способ решения 2.

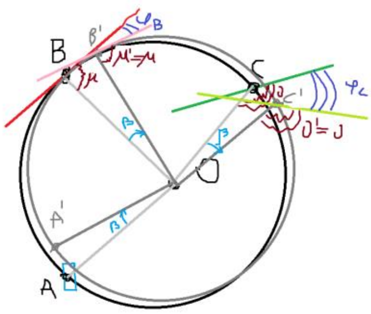
5. При повороте платформы, каждое из зеркал повернется на некоторый угол и из-за этого изменится угол падения луча.
Найдем углы поворота зеркал и соответствующие им отклонения луча.

6. Определим углы, на которые повернулись зеркала.

7. Для этого заметим, что при повороте платформы на угол beta, все отрезки, проведенные из центра вращения повернутся на одинаковый угол beta (см рисунок)

AOA’ = BOB’ = COC’ = beta

8. А также, заметим, что если зеркала закреплены на платформе жестко, то углы между плоскостями зеркал и направлениями к центру вращения не изменятся и останутся равными mu (угол в точке B и после поворота точке B’) и nu (угол в точке C и после поворота точке C’) соответственно.



9. А значит, углы поворота зеркал можно найти из треугольников BOB’ и COC’

phi_B = mu + beta - mu = beta

phi_C = nu + beta - nu = beta

Таким образом оба зеркала окажутся повернуты относительно земли на угол beta.

10. Теперь, рассмотрим как при повороте зеркала C изменяется направление отраженного луча (см. рисунок). При повороте зеркала на угол beta, угол падения луча также меняет свою величину на угол beta

gamma’= gamma - beta

а значит, если раньше луч отклонялся зеркалом на угол, равный сумме углов падения и отражения

phi = 180^o - gamma - gamm = 180^o - 2gamma

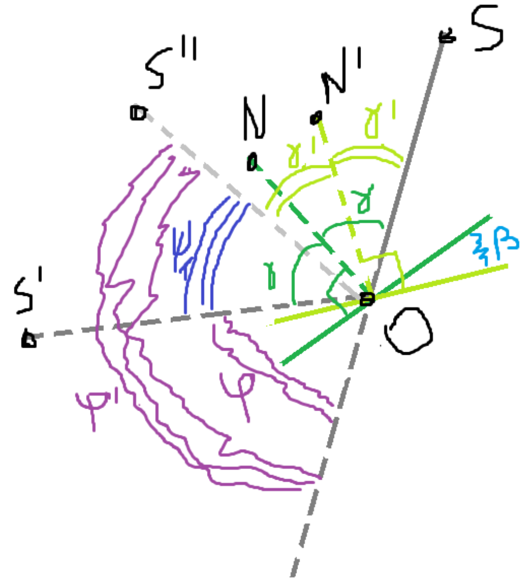
то теперь, луч отклонится на

phi’ = 180^o - gamma’ - gamma’ = 180^o - 2gamma + 2beta

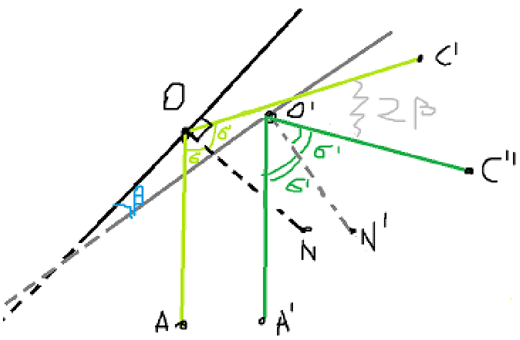
11. Получается, что при повороте платформы луч, отраженный от зеркала C, станет отклоняться сильнее на угол psi$_1$, равный:

psi$_1$ = ∠S′OS′′ = phi′ - phi = (180^o - 2gamma+2beta) - (180^o - 2gamma)= 2beta

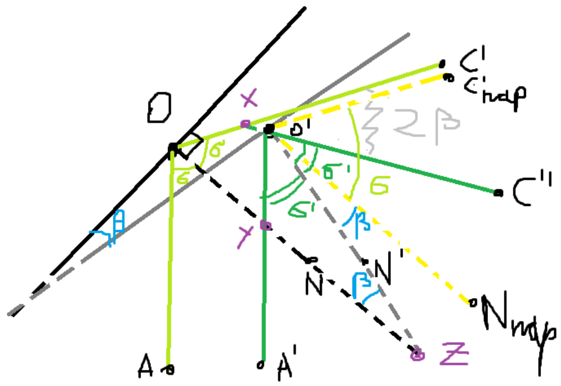
(по часовой стрелке)



12. Теперь рассмотрим отражение луча в зеркале B (см. рисунок)
- C одной стороны, оно тоже повернулось и угол падения уменьшился на beta
- Но с другой стороны, сам луч был отклонен зеркалом C на 2beta сильнее,и угол падения увеличился на 2beta



13. Учтем эти два фактора и покажем строго что угол падения уменьшился на beta. Для этого, сделаем, дополнительное построение:
- построим отрезок $O'C'_{пар}$, параллельный лучу OC’
- построим отрезок $O'N_{пар}$, параллельный лучу ON



14. Заметим, что если отрезок O’C’пар параллелен лучу OC’, а отрезок O’Nпар параллелен лучу ON, то угол $C'_{пар}O'N_{пар}$ равен

$\angle C'_{пар}O'N_{пар} = \angle C'ON$ = delta

15. Также заметим, что ∠N′ZN′′ - это угол между двумя перпендикулярами к зеркалам, (угол между которыми beta). А значит,

$\angle N'ZN'' = $ beta

а если учесть, что $O'N_{пар}$ параллельна ON, то $\angle N'O'N_{пар}$ равный ∠N′ZN′′ также равен beta

$\angle N_{пар}O'N' = \angle NZN'$ = beta

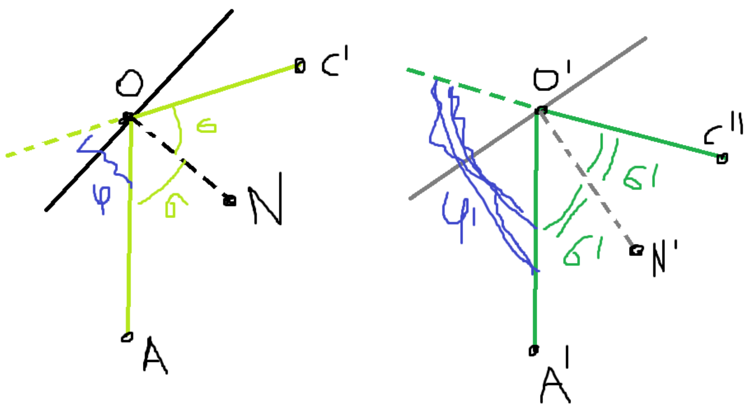
15. Теперь рассчитаем новый угол падения:

delta’ = $\angle C''O'N' = \angle C''O'N_{пар} + \angle N_{пар}O'N' = (\angle C'_{пар}O'N_{пар} - \angle C'_{пар}O'C'') + \angle N_{пар}O'N'$ = delta - 2 beta +beta = delta - beta

delta’ = delta - beta

что и требовалось доказать.

16. Теперь, зная что угол падения луча на зеркало B уменьшился на beta найдем на какой угол psi_2 отклонился луч, отраженный от зеркала B (см. рисунок)



psi2 = phi’ - phi = (180º - 2delta’) - (180º - 2delta)= (180º - 2delta+2beta) - (180º - 2delta) = 2beta
а значит, луч станет отклоняться зеркалом B на угол 2beta сильнее (в сторону против часовой стрелки).

17. Если же теперь сопоставить факты что зеркало C станет отклонять луч сильнее на угол 2beta по часовой стрелке, а зеркало B станет отклонять луч сильнее на угол 2beta против часовой стрелки получится что суммарное отклонение луча

$phi_{общ\_нов} = phi_{общ\_стар} + psi_1 - psi_2 = phi_{общ\_стар} + 2beta - 2beta = phi_{общ\_стар}$

то есть, луч, идущий от объекта E будет падать в окуляр под тем же углом, что и раньше, а значит, он продолжит накладываться на луч, идующий от объекта D без каких либо дополнительных поворотов зеркала C.

Ответ: поворачивать зеркало относительно точки C не потребуется. угол поворота зеркала C относительно платформы равен 0º.

Разбалловка. Максимум 12 баллов

Вариант решения через угол между зеркалами
1. Хотя бы один раз применен закон отражения - **1 балл**
2. Показано что угол между лучом, падающим от объекта E на первое зеркало и лучом от объекта D равен alpha (на рисунке EC’ || EA) - **1 балл**
3. Строго доказано что угол падения луча от объекта E на первое зеркало отличается от угла падения луча, отраженного от первого зеркала, на второе зеркало на величину, равную углу между зеркалами (на рисунке gamma = delta + phi) - **3 балла** (1 балл, если есть попытка связать эти углы с углом между зеркалами)
4. Строго доказано, что луч от объекта E после двух отражений отклоняется в сумме на угол равный удвоенному углу между зеркалами (на рисунке $psi_{общ}$ = 2*phi) - **3 балла** (1 балл если допущена арифметическая ошибка, например, при замене одного из слагаемых на величину смежного угла)
5. Выражена связь между наложением лучей от объектов и углом суммарного отклонения луча от объекта E (на рисунке: $psi_{общ}$ = alpha) - **1 балл**
6. Объяснено что угол между зеркалами связан только с углом между объектами и не зависит от поворота платформы - **2 балла**
7. Получен ответ - **1 балл**

Вариант решения через изменение угла отклонения луча
1. Хотя бы один раз применен закон отражения - **1 балл**
2. Показано что при повороте платформы зеркала поворачиваются на угол beta - **2 балла**
3. Строго доказано что при повороте зеркала C отраженный луч отклонится на угол 2beta - **2 балла**
4. Строго доказано что при повороте зеркала B угол падения уменьшится на beta - **4 балла** (1 балл если допущена арифметическая ошибка, например, при замене одного из слагаемых на величину смежного угла)

5. Строго доказано что суммарный угол отклонения луча от объекта Е не изменится - **2 балла**
6. Получен ответ - **1 балл**

Баллы из разных решений не суммируются !
Возможны другие решения, оценивание производить индивидуально ориентируясь на предложенные варианты оценки этапов решения.