Математика. 10-11 класс.

Вариант-11

Задание 1. (5 баллов) Найти $\frac{a^{12}+4096}{64a^6}$, если $\frac{a}{2}-\frac{2}{a}=5$.

Задание 2. (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон *AB* и *AD* квадрата *ABCD* со стороной $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ см. Из точки *C* к этой окружности проведены две касательные. Найти радиус окружности, если угол между касательными равен 45°, и известно, что $\sin 22{,}5^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

Задание 3. (15 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2+25y+19z=-471, \\ y^2+23x+21z=-397, \\ z^2+21x+21y=-545. \end{cases}$$

Задание 4. (20 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 5 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса *r*=13 км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарами кольца шириной 10 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

Задание 5. (20 баллов) Точку случайно бросают на отрезок [6; 11], и пусть k – получившееся значение. Найти вероятность, что корни уравнения $\left(k^2-2k-15\right)x^2+\left(3k-7\right)x+2=0$ удовлетворяют условию $x_1 \le 2x_2$.

Задание 6. (30 баллов) Десять шаров одинакового радиуса сложены в виде треугольной пирамиды так, что каждый шар касается как минимум трех других. Найти радиус сферы, в которую вписана пирамида из шаров, если радиус шара вписанного в центр пирамиды из шаров, касающегося шести одинаковых шаров равен $\sqrt{6}-1$.

Математика. 10-11 класс.

Вариант-12

Задание 1. (5 баллов) Найти $\dfrac{a^{12}+729^2}{729a^6}$, если $\dfrac{a}{3}-\dfrac{3}{a}=4$.

Задание 2. (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон *AB* и *AD* квадрата *ABCD* со стороной $6+2\sqrt{5}$ см. Из точки *C* к этой окружности проведены две касательные. Найти радиус окружности, если угол между касательными равен 36°, и известно, что $\sin 18^\circ = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Задание 3. (15 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2-23y-25z=-681, \\ y^2-21x-21z=-419, \\ z^2-19x-21y=-313. \end{cases}$$

Задание 4. (20 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 5 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса *r*=25 км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарами кольца шириной 14 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

Задание 5. (20 баллов) Точку случайно бросают на отрезок [6; 11] и пусть k – получившееся значение. Найти вероятность, что корни уравнения $(k^2-2k-24)x^2+(3k-8)x+2=0$ удовлетворяют условию $x_1 \le 2x_2$.

Задание 6. (30 баллов) Десять шаров одинакового радиуса сложены в виде треугольной пирамиды так, что каждый шар касается как минимум трех других. Найти радиус сферы, в которую вписана пирамида из шаров, если радиус шара вписанного в центр пирамиды из шаров, касающегося шести одинаковых шаров равен $\sqrt{2}-1$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Математика. 10-11 класс.

Вариант-21

Задание 1. (5 баллов) Найти $\frac{a^{12}+729^2}{729a^6}$, если $\frac{a}{3}-\frac{3}{a}=2$.

Задание 2. (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон *AB* и *AD* квадрата *ABCD* со стороной $2\sqrt{3}$ см. Из точки *C* к этой окружности проведены две касательные. Найти радиус окружности, если угол между касательными равен 30°, и известно, что $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$.

Задание 3. (15 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 22y - 69z + 703 = 0, \\ y^2 + 23x + 23z - 1473 = 0, \\ z^2 - 63x + 66y + 2183 = 0. \end{cases}$$

Задание 4. (20 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 7 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса *r*=41 км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарами кольца шириной 18 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

Задание 5. (20 баллов) Точку случайно бросают на отрезок [8; 13] и пусть k – получившееся значение. Найти вероятность, что корни уравнения $\left(k^2-2k-35\right)x^2+\left(3k-9\right)x+2=0$ удовлетворяют условию $x_1 \le 2x_2$.

Задание 6. (30 баллов) Десять шаров одинакового радиуса сложены в виде треугольной пирамиды так, что каждый шар касается как минимум трех других. Найти радиус шара вписанного в центр пирамиды из шаров, касающегося шести одинаковых шаров, если радиус сферы, в которую вписана пирамида из шаров равен $\sqrt{6}+1$.

Математика. 10-11 класс.

Вариант-22

Задание 1. (5 баллов) Найти $\frac{a^{12}+4096}{64a^{6}}$, если $\frac{a}{2}-\frac{2}{a}=3$.

Задание 2. (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон AB и AD квадрата $ABCD$ со стороной $2-\sqrt{5-\sqrt{5}}$ см. Из точки C к этой окружности проведены две касательные. Найти радиус окружности, если угол между касательными равен 72°, и известно, что $\sin 36^{\circ}=\frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$.

Задание 3. (15 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^{2}-23y+66z+612=0, \\ y^{2}+62x-20z+296=0, \\ z^{2}-22x+67y+505=0. \end{cases}$$

Задание 4. (20 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 7 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса r=26 км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарами кольца шириной 20 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

Задание 5. (20 баллов) Точку случайно бросают на отрезок [3; 8] и пусть k – получившееся значение. Найти вероятность, что корни уравнения $\left(k^{2}-2k-3\right)x^{2}+(3k-5)x+2=0$ удовлетворяют условию $x_{1}\leq 2x_{2}$.

Задание 6. (30 баллов) Десять шаров одинакового радиуса сложены в виде треугольной пирамиды так, что каждый шар касается как минимум трех других. Найти радиус шара вписанного в центр пирамиды из шаров, касающегося шести одинаковых шаров, если радиус сферы, в которую вписана пирамида из шаров равен $5\sqrt{2}+5$.

Математика. 10-11 класс.

Вариант-31

Задание 1. (5 баллов) Найти $\frac{a^{12}-729}{27a^6}$, если $\frac{a^2}{3}-\frac{3}{a^2}=4$.

Задание 2. (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон *AB* и *AD* квадрата *ABCD,* и точкой касания отсекает от вершины *A* отрезок длиной $6-2\sqrt{5}$ см. Из точки *C* к этой окружности проведены две касательные. Найти сторону квадрата, если угол между касательными равен 36°, и известно, что $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Задание 3. (15 баллов) Решить уравнение $4x-x^2+\sqrt{\left(9-x^2\right)\left(-7+8x-x^2\right)}=7$.

Задание 4. (20 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 8 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса *r*=17 км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарами кольца шириной 16 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

Задание 5. (20 баллов) Точку случайно бросают на отрезок [6; 10] и пусть *k* – получившееся значение. Найти вероятность, что корни уравнения $\left(k^2-3k-10\right)x^2+(3k-8)x+2=0$ удовлетворяют условию $x_1 \leq 2x_2$.

Задание 6. (30 баллов) При изготовлении стального троса, выяснилось, что трос имеет длину такую же, что и кривая, заданная системой уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=10, \\ xy+yz+xz=-22. \end{cases}$$

Найти длину троса.

Математика. 10-11 класс.

Вариант-32

Задание 1. (5 баллов) Найти $\dfrac{a^{12}-4096}{64a^6}$, если $\dfrac{a^2}{4}-\dfrac{4}{a^2}=3$.

Задание 2. (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон *AB* и *AD* квадрата *ABCD*, и точкой касания отсекает от вершины *A* отрезок длиной $\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{2}}$ см. Из точки *C* к этой окружности проведены две касательные. Найти сторону квадрата, если угол между касательными равен 45°, и известно, что $\sin 22{,}5^\circ=\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

Задание 3. (15 баллов) Решить уравнение $5x-x^2+\sqrt{(16-x^2)(-9+10x-x^2)}=9$.

Задание 4. (20 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 8 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса r=15 км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарами кольца шириной 18 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

Задание 5. (20 баллов) Точку случайно бросают на отрезок [5; 7] и пусть k – получившееся значение. Найти вероятность, что корни уравнения $(k^2-3k-4)x^2+(3k-7)x+2=0$ удовлетворяют условию $x_1\le 2x_2$.

Задание 6. (30 баллов) При изготовлении стального троса, выяснилось, что трос имеет длину такую же, что и кривая, заданная системой уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=8, \\ xy+yz+xz=14. \end{cases}$$

Найти длину троса.

Математика. 10-11 класс.

Вариант-41

Задание 1. (5 баллов) Найти $\frac{a^{12}-729}{27a^6}$, если $\frac{a^2}{3}-\frac{3}{a^2}=6$.

Задание 2. (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон *AB* и *AD* квадрата *ABCD*, и точкой касания отсекает от вершины *A* отрезок длиной 2 см. Из точки *C* к этой окружности проведены две касательные. Найти сторону квадрата, если угол между касательными равен 30°, и известно, что $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$.

Задание 3. (15 баллов) Решить уравнение $3x - x^2 + \sqrt{(9-x^2)(6x-x^2)} = 0$.

Задание 4. (20 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 9 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса *r*=61 км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарами кольца шириной 22 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

Задание 5. (20 баллов) Точку случайно бросают на отрезок [11; 18], и пусть *k* – получившееся значение. Найти вероятность, что корни уравнения $(k^2+2k-99)x^2+(3k-7)x+2=0$ удовлетворяют условию $x_1 \le 2x_2$.

Задание 6. (30 баллов) При изготовлении стального троса, выяснилось, что трос имеет длину такую же, что и кривая, заданная системой уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=10, \\ xy+yz+xz=18. \end{cases}$$

Найти длину троса.

Математика. 10-11 класс.

Вариант-42. Решение

Задание 1. (5 баллов) Найти $\frac{a^{12}-4096}{64a^6}$, если $\frac{a^2}{4}-\frac{4}{a^2}=5$.

Задание 2. (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон *AB* и *AD* квадрата *ABCD,* и точкой касания отсекает от вершины *A* отрезок длиной $2+\sqrt{5-\sqrt{5}}$ см. Из точки *C* к этой окружности проведены две касательные. Найти сторону квадрата, если угол между касательными равен 72°, и известно, что $\sin 36^\circ=\frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$.

Задание 3. (15 баллов) Решить уравнение $6x-x^2+\sqrt{\left(25-x^2\right)\left(-11+12x-x^2\right)}=11$.

Задание 4. (20 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 9 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса *r*=37 км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарами кольца шириной 24 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

Задание 5. (20 баллов) Точку случайно бросают на отрезок [12; 17], и пусть k – получившееся значение. Найти вероятность, что корни уравнения $\left(k^2+k-90\right)x^2+(3k-8)x+2=0$ удовлетворяют условию $x_1\le 2x_2$.

Задание 6. (30 баллов) При изготовлении стального троса, выяснилось, что трос имеет длину такую же, что и кривая, заданная системой уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=8, \\ xy+yz+xz=-18. \end{cases}$$

Найти длину троса.