

**Задание 1.** (5 баллов) Найти  $\frac{a^8 + 256}{16a^4}$ , если  $\frac{a}{2} + \frac{2}{a} = 5$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон  $AB$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$ , и точками касания отсекает от вершины  $A$  отрезки длиной 4 см. Из точки  $C$  к этой окружности проведены две касательные. Найти сторону квадрата, если угол между касательными равен  $60^\circ$ .

**Задание 3.** (15 баллов) Инженеру-лаборанту Сереже привезли на исследование объект объемом около 200 монолитов (контейнер, рассчитанный на 200 монолитов, который был заполнен почти весь). Каждый монолит имеет определенное наименование (супесь, либо суглинок) и генезис (морские, либо озерно-ледниковые отложения). Относительная частота (статистическая вероятность), что случайно выбранный монолит окажется супесью равна  $\frac{1}{9}$ . При этом относительная частота, что случайно выбранный

монолит окажется морским суглинком составляет  $\frac{11}{18}$ . Сколько всего монолитов озерно-ледникового генезиса содержит объект, если среди супесей не оказалось морских?

**Задание 4.** (20 баллов) Чтобы добраться от первого до второго корпуса университета, Саша взял автомобиль-каршеринг, а Женя арендовал самокат. Саша и Женя выехали одновременно из первого корпуса во второй, и в это же время из второго корпуса в первый на автомобиле выехал преподаватель Владимир Сергеевич. Автомобили встретились через 3 минуты, а самокат и автомобиль преподавателя встретились на расстоянии 1 км от первого корпуса. Найти скорости автомобилей и самоката, если самокат преодолевает путь в 30 км на 1,25 часа дольше, чем автомобиль-каршеринг, и его скорость в 4 раза меньше скорости автомобиля Владимира Сергеевича. В ответе указать скорости в  $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$  в порядке возрастания.

**Задание 5.** (20 баллов)

Найти  $x_0 - y_0$ , если  $x_0$  и  $y_0$  решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x^3 - 2023x = y^3 - 2023y + 2020, \\ x^2 + xy + y^2 = 2022. \end{cases}$$

**Задание 6.** (30 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 5 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса  $r=13$  км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарными кольцами шириной 10 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

**Задание 1.** (5 баллов) Найти  $\frac{a^8 - 256}{16a^4} \cdot \frac{2a}{a^2 + 4}$ , если  $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 3$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Окружность касается продолжений двух сторон  $AB$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$  со стороной 4 см. Из точки  $C$  к этой окружности проведены две касательные. Найти радиус окружности, если угол между касательными равен  $60^\circ$ .

**Задание 3.** (15 баллов) Инженеру-лаборанту Даше привезли на исследование объект объемом около 100 монолитов (контейнер, рассчитанный на 100 монолитов, который был заполнен почти весь). Каждый монолит имеет определенное наименование (супесь, либо суглинок) и генезис (морские, либо озерно-ледниковые отложения). Относительная частота (статистическая вероятность), что случайно выбранный монолит окажется супесью равна  $\frac{1}{7}$ . При этом относительная частота, что случайно выбранный монолит окажется морским суглинком составляет  $\frac{9}{14}$ . Сколько всего монолитов озерно-ледникового генезиса содержит объект, если среди супесей не оказалось морских?

**Задание 4.** (20 баллов) Чтобы добраться от первого до второго корпуса университета, Саша взял автомобиль-каршеринг, а Валя арендовал самокат. Саша и Валя выехали одновременно из первого корпуса во второй, и в это же время из второго корпуса в первый на автомобиле выехал преподаватель Сергей Владимирович. Автомобили поравнялись через 4 минуты, а самокат и автомобиль преподавателя поравнялись на расстоянии 1 км от главного корпуса. Найти скорость автомобилей и самоката, если самокат преодолевает путь в 18 км на 1,4 часа дольше, чем автомобиль-каршеринг, и его скорость в 6 раза меньше скорости автомобиля Сергей Владимирович. В ответе указать скорости в  $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$  в порядке возрастания.

**Задание 5.** (20 баллов)

Найти  $x_0 + y_0$ , если  $x_0$  и  $y_0$  решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x^3 - 2023x = 2023y - y^3 - 2020, \\ x^2 - xy + y^2 = 2022. \end{cases}$$

**Задание 6.** (30 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 5 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса  $r=25$  км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарными кольцами шириной 14 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить

$$\left( \frac{10001}{20232023} - \frac{10001}{20222022} \right) \cdot 2023 + \frac{1}{\sqrt{4088484}}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) В треугольнике  $ABC$  со сторонами  $AB = 8$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 6$  проведена биссектриса  $AK$ , а на стороне  $AC$  отмечена точка  $M$  так, что  $AM:CM = 3:1$ . Точка  $N$  – точка пересечения  $AK$  и  $BM$ . Найти  $AN$ .

**Задание 3.** (15 баллов) В лабораторию НИИ научному сотруднику Ивану Ивановичу привезли на исследование объект объемом около 300 проб нефти (контейнер, рассчитанный на 300 проб, который был заполнен почти весь). Каждая проба имеет определенные характеристики по содержанию серы – малосернистые, либо высокосернистые, и плотности – легкие, либо тяжелые. Относительная частота (статистическая вероятность), что случайно выбранная проба окажется пробой тяжелой нефти, равна  $\frac{1}{8}$ . При этом относительная частота, что случайно выбранная проба окажется

легкой малосернистой нефтью составляет  $\frac{22}{37}$ . Сколько всего проб высокосернистой нефти содержит объект, если среди проб тяжелой нефти не оказалось малосернистой?

**Задание 4.** (20 баллов) Найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$\left( \frac{2023}{2022} \right)^{27+18+12+8+\dots+27} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^n > \left( \frac{2023}{2022} \right)^{72}.$$

**Задание 5.** (20 баллов) Решить неравенство  $2022 \sqrt{x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x_3} + 3} \leq 0$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 7 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса  $r=41$  км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радаром кольца шириной 18 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить

$$\left( \frac{10001}{20232023} - \frac{10001}{20222022} \right) \cdot 4090506 + \sqrt{4092529}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) В треугольнике  $ABC$  со сторонами  $AB = 9$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 8$  проведена биссектриса  $AK$ , а на стороне  $AC$  отмечена точка  $M$  так, что  $AM:CM = 3:1$ . Точка  $N$  – точка пересечения  $AK$  и  $BM$ . Найти  $KN$ .

**Задание 3.** (15 баллов) В лабораторию НИИ научному сотруднику Татьяне Васильевне привезли на исследование объект объемом около 150 проб нефти (контейнер, рассчитанный на 150 проб, который был заполнен почти весь). Каждая проба имеет определенные характеристики по содержанию серы – малосернистые, либо высокосернистые, и плотности – легкие, либо тяжелые. Относительная частота (статистическая вероятность), что случайно выбранная проба окажется пробой тяжелой нефти, равна  $\frac{2}{11}$ . При этом относительная частота, что случайно выбранная проба окажется легкой малосернистой нефтью составляет  $\frac{7}{13}$ . Сколько всего проб высокосернистой нефти содержит объект, если среди проб тяжелой нефти не оказалось малосернистой?

**Задание 4.** (20 баллов) Найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$\left( \frac{2023}{2022} \right)^{36+24+16+\dots+36} \left( \frac{2}{3} \right)^n > \left( \frac{2023}{2022} \right)^{96}.$$

**Задание 5.** (20 баллов) Решить неравенство  $2022 \sqrt{x^3 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3}} + 4 \leq 0$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 7 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса  $r=26$  км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радаром кольца шириной 20 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

**Задание 1.** (5 баллов) Найти  $\frac{a^8 + 1296}{36a^4}$ , если  $\frac{a}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}}{a} = 5$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Окружность радиуса 15 касается двух смежных сторон  $AB$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$ . На двух других сторонах окружность точками пересечения отсекает от вершин отрезки 6 и 3 см соответственно. Найти длину отрезка, который окружность отсекает от вершины  $B$  точкой касания.

**Задание 3.** (15 баллов) В отдел контроля качества НПЗ инженеру Павлу Павловичу привезли на исследование объект объемом около 100 проб нефти (контейнер, рассчитанный на 100 проб, который был заполнен почти весь). Каждая проба имеет определенные характеристики по содержанию серы – малосернистые, либо высокосернистые, и плотности – легкие, либо тяжелые. Относительная частота (статистическая вероятность), что случайно выбранная проба окажется пробой тяжелой нефти, равна  $\frac{1}{7}$ . При этом относительная частота, что случайно выбранная проба окажется легкой малосернистой нефтью составляет  $\frac{9}{14}$ . Сколько всего проб высокосернистой нефти содержит объект, если среди проб тяжелой нефти не оказалось малосернистой?

**Задание 4.** (20 баллов) Для числовой последовательности  $\{x_n\}$ , все члены которой, начиная с  $n \geq 2$  различны, выполняется соотношение  $x_n = \frac{x_{n-1} + 298x_n + x_{n+1}}{300}$ . Найти

$$\sqrt{\frac{x_{2023} - x_2}{2021} \cdot \frac{2022}{x_{2023} - x_1}} - 2023.$$

**Задание 5.** (20 баллов) Решить неравенство  $2022\sqrt{x^3 - 3x - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}} + 5 \leq 0$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 8 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса  $r=17$  км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарными кольцами шириной 16 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.

**Задание 1.** (5 баллов) Найти  $\frac{a^8 - 6561}{81a^4} \cdot \frac{3a}{a^2 + 9}$ , если  $\frac{a}{3} - \frac{3}{a} = 4$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Окружность радиуса 10 касается двух смежных сторон  $AB$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$ . На двух других сторонах окружность точками пересечения отсекает от вершин отрезки 4 и 2 см соответственно. Найти длину отрезка, который окружность отсекает от вершины  $B$  точкой касания.

**Задание 3.** (15 баллов) В отдел контроля качества НПЗ инженеру Валентине Ивановне привезли на исследование объект объемом около 200 проб нефти (контейнер, рассчитанный на 200 проб, который был заполнен почти весь). Каждая проба имеет определенные характеристики по содержанию серы – малосернистые, либо высокосернистые, и плотности – легкие, либо тяжелые. Относительная частота (статистическая вероятность), что случайно выбранная проба окажется пробой тяжелой нефти, равна  $\frac{1}{9}$ . При этом относительная частота, что случайно выбранная проба окажется легкой малосернистой нефтью составляет  $\frac{11}{18}$ . Сколько всего проб высокосернистой нефти содержит объект, если среди проб тяжелой нефти не оказалось малосернистой?

**Задание 4.** (20 баллов) Для числовой последовательности  $\{x_n\}$ , все члены которой, начиная с  $n \geq 2$  различны, выполняется соотношение  $x_n = \frac{x_{n-1} + 398x_n + x_{n+1}}{400}$ . Найти

$$\sqrt{\frac{x_{2023} - x_2}{2021} \cdot \frac{2022}{x_{2023} - x_1}} + 2021.$$

**Задание 5.** (20 баллов) Решить неравенство  $2022\sqrt{x^3 - 4x - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^3}} + 6 \leq 0$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 8 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса  $r=15$  км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарными кольцами шириной 18 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.



**Задание 1.** (5 баллов) Найти  $\frac{a^8 - 256}{16a^4} \cdot \frac{2a}{a^2 + 4}$ , если  $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 5$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Окружность касается двух смежных сторон  $AB$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$  и отсекает от вершин  $B$  и  $D$  точкой касания отрезок длиной 4 см. На двух других сторонах окружность точками пересечения отсекает от вершин отрезки 2 и 1 см соответственно. Найти радиус окружности.

**Задание 3.** (15 баллов) В образовательный центр «Юный геолог» привезли объект объемом около 150 монолитов (контейнер, рассчитанный на 150 монолитов, который был заполнен почти весь). Каждый монолит имеет определенное наименование (супесь, либо суглинок) и генезис (морские, либо озерно-ледниковые отложения). Относительная частота (статистическая вероятность), что случайно выбранный монолит окажется супесью равна  $\frac{2}{11}$ . При этом относительная частота, что случайно выбранный монолит окажется морским суглинком составляет  $\frac{7}{13}$ . Сколько всего монолитов озерно-ледникового генезиса содержит объект, если среди супесей не оказалось морских?

**Задание 4.** (20 баллов) Для числовой последовательности  $\{x_n\}$ , все члены которой, начиная с  $n \geq 2$  различны, выполняется соотношение  $x_n = \frac{x_{n-1} + 98x_n + x_{n+1}}{100}$ . Найти

$$\sqrt{\frac{x_{2023} - x_1}{2022} \cdot \frac{2021}{x_{2023} - x_2}} + 2021.$$

**Задание 5.** (20 баллов) Решить уравнение  $252 \frac{7}{8} \left( x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} \right) = 2023$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 9 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса  $r=61$  км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарными кольцами шириной 22 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.



**Задание 1.** (5 баллов) Найти  $\frac{a^8 + 256}{16a^4}$ , если  $\frac{a}{2} + \frac{2}{a} = 3$ .

**Задание 2.** (10 баллов) Окружность касается двух смежных сторон  $AB$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$  и отсекает от вершин  $B$  и  $D$  точкой касания отрезок длиной 8 см. На двух других сторонах окружность точками пересечения отсекает от вершин отрезки 4 и 2 см соответственно. Найти радиус окружности.

**Задание 3.** (15 баллов) В образовательный центр «Юный геолог» привезли на исследование объект объемом около 300 монолитов (контейнер, рассчитанный на 300 монолитов, который был заполнен почти весь). Каждый монолит имеет определенное наименование (супесь, либо суглинок) и генезис (морские, либо озерно-ледниковые отложения). Относительная частота (статистическая вероятность), что случайно выбранный монолит окажется супесью равна  $\frac{1}{8}$ . При этом относительная частота, что случайно выбранный монолит окажется морским суглинком составляет  $\frac{22}{37}$ . Сколько всего монолитов озерно-ледникового генезиса содержит объект, если среди супесей не оказалось морских?

**Задание 4.** (20 баллов) Для числовой последовательности  $\{x_n\}$ , все члены которой, начиная с  $n \geq 2$  различны, выполняется соотношение  $x_n = \frac{x_{n-1} + 198x_n + x_{n+1}}{200}$ . Найти

$$\sqrt{\frac{x_{2023} - x_1}{2022} \cdot \frac{2021}{x_{2023} - x_2}} + 2022.$$

**Задание 5.** (20 баллов) Решить уравнение  $674 \frac{1}{3} \left( x^2 + \frac{x^2}{(1-x)^2} \right) = 2023$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для охраны нефтяной платформы, расположенной в море, необходимо распределить вокруг нее 9 радаров, покрытие каждого из которых составляет круг радиуса  $r=37$  км. Определить, на каком максимальном расстоянии от центра платформы их нужно расположить, чтобы обеспечить вокруг платформы покрытие радарными кольцами шириной 24 км. Вычислить площадь этого кольца покрытия.